

## Оценивание частот генераторов на основе совместной обработки фаз формируемых сигналов

Д.Д. Габриэльян, И.А. Енгибарян, О.А. Сафарьян

**Введение.** В условиях постоянного расширения и повышения качества предоставляемых услуг связи и передачи данных, позиционирования на местности, мониторинга состояния и положения объектов различного назначения на первое место выходит требование обеспечения стабильности частоты генераторного оборудования, входящего в состав данных радиоэлектронных систем, или максимально точного оценивания их частоты в каждый момент времени [1, 2]. Кроме того, требования к стабильности частоты генераторного оборудования также постоянно возрастают в связи с освоением все более высоких частотных диапазонов и увеличением числа работающих радиоэлектронных систем в пределах одного частотного диапазона.

В настоящее время для получения высокой точности оценки частот генераторов наибольшее распространение находят методы, основанные на основе сравнения с частотой или фазой сигналов высокостабильных генераторов, реализуемые в рамках методов частотной или фазовой автоподстройки частоты колебаний (ЧАПЧ и ФАПЧ) [3, 4].

При технической реализации данных методов используются эталонные генераторы, параметры которых являются опорными при получении оценки. Однако использование опорных источников сигналов в силу различных факторов, связанных с условиями эксплуатации, не всегда возможно. Кроме того, к недостаткам таких систем можно отнести невозможность получения колебаний с долговременной относительной нестабильностью частоты меньшей, чем у эталонного генератора. Это обуславливает целесообразность поиска принципиально новых подходов к решению этой задачи.

Одним из возможных направлений повышения стабильности генераторов является проведение косвенных измерений частоты генераторов и последующая обработка результатов измерений с использованием статистического подхода [5]. Данный подход открывает реальные возможности получения оценок частот колебаний, имеющих более высокую точность, чем точность формирования колебаний любого из взятых по отдельности генераторов. Предложенный в [5] способ основан на совместной обработке отклонений частот каждого из совокупности генераторов от номинального значения. Однако ряд вопросов, в частности, взаимосвязи числа и параметров генераторов и точности оценки частоты колебаний каждого из них остались в [5] вне рамок исследований.

Цель статьи - установление зависимости между числом генераторов и их параметрами и потенциально достижимой точностью оценки частоты генератора при использовании предложенного в [5] способа.

**Постановка задачи.** Рассмотрим систему из  $K + 1$  генераторов, функционирующих с частотами  $f_{0k}$  каждый и отличными друг от друга относительными нестабильностями  $\sigma_k$ , соединенных как показано на рис. 1.

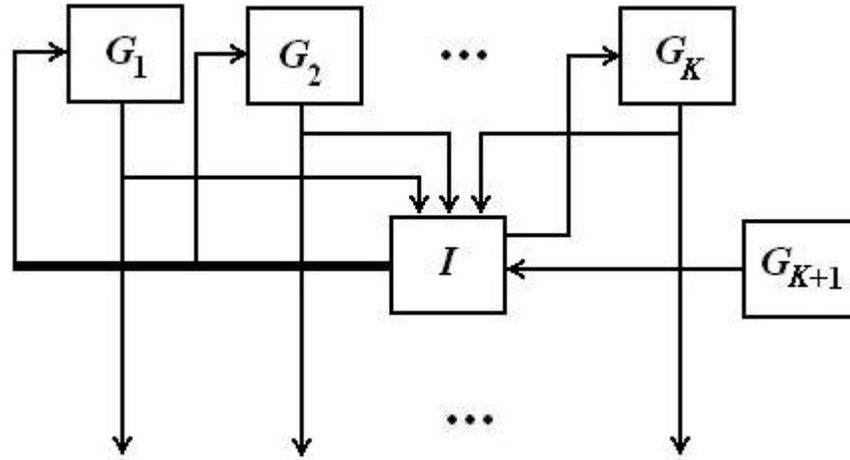


Рис. 1. - Схема соединения генераторов

Сигналы генераторов помимо использования в собственно радиоэлектронных устройствах, определяемых назначением устройства, дополнительно поступают на вход измерителя  $I$ . Один из генераторов (в дальнейшем будем обозначать его  $G_{K+1}$ ), к стабильности которого не предъявляются высокие требования, используется для задания временного интервала измерений (данный временной интервал реализуется при поступлении от  $G_{K+1}$  генератора определенного количества импульсов или периодов колебаний). Из-за нестабильности генератора  $G_{K+1}$  длительность формируемого интервала  $t$  отличается от номинального значения  $t_0$  и задается с некоторой погрешностью  $\Delta t = t - t_0$ .

Оценка частот генераторов. Число импульсов генераторов в течение временного интервала измерений длительностью  $t$  определяются выражением:

$$N_k = N_{0k} + \Delta N'_k + \Delta N''_k \quad k = 1, \dots, K, \quad (1)$$

где  $N_0 = f_{0k} t_0$  - номинальное значение числа импульсов, формируемых  $k$ -м генератором;  $\Delta N'_k = \Delta f_k t_0$  - отклонение числа импульсов  $k$ -го генератора от номинального значения, вследствие его собственной нестабильности;  $\Delta N''_k = f_{0k} \Delta t$  - отклонение числа импульсов  $k$ -го генератора от номинального значения, вследствие нестабильности временного интервала измерений, (нестабильность  $K + 1$ -го генератора).

Слагаемое  $\Delta f_k \Delta t$ , имеющее более высокий порядок малости по сравнению с остальными членами, при записи соотношения (1) опущено. Величина  $\Delta f_k$  на основе равенства (1) может быть записана следующим образом:

$$\Delta f_k = \frac{N_k - N_{0k} - f_{0k} \Delta t}{t_0} \quad (2)$$

Будем считать, что отклонения частот генераторов  $\Delta f_k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) носят случайный характер и обусловлены воздействием большого числа независимых и приблизительно

равнозначных факторов, вследствие чего являются независимыми и удовлетворяют нормальному закону распределения с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией  $\sigma_k^2 f_{0k}^2$ .

С учетом зависимости (2) и сделанного предположения о характере распределения их плотность распределения случайных величин  $\Delta f_k$  определяется выражением [6]:

$$p(\Delta f_k) = \frac{1}{\sigma_k \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(N_k - N_{0k} - f_{0k} \Delta t)^2}{2\sigma_k^2 f_{0k}^2 t_0^2} \right\}, \quad k = 1, \dots, K. \quad (3)$$

На основе статистического ряда измеряемых значений  $\Delta N_k$  с использованием метода максимального правдоподобия [7] может быть получена оценка отклонения временного интервала измерений  $\Delta t$  от номинального значения  $t_0$ .

Запишем функцию правдоподобия для рассматриваемого случая:

$$L(\Delta t) = \prod_{k=1}^K \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k^2}} \right) \exp \left\{ -\sum_{k=1}^K \frac{(\Delta N_k - f_{0k} \Delta t)^2}{2\sigma_k^2 f_{0k}^2 t_0^2} \right\}. \quad (4)$$

С учетом данной функции оценка нестабильности временного интервала  $\Delta \hat{t}$ , соответствующая максимуму выражения (4), может быть определена следующим образом:

$$\Delta \hat{t} = \sum_{k=1}^K (\Delta N_k / \sigma_k^2 f_{0k}) \left\{ \sum_{k=1}^K (1 / \sigma_k^2) \right\}^{-1}. \quad (5)$$

Получаемая на основе (5) оценка нестабильности временного интервала является несмещенной и состоятельной. Исходя из независимости отклонений номинальных частот  $\Delta f_k$  в различных генераторах, можно получить

$$D\{\Delta \hat{t}\} = t_0^2 \sum_{k=1}^K (1 / \sigma_k^2) / \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^K (1 / (\sigma_k^2 \sigma_p^2)), \quad (6)$$

характеризующую точность оценки длительности формируемого временного интервала.

Найденное в (5) значение оценки нестабильности временного интервала дает возможность на основе равенства (2) определить оценку отклонения частоты  $k$ -го генератора. В результате того, что отклонения частот генераторов носят случайный характер, их число является конечным, то  $\Delta \hat{f}_k \neq \Delta f_k$  ( $k = 1, \dots, K$ ), и, следовательно,  $\tilde{f}_k \neq f_{0k}$ . В то же время, на основании (5) и (6) нетрудно заметить, что  $M\{\Delta \hat{f}_k\} = \Delta f_k$ , в силу чего  $M\{\tilde{f}_k\} = f_{0k}$ .

Точность оценки дисперсии  $\Delta \tilde{f}_k$  с учетом равенства (6) определяется формулой:

$$D\{\tilde{\Delta f}_k\} = \sigma_{K+1}^2 f_{0k}^2 - \frac{2f_{0k}^3 K \sigma_{K+1}^2}{\sum_{p=1}^K \sigma_p^2 f_{0p}} + \frac{f_{0k}^4 \left( \sum_{p=1}^K \sigma_p^2 + K^2 \sigma_{K+1}^2 \right)}{\sum_{p=1}^K \sum_{l=1}^K \sigma_p^2 \sigma_l^2 f_{0p} f_{0l}}, \quad (7)$$

или

$$D\{\tilde{\Delta f}_k\} = \frac{f_0^2 \sigma^2}{K} \quad \text{при} \quad f_{0k} = f_0 \quad \sigma_k = \sigma \quad k = 1, \dots, K \quad (8)$$

Последнее соотношение справедливо для частного случая, когда объединяемые в систему генераторы имеют идентичные относительные нестабильности и одинаковые номинальные частоты. При этом относительная нестабильность может быть уменьшена в  $\sqrt{K}$  раз.

Таким образом, оценка длительности временного интервала и отклонения частоты  $k$ -го генератора может быть получена с использованием соотношений (5) и (6).

**Заключение.** В статье приведены соотношения, определяющие потенциально достижимую точность оценки частоты каждого из объединяемых для повышения точности в одну систему генераторов, достигаемую на основе совместной обработки данных об отклонениях фаз их сигналов.

### Литература

1. Габриэльян Д.Д., Сафарьян О.А. Взаимосвязь параметров генераторов и дисперсии оценки измерений временного интервала Радиоэлектронные средства передачи и приема сигналов и визуализации информации // Материалы Второй Всероссийской конференции. Москва-Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2012. – 124с.
2. Габриэльян Д.Д., Прыгунов А.А., Прыгунов А.Г., Сафарьян О.А. Метод оценки частот в системе генераторов. Физические основы приборостроения 2012. Том 1. № 2. – 108с.
3. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Фазовая автоподстройка частоты. М.: Связь, 1966. - 333 с.
4. Клеппер Дж., Френкл Дж. Системы фазовой и частотной автоподстройки частоты. (Следящие демодуляторы сигналов с угловой модуляцией). - М.: Энергия, 1977. - 440 с.
5. Пат. №2219654, RU, МПК7 Н 03 L 7/00, G 01 R 23/12, Способ стабилизации частот генераторов / Д.Д. Габриэльян, А.Г. Прыгунов, В.В. Хуторцев, В.В. Трепачев – Оpubл. 20.12.03 в Бюл. № 35.
6. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учебник для вузов.-5-е. изд. стер- М.: Высшая школа, 1998. - 576 с.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров).- М.: Наука, 1973. – 832 с.