## А.А. Строцев, А.А. Андреев

Южный Федеральный университет, г. Ростов-на-Дону

По состоянию на июнь 2012 года в соответствии с рейтингом и описанием 500 самых мощных общественно известных компьютерных систем мира около 80% суперЭВМ реализованы в рамках архитектуры кластерных вычислительных систем (КВС). Поскольку для обеспечения требуемой вычислительной производительности кластерная архитектура вычислительных систем подразумевает наличие в своём составе достаточно большого числа кластеров (а тем более их узлов), то одним из недостатков таких систем является относительно их невысокая надёжность [1] по показателю вероятности нахождения в состоянии, при котором они соответствуют всем требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации. Поскольку закреплённой в ГОСТ [2] основой для оценки сложных технических систем в условиях риска является аппарат дискретных марковских случайных процессов, а ряд факторов (причин неисправностей) могут не иметь вероятностного описания, то в [3] разработана методика теоретико-игровой оценки нахождения КВС в состояниях эффективного функционирования на основе марковской модели.

С другой стороны, тенденцией развития КВС является постепенный переход от их применения для решения в основном исследовательских и проектировочных задач к применению в различных системах управления реального времени. В таких системах совокупность решаемых задач требует интенсивного информационного обмена, что делает их «сильносвязанными». При этом для этого класса задач реальная производительность КВС существенно снижается и не превышает 5-10% от декларируемой пиковой производительности системы [4]. Как показано в [5] – [7], причинами этого является несоответствие архитектуры суперкомпьютера структуре решаемых задач. Для преодоления этого несоответствия в НИИ МВС ЮФУ разработана концепция создания реконфигурируемых вычислительных систем (РВС), т.е. систем с динамически перестраиваемой (перепрограммируемой) архитектурой, позволяющей проблемно-ориентированных структуру соответствующую структуре решаемой задачи [7], [8]. Поскольку РВС, как и КВС, состоят из большого числа элементов, то задача оценки их надёжности в рамках создания отказоустойчивых вычислительных систем [9], [10] также является важной. Однако непосредственное применение известных методик, например, представленной в [3], учитывают структуру проблемно-ориентированных невозможно, T.K. они не вычислителей, реализуемых в РВС.

Таким образом, разработка методики теоретико-игровой оценки нахождения реконфигурируемой вычислительной системы в состояниях эффективного функционирования на основе марковской модели, учитывающей структуру проблемно-ориентированных вычислителей, является актуальной задачей.

Пусть РВС состоит из базовых модулей  $M_i$ ,  $i=\overline{1,I}$ , каждый из которых включает проблемно-ориентированные вычислители  $C_{ij_i}$ ,  $i=\overline{1,I}$ ,  $j_i=\overline{1,J_i}$  (описание базовых модулей семейства РВС, состоящих из элементов, в частности, из ПЛИС, модулей памяти SDRAM, подсистемы питания, LVDS-каналов и пр., представлено в [4]).

В соответствие с ГОСТ [2] для описания сложной технической системы в классе марковских процессов необходимо ввести понятие состояния и перечислить все возможные состояния системы. Для этого, как и в [3], обозначим наборы двоичных чисел

разрядности  $R = \sum_{i=1}^{I} J_i$  в виде  $\pi_k$   $(k = \overline{0,K}, K = 2^R - 1)$ , где каждый г-й разряд  $(r = \overline{0,R-1})$  характеризует состояние соответствующего элемента базового модуля PBC: разряд (R-1) – состояние элемента  $C_{11},\ldots$ , разряд  $(R-J_1)$  – состояние элемента  $C_{1J_1}$ , разряд  $(R-J_1-1)$  – состояние элемента  $C_{21},\ldots$ , 0 разряд – состояние элемента  $C_{1J_1}$ . При этом нулевое значение в разряде обозначает неисправность соответствующего элемента базового модуля PBC, а единичное – его работоспособное состояние.

Однако в отличие от методики, рассмотренной в [3] для КВС, под состоянием РВС нельзя понимать совокупность состояний её любых отдельных элементов, и представить конечное множество состояний РВС выражением

$$\hat{S} = \left\{ \hat{S}_{\pi_0}, \hat{S}_{\pi_1}, ..., \hat{S}_{\pi_k}, ..., \hat{S}_{\pi_K} \right\},$$

поскольку такая формализация не будет отражать учёт структуры РВС.

Для такого учёта: 1) под элементами базовых модулей будем понимать их конструктивные элементы, которые при поиске и устранении неисправности базового модуля подлежат оперативной замене; 2) положим, что для решения задачи в РВС формируется V проблемно-ориентированных вычислителей –  $\Pi OB_v$ ,  $v=\overline{1,V}$ ; 3) введём в рассмотрение множества  $L_v = \left\{ \!\! \left\{ \!\! v_v : (i,j_i)_{l_v}, l_v = \overline{1,\overline{l_v}}, C_{ij_i} \in \Pi OB_v \right. \right\}, \quad v=\overline{1,V}$ , где  $C_{ij_i} \in \Pi OB_v$  означает принадлежность  $j_i$ -го элемента базового модуля  $M_i v$ -му проблемно-ориентированному вычислителю.

Тогда можно определить наборы двоичных чисел разрядности V в виде  $\rho_z$ ,  $z=\overline{0,Z}$ ,  $Z=2^V-1$ , где каждый b-й разряд  $(b=\overline{0,V-1})$  характеризует состояние соответствующего проблемно-ориентированного вычислителя PBC: 0 разряд — состояние вычислителя  $\Pi OB_1$ ,..., разряд (V-1) — состояние вычислителя  $\Pi OB_V$ . При этом нулевое значение в разряде обозначает неисправность соответствующего проблемно-ориентированного вычислителя, а единичное — его работоспособное состояние.

Тогда под состоянием PBC, учитывающим структуру проблемно-ориентированных вычислителей, можно понимать совокупность их состояний, каждое из которых определяется состоянием элементов из соответствующего множества  $L_v$ ,  $v=\overline{1,V}$ . В свою очередь, конечное множество состояний PBC определяется выражением

$$S = \left\{ S_{\rho_0}, S_{\rho_1}, \dots, S_{\rho_z}, \dots, S_{\rho_z} \right\}, \tag{1}$$

Состояния  $S_{\rho_z}$ ,  $z=\overline{0,Z}$  образуют R групп с признаком принадлежности к группе  $G_g$ ,  $g=\overline{0,R-1}$  по общему числу единиц в двоичном числе  $\rho_z$ , равном g. Группы, отличающиеся по номеру на единицу, являются соседними. Множество, образованное парами соседних состояний, обозначим  $S^c$ .

На основе анализа функционирования РВС может быть получен граф состояний (диаграмма состояний-переходов)  $\Gamma = (S, U)$ , U — множество дуг графа, с интенсивностями переходов  $\lambda_{zz_1}$ ,  $(z, z_1) \in \overline{z} = \{(z, z_1) : S_{\rho_z}, S_{\rho_{z_1}} \in S^c, z = \overline{0, z}, z_1 = \overline{0, z}\}$ , учитывающими действие случайных факторов.

Во множестве S можно выделить подмножество состояний  $S_9$ , обеспечивающих эффективное функционирование PBC в системе управления реального времени с учётом отказоустойчивости, т.е. состояний, обеспечивающих удовлетворения требований к ней с заданными количественными характеристиками. В этом случае показателем эффективности PBC может являться стационарная (предельная) вероятность нахождения системы в одном из состояний из множества  $S_9$ .

Тогда в условиях, определяющих возможность существования стационарных вероятностей нахождения системы в соответствующих состояниях  $P_z = P(S_{\rho_z})$ , z = 0, Z(представленных, например, в [11]), искомая оценка может быть получена по выражению

$$P(S_{\mathfrak{I}}) = \sum_{\substack{z=0\\S_{\mathfrak{I},c} \in S_{\mathfrak{I}}}}^{Z} \qquad P_{z} , \qquad (2)$$

а для нахождения  $P_z = P(S_0)$ ,  $z = \overline{0,Z}$  необходимо решение системы алгебраических уравнений вида:

$$-P_{z}\sum_{\substack{z_{1}=0\\(z,z_{1})\in\overline{Z}}}^{Z}\lambda_{zz_{1}}+\sum_{\substack{z_{1}=0\\(z_{1},z)\in\overline{Z}}}^{Z}P_{z_{1}}\lambda_{z_{1}z}=0, \quad z=\overline{0,Z}; \sum_{z=0}^{Z}P_{z}=1.$$
(3)

Для получения оценки стационарной вероятности нахождения РВС в одном из состояний её эффективного функционирования по выражениям (2), (3) необходимо знание интенсивностей  $\lambda_{zz_1}$ .

Однако, при переходе из состояний, входящих в группу  $G_g$ , в состояния из группы  $G_{\varrho-1}$  возможны ситуации, для которых неисправность соответствующего проблемноориентированного вычислителя связана с несколькими причинами, определяемыми неисправностью элементов из соответствующего ему множества  $L_{\nu}$ ,  $\nu = \overline{1,V}$ . При этом локализация неисправности (действия, направленные на идентификацию неисправной составной части или нескольких составных частей на соответствующем уровне разукрупнения [12]) однозначно влечёт и устранение этой неисправности. Например, локализация неисправности проблемно-ориентированного вычислителя осуществляется путём последовательной замены обеспечивающих его работу элементов базовых модулей (из соответствующего ему множества  $L_v$ ,  $v = \overline{1,V}$ ), рассматриваемых в качестве причин неисправности, на достоверно работоспособные. Обозначим множество пар таких состояний через  $S^{\mathit{CH}}$  . Тогда, если  $s_{\rho_{21}}$  ,  $s_{\rho_{22}}$   $\in$   $s^{\mathit{cu}}$  ,  $s_{\pi_{k_1}}$   $\in$   $G_g$  и  $s_{\rho_{22}}$   $\in$   $G_{g-1}$  , то интенсивность перехода  $\lambda_{z_2z_1}$  из состояния  $s_{
ho_{z_2}}$  в состояние  $s_{
ho_{z_1}}$  неизвестна, т.к. зависит от стратегии локализацииустранения неисправности и её причины. Если вероятности появления этих причин неизвестны или их оценки статистически не достоверны, то можно воспользоваться теоретико-игровым подходом, который является гарантированным в смысле достижения ситуации равновесия в антагонистической игре с матрицей выигрышей первого игрока

$$\Lambda_{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}} = \left\| \lambda_{i_{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}} j_{\rho_{z_1}, \rho_{z_2}}}^{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}} \right\|_{I_{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}} J_{\rho_{z_1}, \rho_{z_2}}}.$$
(4)

Решение игры в чистых стратегиях (при наличии седловой точки в матрице (4)) позволяет определить искомую интенсивность в виде:

$$\lambda_{i_{\rho_{z_2},\,\rho_{z_1}}^*j_{\rho_{z_1},\,\rho_{z_2}}^*}^{\rho_{z_2},\,\rho_{z_1}} = \max_{i_{\rho_{z_2},\,\rho_{z_1}}} \min_{j_{\rho_{z_1},\,\rho_{z_2}}} \lambda_{i_{\rho_{z_2},\,\rho_{z_1}}^{i_{\rho_{z_2},\,\rho_{z_1}}}}^{\rho_{z_2},\,\rho_{z_1}}$$

$$= \min_{j_{\rho_{z_1}, \rho_{z_2}}} \max_{i_{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}}} \lambda_{i_{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}} j_{\rho_{z_1}, \rho_{z_2}}}^{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}}.$$
 (5)

 $Y^* = \arg\min_{Y} \left( \max_{X} \widetilde{H}^{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}} (X, Y) \right),$ выполняется, не

Если равенство (5) не выполняется, то решение игры 
$$X^* = \arg\max_X \left(\min_Y \widetilde{H}^{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}}(X, Y)\right),$$
  $Y^* = \arg\min_Y \left(\max_X \widetilde{H}^{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}}(X, Y)\right),$   $\widetilde{H} = \sum_{i_{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}}=1}^{I_{\rho_{z_2}, \rho_{z_2}}} \sum_{j_{\rho_{z_1}, \rho_{z_2}}=1}^{J_{\rho_{z_1}, \rho_{z_2}}} \lambda_{i_{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}} j_{\rho_{z_1}, \rho_{z_2}}}^{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}} \eta_{j_{\rho_{z_1}, \rho_{z_2}}}$  может быть получено на множествах смешанных  $\widetilde{H}^{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}} = \widetilde{H}^{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}} = \widetilde{H}^{$ 

стратегий 
$$\mathbf{M}_{\xi}$$
,  $\mathbf{M}_{\eta}$   $\left(X\in\mathbf{M}_{\xi},\ Y\in\mathbf{M}_{\eta},\ X=\left(\xi_{1}\,\xi_{2}\ldots\,\xi_{n}\right)^{T}\ ,\ \xi_{i}\geq0,\,i=\overline{1,n},\ Y=\left(\eta_{1}\,\eta_{2}\ldots\eta_{m}\right)^{T}$ ,

 $\eta_j \ge 0, \ j = \overline{1,m}, \quad \sum_{i=1}^n \xi_i = 1, \quad \sum_{j=1}^m \eta_j = 1$ ) как результат решения прямой и двойственной задач линейного программирования [4].

При этом в качестве оценки неизвестной интенсивности  $\lambda_{z_2z_1}$  принимается её математическое ожидание  $\widetilde{H}^{\rho_{z_2},\,\rho_{z_1}}(X^*,Y^*)$ .

Тогда методика может быть представлена в виде следующей последовательности операций:

- 1. Формирование множества S состояний PBC (1).
- 2. Оценка состояний по эффективности функционирования PBC в системе управления реального времени, учитывающая структуру проблемно-ориентированных вычислителей, и определение множества  $S_3$ .
- 3. Формирование диаграммы состояний-переходов и определение множества  $s^{cn}$  пар состояний с неизвестными интенсивностями переходов.
- 4. Решение теоретико-игровых задач, определяемых матрицами (4) для всех пар индексов из множества  $s^{cn}$ , с получением оценок неизвестных интенсивностей переходов в виде значений интенсивностей (5) или их математических ожиданий  $\tilde{H}^{\rho_{z_2}, \rho_{z_1}}(X^*, Y^*)$ .
- 6. Решение системы линейных алгебраических уравнений (3) относительно предельных вероятностей нахождения системы в состояниях из множества S.
- 7. Определение оценки вероятности нахождения кластерной вычислительной системы в состояниях эффективного функционирования по выражению (2).

Таким образом, разработанная методика позволяет получить гарантированную в теоретико-игровом смысле оценку нахождения реконфигурируемой вычислительной системы в состояниях эффективного функционирования в системах управления реального времени, учитывающей структуру проблемно-ориентированных вычислителей, при деградации её структуры в результате отказов отдельных элементов базовых модулей.

Кроме того, на основе полученных оценок могут быть реализованы алгоритмы оптимизации процессов поиска и устранения дефектов РВС. Для малого числа реализаций игровой ситуации применимы модели и методы решения смешанного расширения матричных игр неклассического типа, представленные в [13].

## Литература:

- 1. Наумов А. Блейд-система T-Blade 2 // СуперКомпьютеры, 2010. № 1. С. 46, 47.
- 2. ГОСТ Р 51901.15-2005 Менеджмент риска. Применение марковских методов. М.: Стандартинформ, 2005.
- 3. Строцев А.А. Методика теоретико-игровой оценки нахождения кластерной вычислительной системы в состояниях эффективного функционирования на основе марковской модели // В сб. «Суперкомпьютерные технологии (СКТ-2012) // Материалы 2-й Всероссийской научно-технической конференции. Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2012. 410 с». С. 192 196.
- 4. Дмитренко Н.Н., Каляев И.А., Левин И.И., Семерников Е.А. Реконфигурируемые вычислительные системы для решения вычислительно трудоёмких задач // В сб. «Труды Всероссийской научной конференции (22-27 сентября 2008 г., г. Новороссийск).- М.: Издво МГУ, 2008. 468 с. ISBN 978-5-211-05616-9». С. 265 270.
- 5.Алдышев О.С., Дикарев Н.И., Овсянников А.П. и др. СуперЭВМ: области применения и требования к производительности // Известия ВУЗов. Электроника, 2004.  $\mathbb{N}$ 1. С.13–17.
- 6. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. -С.-Пб.: «БХВ-Петербург», 2002. -599 с.

- 7. Каляев И.А., Левин И.И. Модульно-наращиваемые многопроцессорные системы со структурно-процедурной организацией. М.: Янус-К, 2003. 380 с.
- 8. Каляев И.А., Левин И.И. Семерников Е.А., Шмойлов В.И. Реконфигурируемые мультиконвейерные вычислительные структуры / Под ред. И.А. Каляева. Ростов-на-Дону: Издательство ЮНЦ РАН, 2008. 320 с.
- 9. Авиженис А. Отказоустойчивость свойство, обеспечивающее постоянную работу цифровых устройств // ТИИЭР, 1978. Т.66. №10. С. 5–25.
- 10. Катаев О. В. Методология проектирования отказоустойчивых вычислительных систем // В сб. «Суперкомпьютерные технологии (СКТ-2012) // Материалы 2-й Всероссийской научно-технической конференции. Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2012. 410 с». С. 220 224.
- 11. Макаров Ю.Н., Строцев А.А. Методология исследования сложных организационно-технических систем, функционирующих в конкурентной среде при ограниченных ресурсах. Монография. Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2010. 132 с.
- 12. ГОСТ Р 27.002-2009 (Р 53480-2009). Надёжность в технике. Основные понятия. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2011.
- 13. Строцев А.А. Построение смешанного расширения матричной игры «неклассического» типа // Изв. РАН. Теория и системы управления. -1998. -№ 3. C. 119–124.