Модификация метода Прони при приеме сигналов векторно-скалярной антенной

Т.Н. Ларина, Г.М. Глебова, Е.В. Винник**

Ростовский государственный строительный университет,
** Научно-исследовательский институт физики Южного федерального университета,*
г. Ростов-на-Дону

Хорошо известный параметрический метод Прони является методом восстановления квазиполинома по конечному числу его значений на равномерной сетке временных или пространственных отсчетов [1-3]. Метод Прони использует представление наблюдаемого процесса в виде комплексного экспоненциального ряда. Метод позволяет по отсчетам сигнала найти параметры этих комплексных экспонент, что, в свою очередь, дает возможность записать выражение для спектральной или пространственной плотности исследуемого сигнала. Широкое применение метода Прони стало возможным только в последнее время, поскольку он существенно не линеен и требует больших вычислительных затрат. В прикладных задачах гидроакустики метод применяется как для оценки спектра принимаемых сигналов, так и для определения угловых координат сигналов от локальных источников. Модификация метода для определения параметров коррелированных сигналов или нормальных волн, образующих акустическое поле источника в волноводе предложена в работе [4].

В данной работе предлагается модификация метода для оценки угловых координат источника с использованием векторно-скалярной антенны. Актуальность такого похода связана с техническими достижениями в области конструирования и создания векторных приемников, измеряющих колебательную скорость частиц. Кроме того имеется еще одно обстоятельство, которое определяет необходимость разработки и исследования алгоритмов для векторно-скалярных антенн, работающих на фоне шумов моря, а именно, среднее значение потока мощности шума в горизонтальной плоскости равно нулю. Таким образом, алгоритмы обработки для векторно-скалярных антенн, использующие в своей основе поток мощности, должны обладать повышенной помехоустойчивостью.

В данной работе рассматривается линейная эквидистантная векторно-скалярная антенна, каждый модуль которой содержит приемник давления и два приемника колебательной скорости, оси которых расположены в горизонтальной плоскости. Принимаемые сигналы на m-ом модуле ВСА можно представить в виде:

$$U_m = \left| p_m, V_{mx}, V_{my} \right|, \quad m = 1,\dots,M, \qquad (1)$$

здесь p_m, V_{mx}, и V_{my} - звуковое давление и проекции колебательной скорости по направлениям x и y измеряемые m-ым приемным модулем. Размерность вектора U равна $\mu = 3 \cdot M$, т.е. величина μ фактически определяет число приемных элементов в антенне. Для источника, давление которого на m-ом модуле равно

$$p_m = \sqrt{S}[\exp(-j(k\ r_m - \gamma\ ))], \qquad (2)$$

с использованием направляющих косинусов, как весов для компонент колебательной скорости, вектор измеряемых величин U_m можно представить в виде

$$V_{xm} = p\cos\alpha\,, V_{my} = p\sin\alpha\,, \qquad m = 1,..., M, \qquad (3)$$

здесь S - мощность сигнала на приемнике давления, $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число, - r,α - координаты источника в полярной системе координат, α - пеленг источника отсчитывается от оси X. В работе [5] теоретически и экспериментально показано, что представление сигналов в виде (3) справедливо как при распространении сигналов в свободном пространстве, так и в волноводе.

Для гауссовых сигналов и шумов с нулевым математическим ожиданием статистика измерений полностью определяется матрицей ковариаций, которая рассчитывается для заданной модели сигналов и помех как K=U·U* , символ «*» означает эрмитово сопряжение. Матрица К размером $\mu\cdot\mu$ имеет блочно-диагональный вид:

$$K = \begin{pmatrix} \langle \boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{P}^*\rangle & \langle \boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{V_x}^*\rangle & \langle \boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{V_y}^*\rangle \\ \langle \boldsymbol{V_x}\cdot\boldsymbol{P}^*\rangle & \langle \boldsymbol{V_x}\cdot\boldsymbol{V_x}^*\rangle & \langle \boldsymbol{V_x}\cdot\boldsymbol{V_y}^*\rangle \\ \langle \boldsymbol{V_y}\cdot\boldsymbol{P}^*\rangle & \langle \boldsymbol{V_y}\cdot\boldsymbol{V_x}^*\rangle & \langle \boldsymbol{V_y}\cdot\boldsymbol{V_y}^*\rangle \end{pmatrix}, \qquad (4)$$

и представляет собой сумму сигнальной матрицы - $K(s)$ и матрицы помех - $K(n)$

$$K = \left\langle U\cdot U^*\right\rangle = K(s) + K(n)\,. \qquad (5)$$

Каждый из трех диагональных блоков этой матрицы описывает ковариационные зависимости между одноименными компонентами векторно-скалярного поля, а недиагональные блоки – их взаимную ковариацию.

Метод Прони является «быстрым» методом решения системы уравнений следующего вида:

$$F_n = \sum_{l=1}^{L} S_l x_l^n\,, \qquad n = 0,1,...,2M-1\,, \qquad (6)$$

где x_l, b_l — неизвестные комплексные величины ($2\cdot L<M$). Неизвестные x_l находятся как корни полинома

$$x^L + \gamma_1 x^{L-1} + ... + \gamma_L = 0\,, \qquad (7)$$

коэффициенты которого удовлетворяют системе линейных уравнений

$$F_{n+L} + F_{n+L-1}\gamma_1 + ... + F_n\gamma_L = 0, \qquad n = 0,1,...,2M-1. \qquad (8)$$

После нахождения величин x_l; значения их подставляют в (6) и решают полученную линейную систему уравнений относительно S_l.

Применительно к скалярной антенне измеряемые величины F_n - это элементы ковариационной матрицы (4), соответствующие верхнему диагональному блоку $P\cdot P^*$ матрицы К, значение величины S_l соответствует мощности l-ого локального источника, $x_l = \exp(-j\varphi_l)$, где φ_l — разность фаз сигнала от l-ого локального источника в двух соседних приемных элементах. Угол φ_l связан с пространственным углом прихода сигнала от l-ого локального источника соотношением $\varphi_l = (2\pi/\lambda)d \cdot \cos\theta$, где λ — длина волны, d — расстояние между соседними элементами эквидистантной приемной антенны.

Рассмотрим возможность модификации метода Прони при приеме сигналов векторно-скалярной антенной. В качестве измеренных величин возьмем элементы двух подматриц матрицы K: $P \cdot V_x$ и $P \cdot V_y$, элементы которых обозначим Fx и Fy, соответственно. Выражение (6) преобразуется к виду

$$Fx_n = \sum_{l=1}^{L} S_l \cdot \cos\alpha_l \; x_l^n, \qquad Fy_n = \sum_{l=1}^{L} S_l \cdot \sin\alpha_l x_l^n, \qquad n = 0,1,...,2L-1. \tag{9}$$

Введем обозначения:

$$b_l = S_l \cdot \cos\alpha_l \quad \text{и} \quad c_l = S_l \cdot \sin\alpha_l$$

тогда (9) можно представить в виде, идентичном (7), для которого применима схема нахождения неизвестных параметров сигналов по методу Прони

$$Fx_n = \sum_{l=1}^{L} b_l x_l^n, \qquad Fy_n = \sum_{l=1}^{L} c_l x_l^n, \qquad n = 0,1,...,2L-1. \tag{10}$$

Поскольку значения коэффициентов γ_i, можно определить как из системы уравнений для Fx так и для Fy, то в общем случае для определения γ_i целесообразно составить совместную переопределенную систему уравнений, которую решают методом наименьших квадратов. Совместное использование измерений повышает точность определения коэффициентов γ_i при работе в реальных условиях, характеризующихся наличием шумов, конечным временем наблюдения и ограниченными размерами приемной антенны. По коэффициентам γ_i, составляют полином (7) и находят корни x_l. Значения x_l подставляют в системы уравнений (9) и определяют b_l и c_l. А затем по найденным значениям x_l, b_l и c_l оценивают искомые параметры сигналов от локальных источников: фазовые углы φ_l и мощность сигналов S_l

$$\varphi_l = \arg(x_l), \qquad S_l = \sqrt{(b_l^2 + c_l^2)/2}\,. \tag{11}$$

Преимущество использования подматриц, измеряющих поток мощности в горизонтальной плоскости очевидно, так как среднее значение потока мощности динамического шума моря в данном случае равно нулю. В то время как для матриц вида $P \cdot P$, $V_x \cdot V_x$ и $V_y \cdot V_y$ шум присутствует как на диагональных элементах матрицы, так и недиагональных, поскольку эти компоненты поля коррелированны по пространству. В дальнейшем необходимо детально исследовать данный метод с точки зрения оптимальности его математической реализации, а также потенциальной устойчивости к флуктуациям шумов моря и пространственной неоднородности, обусловленной дальним судоходством, ветровым волнением, береговым прибоем и прочими факторами.

Литература

1. *Prony G.R.B.* Essai experemenal et analytique: sur les lois de la dilitabilite de fluids elastques et sur celles de la force expanslve de la vapeure de l'eau et la vapeure de l'alkool, a differentes temperatures. //J. de L'Ecole Polytechnique. –1795. – T.1. – 24-76.

2. *Марпл С.П.* Цифровой спектральный анализ и его приложения. –М. – Мир. –1990.

3. *Backer H.P.* Cjmparison of FFT and Prony algorithm for bearing estimation of narrow-band signals in a realistic ocean environment. // – JASA. – Mar. – 1977. – V.61. – P. 756-762.

4. *Гительсон В.С., Глебова Г.М., Кузнецов Г.Н.* Определение параметров коррелированных сигналов с использованием метода Прони. // Фкустический журнал. – 1988. – T.XXXIV. – 1. – 170-172/

5. *Гордиенко В.А.* Векторно-фазовые методы в акустике. –М.: – ФИЗМАТЛИТ, –2007. – 480 с.