

Расчёт цилиндрических тел при воздействии теплового и радиационного нагружений

С.В. Литвинов, Ю.Ф. Козельский, Б.М. Языев

Ростовский государственный строительный университет, г. Ростов-на-Дону

При воздействии на бетон высоких температур, радиационного воздействия и т.д., его физико-механические свойства могут изменяться, что сказывается на напряжённо-деформированном состоянии.

В статье проводится расчёт бетонного цилиндрического тела в плоской постановке (плоское деформированное состояние). Внутренний и внешний радиусы цилиндра соответственно r_a и r_b .

Дифференциальное уравнение, описывающее распределение радиальных напряжений вдоль радиуса цилиндра, хорошо известно [1]:

$$\frac{d^2\sigma_r}{dr^2} + \varphi(r)\frac{d\sigma_r}{dr} + \psi(r)\sigma_r = f(r), \quad (1)$$

$$\text{где: } \varphi(r) = \frac{3}{r} + \frac{1}{E} \frac{dE}{dr}, \quad \psi(r) = -\frac{1}{r} \cdot \frac{1-2\nu}{1-\nu} \cdot \frac{dE}{dr}, \quad f(r) = -\frac{E}{r(1-\nu)} \frac{d\varepsilon_\theta}{dr}.$$

Как было сказано выше, модуль Юнга зависит от температурной и радиационной нагрузок, т.е.:

$$E = E(r).$$

Коэффициент Пуассона принят постоянной величиной, что объясняется ограниченностью экспериментальных данных о его изменении под действием вышеуказанных факторов.

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_T + \varepsilon_R.$$

Здесь: $\varepsilon_\theta = \varepsilon_T + \varepsilon_R$ – вынужденная деформация; $\varepsilon_T = \alpha\Delta T$ – температурная деформация; ε_R – деформация в результате радиационного воздействия; α – коэффициент линейного расширения материала цилиндра.

Исследованию температурных напряжений в цилиндре посвящена работа [2]. Распределение температуры по толщине цилиндра описывается уравнением теплопроводности Фурье:

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0. \quad (2)$$

Зависимость модуля Юнга от температуры может быть аппроксимирована полиномом:

$$E(T) = E_0\beta(T) = E_0 \sum_n^N \beta_n T^n, \quad (3)$$

где E_0 – модуль упругости бетона при нормальных условиях.

В практических расчётах вполне достаточно применения полиномов третьей степени ($N=3$).

Распределение флюенса нейтронов Φ вдоль стенки цилиндра определяется уравнением [3]:

$$\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Phi}{dr} - \frac{\Phi}{L^2} = 0, \quad (4)$$

где Φ – интегральный поток (флюенс) нейтронов; L – длина диффузии, зависящая от энергии нейтронов.

Зависимость модуля Юнга от флюенса нейтронов описывается уравнением:

$$E = E_0 [\gamma_1 - \alpha_1 \lg(\beta_1 \Phi)], \quad (5)$$

где α_1 , β_1 , и γ_1 – эмпирические коэффициенты, зависящие от марки бетона и энергетического спектра нейтронов.

Зависимость радиационных деформаций от дозы облучения для разных описывается эмпирической формулой:

$$\varepsilon_R = \frac{\alpha \varepsilon_{\max} [\exp(\beta\Phi - 1)]}{\varepsilon_{\max} + \alpha \exp(\beta\Phi)},$$

где ε_{\max} – максимальная радиационная деформация раствора (бетона) данного состава; α и β – эмпирические коэффициенты, зависящие от радиационной деформативности заполнителя и энергетического спектра потока нейтронов.

Задача решена со следующими параметрами: $r_a=3.3$ м; $r_b=3.8$ м; $T_a=300^\circ\text{C}$; $T_b=0^\circ\text{C}$; $E_0=2e4$ МПа; $L=0.16$ м; $\alpha=1$; $\beta=3 \cdot 10^{-24}$ м²/нейтр.; $\nu=0.16$; $\varepsilon_{\max}=0.01$; $\alpha_1=0.7$; $\beta_1=10^{-24}$ м²/нейтр.; $\gamma_1=0.8$;

Для решения задачи был использован метод конечных разностей (МКР).

Первым этапом определялось распределение температуры в толще цилиндра путем решения уравнения (2). Распределение температуры представлено на рис. 1.

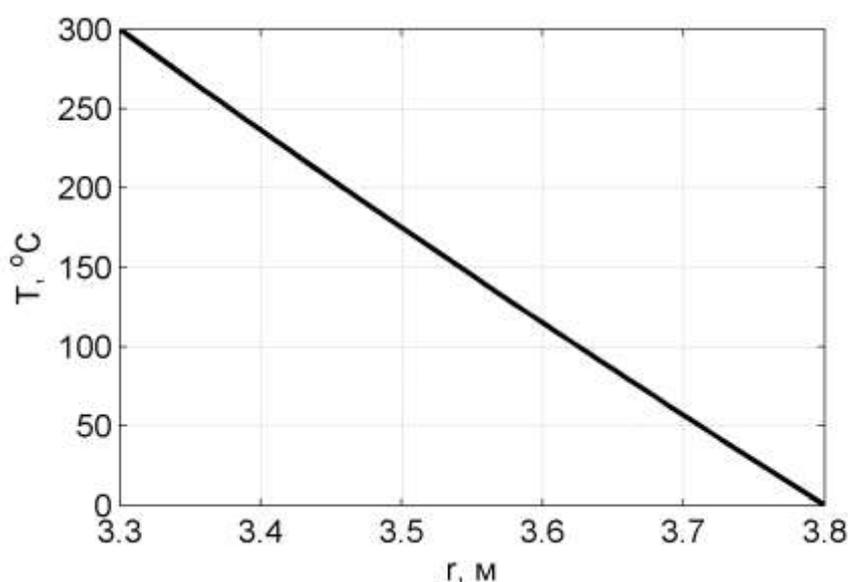


Рис. 1. График распределения температуры в толще цилиндра

Следующим этапом, путём решения выражения (4), определялось распределение флюенса нейтронов в толще цилиндра, которое представлено на рис. 2.

Третьим этапом определялось изменение модуля Юнга в результате температурного и радиационного воздействий. Модуль Юнга определялся по формуле:

$$E = E_0 k_1 k_2,$$

где k_1 и k_2 – коэффициенты, соответствующие изменению модуля Юнга в выражениях (3) и (5).

Четвёртым этапом происходило непосредственное определение радиального и окружных напряжений в толще цилиндра. Графики распределения напряжений представлены: радиального – на рис. 3.; окружного – на рис. 4. Сплошная линия соответствует напряжённому деформированному состоянию с учётом изменения модуля Юнга, т.е. $E=E(r)$; штрихпунктирная – напряжённому деформированному состоянию без учёта изменения модуля Юнга, т.е. $E=\text{const}$.

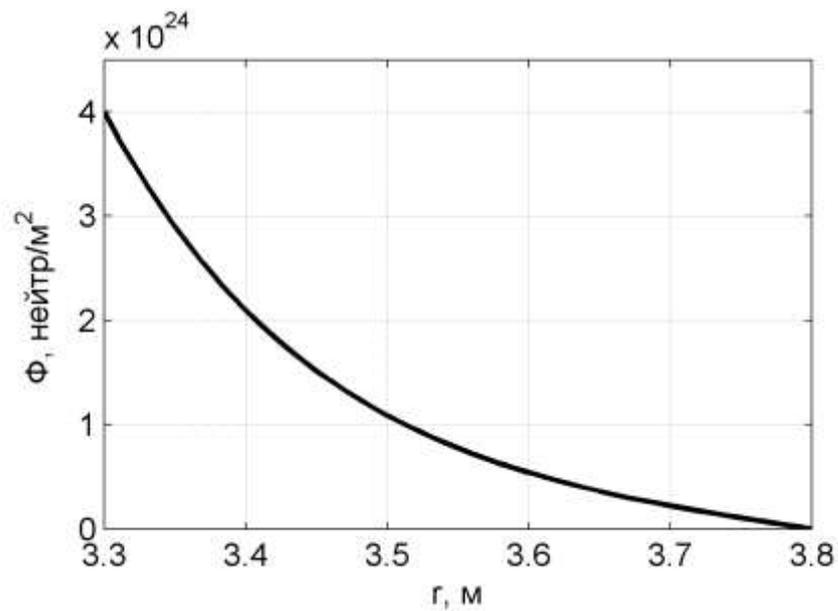


Рис. 2. График распределения флюенса нейтронов в толщине цилиндра

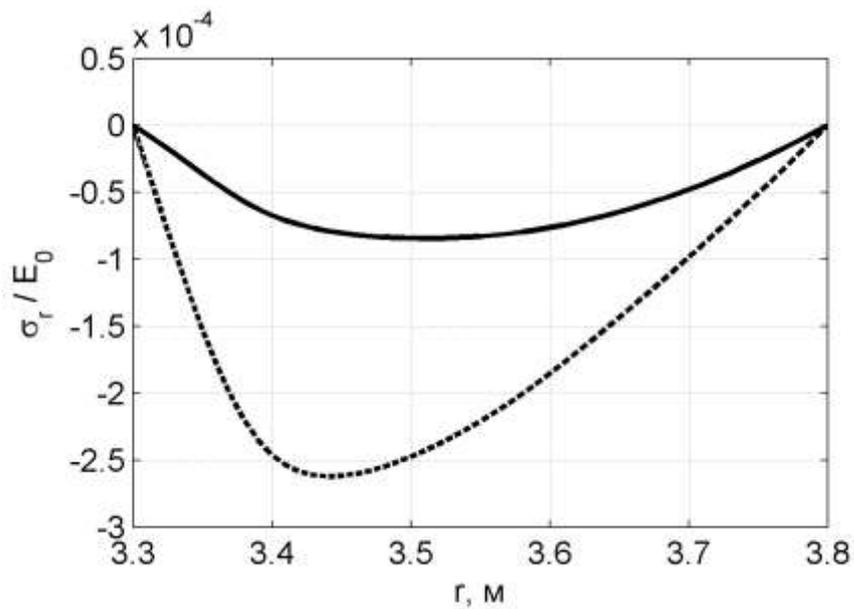


Рис. 3. График изменения радиального напряжения σ_r

Таким образом, учёт совместного влияния радиационного и температурного нагружений на величину модуля Юнга, приводит к существенным изменениям величин напряжений в толщине цилиндра по сравнению с решением, когда модуль Юнга является величиной постоянной. В частности, на внутренней грани произошло снижение окружного напряжения на 75÷80%.

Это позволяет говорить о том, что при расчёте конструкций с воздействием нескольких дополнительных нагружений (температура, радиационное воздействие и т.д.), влияющих на физико-механические параметры материала, в расчётах изменениями этих физико-механических параметров пренебрегать нельзя.

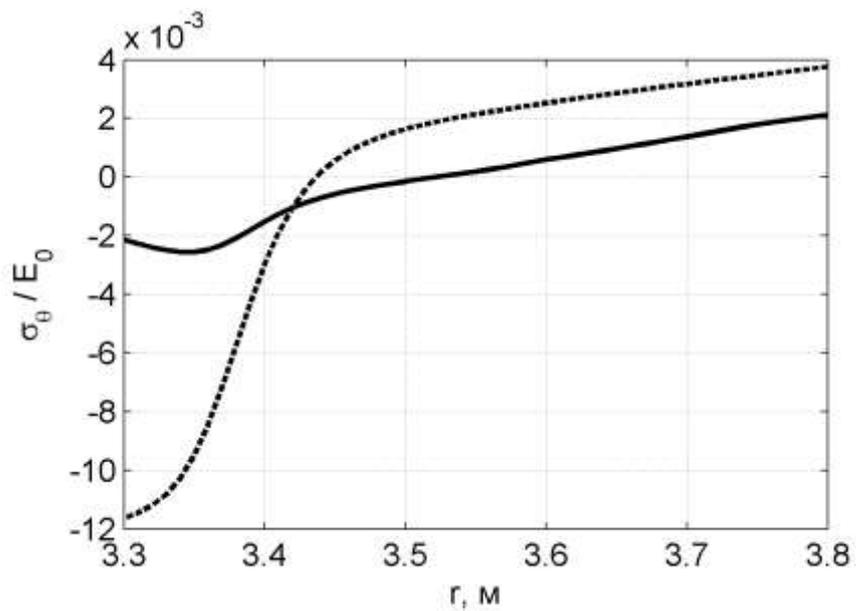


Рис. 4. График изменения окружного напряжения σ_θ

Литература:

1. Андреев В.И. Некоторые задачи и методы механики неоднородных тел: Монография – М.: Издательство АСВ, 2002. – 288 стр.
2. Смоллов А.В. Напряжённо-деформированное состояние неоднородных упругих цилиндров под действием силовых и температурных нагрузок. Дис. Канд. Техн. Наук. – М.: 1987. – 161 с.
3. Дубровский В.Б. Радиационная стойкость строительных материалов. – М.: Стройиздат, 1977. – 278 с.