Методы математического моделирования при оптимизации параметров энерго-ресурсосбережения стирально–отжимных машин

А. И.Набережных, А. В. Куприянов

Для прачечного оборудования основными критериями энерго-ресурсосбережения является: расход электроэнергии, воды, СМС на 1 кг стираемых изделий с обеспечением нормируемых показателей качества стирки полоскания и отжима. На этапе проектирования и производства стирально-отжимных машин критериями энерго ресурсосбережения являются массогабаритные и себестоимость её изготовления.

В настоящее время недостаточно точных представлений о путях достижения оптимальных результатов энерго-ресурсосбережения на этапе изготовления и эксплуатации стирально-отжимных машин одновременно по всем вышеперечисленным критериям. В рамках данной статьи авторами рассматривается теоретические основы динамики перемещения изделий из ткани во вращающемся барабане, являющейся основой для математического моделирования процесса восстановления гигиенических и потребительских свойств изделий из ткани.

Известно, что на энерго-ресурсосберегающие процессы стирки влияют многочисленные конструкторско-технологические факторы [1]: геометрические размеры барабана т.е. объём барабана, диаметр и длинна барабана; G-фактор и частота вращения барабана; количество и форма гребней; качество воды (жесткость) и температура моющего раствора; качество моющего средства и его концентрация; временной фактор (длительность стирки и полоскания); структура вращения барабана (реверсивное вращение барабана или безреверсивное вращение барабана, длительность вращения в одну и противоположную сторону и пауза между ними.

Рассмотрим вопросы влияния конструктивно-технологических факторов и способов стирки на функциональные показатели стирально-отжимных машин барабанного типа.

В настоящие время для профессиональных стиральных машин как отечественного так и зарубежного производства важнейшим показателем, определяющим их массогабаритные показатели является объёмный модуль:

$$\mathrm{M} = \frac{\mathrm{V_б}}{\mathrm{m_{вс}}} = 10\,\text{дм}^3/\text{кг} = const, \qquad (1)$$

где $\mathrm{V_б}$ – геометрический объём барабана, дм^3 , $\mathrm{m_{вс}}$ – загрузочная масса ткани изделий в воздушно сухом состоянии.

Как правило завод изготовитель выпускает параметрический ряд стиральных машин, определяемой загрузочной массой $\mathrm{m_{вс}}$. Например, ОАО "Вяземский машиностроительный завод" выпускает стирально-отжимные машины с загрузочной массой $\mathrm{m_{вс}}$:7 кг, 10 кг, 15 кг, 20 кг, 30 кг,40 кг, 60 кг. (в перспективе разработка стиральных машин на 75 кг и 100 кг).

При известной загрузочной массе $\mathrm{m_{вс}}$ и объёмном модуле определяется геометрический объём барабана

$$\mathrm{V_б} = \mathrm{M} \cdot \mathrm{m_{вс}}\,,\text{дм}^3 \qquad (2)$$

где $\mathrm{m_{вс}}$ – загрузочная масса изделия в сухом состоянии; М – объёмный модуль это объём барабана приходящийся на 1 кг. загрузочной массы изделий,дм^3/кг(М=10 дм^3/кг=const);

Далее перед проектировщиком стоит задача рассчитать диаметр и длину барабана, расчётная схема которой представлена на рисунке 1.

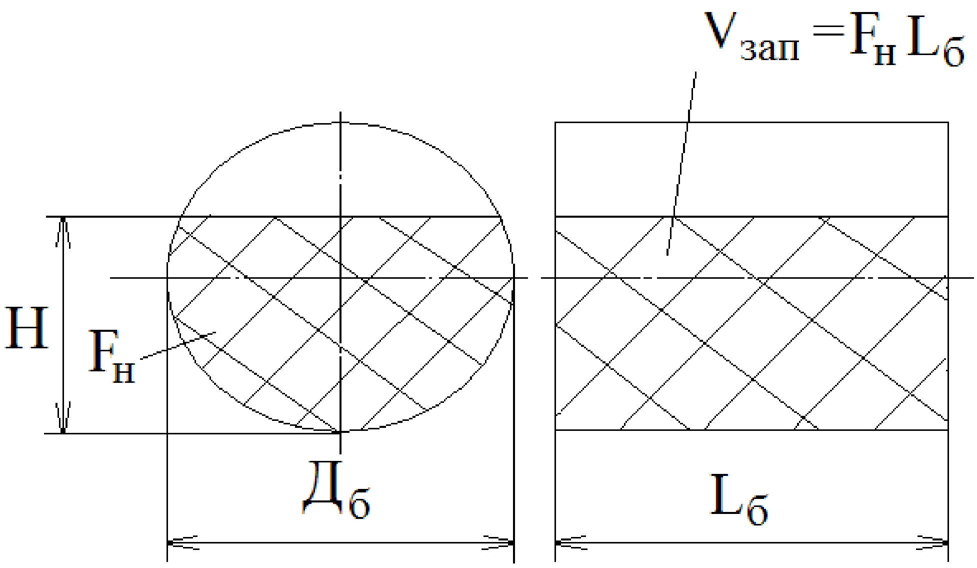

Рис.1.Расчётная схема.

$Д_б$ – диаметр барабана; $L_б$ – длина барабана; H – высота заполнения смоченной тканью изделий загрузочной массой $m_{вс}$; $F_Н$ – площадь поперечного заполнения смоченной тканью изделий загрузочной массой $m_{вс}$; $V_{зап} = F_Н \cdot L_б$ – объём заполнения смоченной тканью изделий загрузочной массой $m_{вс}$; $m_{вс}$ – загрузочная масса изделий в воздушно сухом состояния для параметрического ряда для проектируемых машин (7, 10,15,18,20,30,40,60,75,100 кг).

$$V_б = m_{вс} M = \frac{\pi Д_б^2}{4} L_б = \frac{\pi Д_б^2}{4} K_L Д_б = \frac{\pi Д_б^3}{4} K_L, \quad (3)$$

$$\text{Отсюда} \quad Д_б = \sqrt[3]{\frac{4 m_{вс}}{\pi K_L} M}, \quad (4)$$

где $K_L = \frac{L_б}{Д_б}$ – коэффициент длины барабана.

Оптимальное значение коэффициента длины барабана характеризуется выражением: $K_L = 2\sin 18° = \sqrt{1{,}25} - 0{,}5 = 0{,}618033889$, то есть определяется числом золотого сечения.

Степень заполнения объёма барабана K_c смоченной тканью изделий определяется по формуле:

$$K_c = \frac{\upsilon_c}{M} = \frac{V_{заг}}{V_б} = \frac{F_Н}{S_{кр}} = \frac{4F_Н}{\pi Д_б^2} = 0{,}7 \pm 0{,}05, \quad (5)$$

где $M = \frac{V_б}{m_{вс}} = 10\,дм^3/кг = const$– объёмный модуль;

$\upsilon_c = 0{,}007 \pm 0{,}0005\,{}^{м^3}/_{кг}$ или $\upsilon_c = 7 \pm 0{,}5\,{}^{дм^3}/_{кг}$ удельный объём смоченной ткани

изделий (измеряемая величина экспериментально с высокой степенью точности в мерном цилиндре);

Тогда диаметр барабана определяется по формуле:

$$Д_б = \sqrt[3]{\frac{4m_{вс}}{\pi K_L}\frac{\upsilon_c}{K_c}}, \qquad (6)$$

где K_c - коэффициент длины барабана определяется по формуле:

$$K_L = \frac{4m_{вс}\upsilon_c}{\pi K_c Д_б^3} = 0{,}618033889. \qquad (7)$$

Для оценки интенсивности механического воздействия во время стирки на изделия, такие показатели как загрузочная масса, скорость вращения, частота оборотов барабана недостаточно информативна. Поэтому в таких случаях пользуются обобщенными показателями, например G-фактор ($\mathbf{K_{gб}}$), который определяет характер и динамику перемещения смоченных тканей изделия во вращающемся барабане, а также качество стирки и качество полоскания. G-фактор ($\mathbf{K_{gб}}$), определяется отношением центробежного ускорения $a_ц$на внутренней поверхности обечайке барабана к ускорению силы тяжести (g=9.810665 м/с^2) и определяется по формуле:

$$K_{gб} = \frac{a_ц}{g} = \frac{\omega^2 \cdot R_б}{g} = \left(\frac{\pi \cdot n_б}{30}\right)^2 \cdot \frac{R_б}{g} = 0.001118244 \cdot n_б^2 \cdot R_б, \qquad (8)$$

Центробежное ускорение на обечайке барабана расчитывается по формуле:

$$\boldsymbol{a}_ц = \boldsymbol{\omega}_б^2 \cdot \boldsymbol{R}_б, \frac{м}{с^2} \qquad (9)$$

где $\boldsymbol{R}_б$**,** -радиус барабана в м;.

$$\boldsymbol{\omega}_б = \frac{\boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{n}_б}{\mathbf{30}} \text{рад/с.} - \text{угловая скорость вращения барабана}, \qquad (11)$$

где $\boldsymbol{n}_б$, – частота вращения барабана в об/мин.

При известном значении $\mathbf{K_{gб}}$частота вращения барабана определяется по формуле;

$$\boldsymbol{n}_б = \mathbf{29.9103}\sqrt{\frac{\mathbf{K_{gб}}}{\boldsymbol{R}_б}} \qquad (12)$$

Краевые значения G-фактора определяются из уравнения (12) $K_{gб} = 0$, при n=0, т.е. барабан не вращается. По графику рис.3 определяется минимальное значение G-фактора $K_{gб}=\sqrt{5/9}=0{,}7454$

Формула (12) учитывает кинетическую энергию приобретаемую изделиями при отрыве от обечайки барабана.

Верхнее значение G-фактора определяется исходя из условий движения изделий в барабан, с учётом кинетической и потенциальной энергии выделяемой при ударе изделия об обечайку барабана.

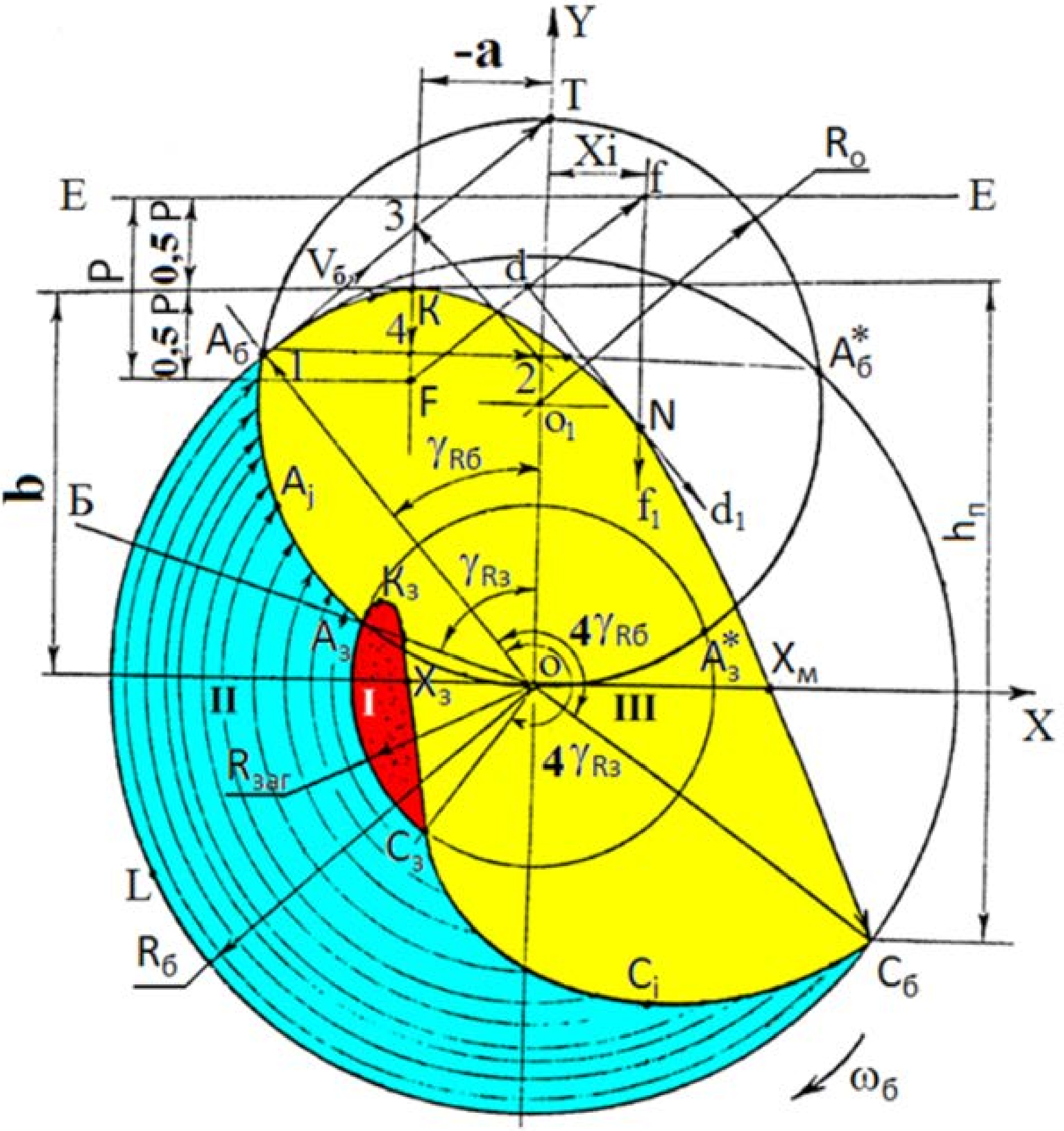

Рис 2. Графоаналитическое построение перемещения ткани изделий во вращающемся барабане СМ.

$R_б$ – радиус барабана; $\omega_б$ – угловая частота вращения барабана, рад/сек; $R_о$ – радиус окружности отрыва; $R_{заг}$ – предельный радиус загрузки; $\gamma_{Rб}$ и $\gamma_{Rз}$ – углы отрыва по внешнему и внутреннему слою; P – параметр параболы; F – фокус параболы; K – вершина параболы; $h_п$ – высота падения; $A_б$, A_i, $A_з$ – линия отрыва; $C_б$, C_i, $C_з$ – линия встречи; N – точка параболы, определяемая графическим построением; $X_м$ – координаты пересечения параболы с осью OX; I – зона комкования; II – зона подъема; III – зона свободного полета.

Единичная масса единицы стираемого изделия из ткани (рис.2) после отрыва со своей орбиты радиуса R_i достигает апогея, используя кинетическую энергию вертикальной составляющей скорости отрыва, и далее падает пол действием силы тяготения до встречи с обечайкой барабана. При ударе выделяется энергия, характеризующая гидромеханические свойства барабана стиральной машины и обуславливающая её основные показатели, в частности, показатель качества отстирываемости [3].

Кинетика процесса перемещения изделий из ткани представлена на рис.2, а математический аппарат, позволяющий определить траекторию перемещения изделий из ткани в барабане достаточно полно представлен в [1].

В точке отрыва единичная масса имеет следующий запас энергии, сообщаемый ей барабаном:

$$W^0 = W_п^0 + W_к^0, \tag{13}$$

где $W_п^0$, - потенциальная энергия единичной массы в точке отрыва; $W_к^0$, - кинетическая энергия единичной массы в точке отрыва.

Относительно оси ОХ:

$$W_п^0 = m \cdot g \cdot R_i \cdot \cos(\gamma_i). \tag{14}$$

$$W_к^0 = \frac{m \cdot V_л^2}{2} = \frac{m \cdot \omega_б^2 \cdot R_i^2}{2}.$$

Так как $\frac{\omega_б^2 \cdot R_i^2}{g} = \cos(\gamma_i)$, то

$$W_к^0 = \frac{m \cdot g \cdot R_i \cdot \cos(\gamma_i)}{2}. \tag{15}$$

Из уравнений (13), (14), (15) следует:

$$W^0 = \frac{3}{2} \cdot m \cdot g \cdot R_i \cdot \cos(\gamma_i), \tag{16}$$

представлены на рисунке 3.

В точки встречи в момент времени сразу после удара запас энергии определяется выражением:

$$W^в = W_п^в + W_к^в, \tag{17}$$

$$W_п^в = m \cdot g \cdot R_i \cdot \cos\gamma_i (1 - 4\sin^2\gamma_i),$$

$$W_к^в = \frac{m \cdot g \cdot R_i \cdot \cos(\gamma_i)}{2},$$

$$W^в = m \cdot g \cdot R_i \cdot \cos\gamma_i \left(\frac{3}{2} - 4\sin^2(\gamma_i)\right). \tag{17.1}$$

Разность W^0 и $W^в$ позволяет оценить гидромеханическое воздействие барабана стиральной машины на единичную массу с данной орбиты радиусом R_i:

$$\Delta W^г = W^0 - W^в = 4 \cdot m \cdot g \cdot R_i \cdot \cos(\gamma_i) \cdot \sin^2(\gamma_i), \tag{18}$$

$$\Delta W^г = 4 \cdot m \cdot g \cdot R_i^2 \cdot \frac{K_{gRб}}{R_б} \cdot \left(1 - \left(R_i \cdot \frac{K_{gRб}}{R_б}\right)^2\right).$$

$$W_п = 4 \cdot m \cdot g \cdot L_б \cdot \frac{K_{gRб}}{R_б} \int_{R_з}^{R_б} \int_0^{\omega_б} R_i \cdot R_i^2 \left(1 - \left(R_i \cdot \frac{K_{gRб}}{R_б}\right)^2\right) \cdot d\alpha_i \cdot dR_i \tag{19}$$

Подставим в уравнение (19) вместо $\omega_б$ её значение на формулы:

$$W_п = 4 \cdot m \cdot g \cdot L_б \left(\frac{g \cdot K_{gRб}}{R_б}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{R_i^4}{4} - \frac{R_i^6}{6} \cdot \frac{K_{gRб}^2}{R_б^2}\right)\Bigg|_{R_з}^{R_б}. \tag{20}$$

Приравняв нулю первую производную от (20) по $K_{gRб,}$ и решив получившееся уравнение относительно коэффициента центробежного ускорения $K_{gRб}$, можно найти оптимальное значение скорости вращения для заданного значения коэффициента загрузки k_c.

В частности рассмотрим случай полной допустимой загрузки барабана при $R_з = 2/3 \cdot R_0{:}R_б = 1;\ R_з = \frac{1}{3} \cdot \frac{R_б}{K_{gRб}}$, то получим:

$$\frac{dW_п}{dK_{gRб}} = \frac{3}{8} - \frac{7}{12} \cdot K_{gRб}^2 + \frac{5}{2 \cdot K_{gRб}^4} \cdot \left(\frac{1}{324} - \frac{1}{4374}\right) = 0. \qquad (21)$$

Решением уравнения (21) с точностью до 6 знай после запятой будет значение $K_{gRб} = 0{,}8186145$ Каждая орбита радиусаR_i имеет свои энергетические характеристики, определяемые уравнением (21). Максимум в уравнении достигается при $\frac{dW^г}{dR_i} = 0, K_{gRб} = const.$

$$4m \cdot g \cdot \frac{K_{gRб}}{R_б} \cdot \left[2 \cdot R_i \cdot \left(1 - R_i^2 \cdot \frac{K_{gRб}^2}{R_б^2}\right) - 2 \cdot R_i^2 \cdot R_i \cdot \frac{K_{gRб}^2}{R_б^2}\right] = 0. \quad (22)$$

После раскрытия скобок и упрощения получим:

$$2 \cdot R_i - 4 \cdot R_i^3 \cdot \frac{K_{gRб}^2}{R_б^2} = 0$$

$$2 \cdot R_i \cdot \left(1 - 2 \cdot R_i^2 \cdot \frac{K_{gRб}^2}{R_б^2}\right) = 0,$$

$$R_i^2 = \frac{R_б^2}{2 \cdot K_{gRб}^2},$$

$$R_i = \frac{R_б}{K_{gRб}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}, \qquad (23)$$

что соответствует углу отрыва: $\gamma = 45°$.

Максимальное значение запаса энергии, сообщаемой барабаном единичной массе ткани изделий, достигается при условии:

$$-\frac{dW^г}{dR_i} = 0, R = \text{const}.$$

После преобразования получим:

$$1 - 3 \cdot \frac{R_i^2}{R_б^2} \cdot K_{gRб}^2 = 0, \qquad (24)$$

$$\frac{R_б^2}{3 \cdot R_i^2} = K_{gRб}^2. \qquad (25)$$

Из (24) следует, что при любом значении коэффициента $K_{gRб}$ максимальное значение запаса энергии, сообщаемой барабаном единичной массе, достигается для той орбиты, точка отрыва которой соответствует значению $\gamma = 45°$.

Из уравнения (25) следует, что при любом радиусе R_i , максимальное значение запаса энергии, сообщаемой барабаном единичной массе ткани изделий, достигается при значении коэффициента центробежного ускорения, равного:

$$K_{gRб} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{R_б}{R_i}\ . \qquad (26)$$

Оптимальное значение $\mathbf{K_{gб}}$ определяется такой частотой вращения барабана, при котором обеспечивается максимальное значение суммы высот падения изделий $\boldsymbol{h_i}$ (рис 2) для всех слоев изделия с радиусом $\boldsymbol{R}_п$

Введём понятие параметрического радиуса барабана, который определяется по формуле:

$$\boldsymbol{R}_{\text{п}} = \frac{\boldsymbol{R_i}}{\boldsymbol{R}_{\text{б}}} \quad , \tag{27}$$

где $\boldsymbol{R_i}$ текущий радиус по слоям изделий, которые прижимаются и поднимаются обечайкой барабана за счет центробежных сил.

Тогда, высота падений изделий h_i (рис 3) определяется по формуле:

$$\boldsymbol{h_i = 4.5 \cdot R_{\text{б}}} \cdot \text{К}_{\boldsymbol{g}\text{б}} \cdot \left(\boldsymbol{R_{\text{п}}^2 - R_{\text{п}}^4 \cdot K_{\text{gб}}^2}\right), \tag{28}$$

где $\boldsymbol{R}_{\text{п}}$ - параметрический радиус изменяется от 0 до 1, а $\boldsymbol{R_{\text{б}} = 1}$

Расчётные значения h_i при изменении параметрического радиуса $\boldsymbol{R}_{\text{п}}$от 0 до 1 и значениях $\text{К}_{g\text{б}}$, от 0 до 1,. представлены на рис. 4

На основание расчетных данных строится зависимость S_i от $\text{К}_{g\text{б}}$ (рис. 4). Для нахождения оптимального значения G-фактора использован классический [5] принцип максимума, сведенный до краевой задачи, где граничными уровнями является G-фактор. Решение задачи получено графоаналитическим путем описанный множеством данных с полиноминальным законом распределения и коэффициентом достоверности, состава соответствующим R-0.998. Получение значения максимума соответствует 0,7413 и f(Si) $\rightarrow$max и f($\text{Kg}_{\text{б}}$)$\rightarrow$0,7453, f(γ)$\rightarrow$45° - оптимальный угол отрыва. Условия оптимальности являются достаточными и не требуют дополнительной проверки на оптимум

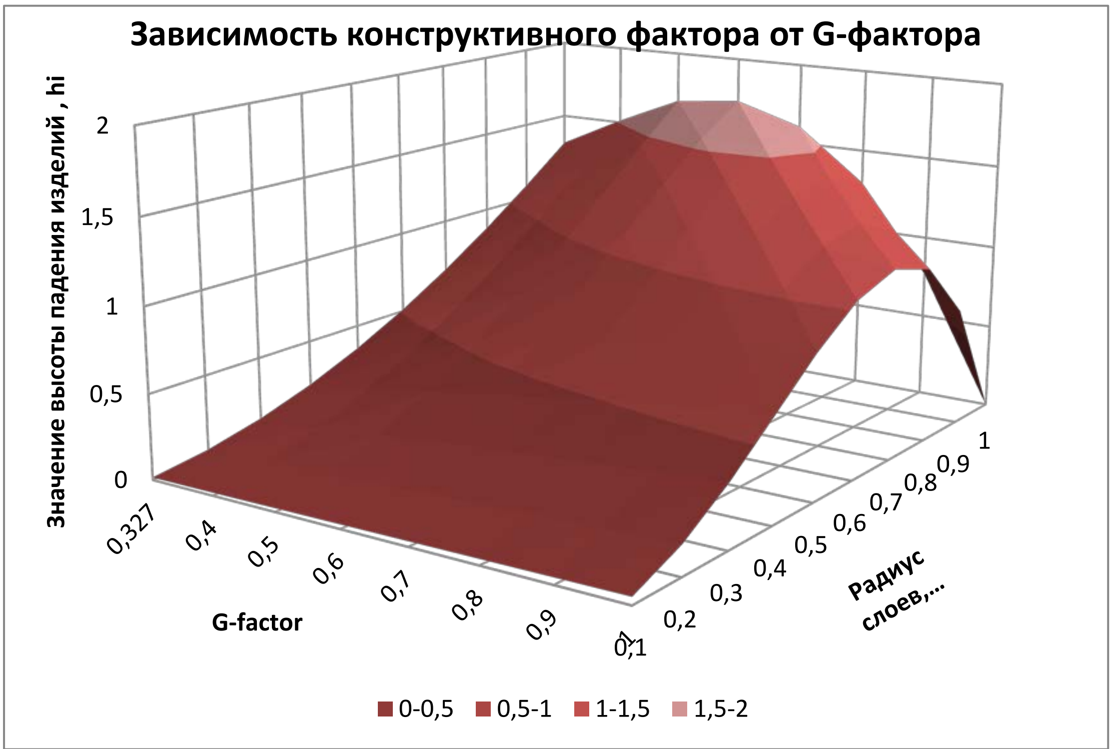

Рис 3 Оптимизация значения $\mathbf{K}_{\mathbf{g}\text{б}}^{\text{оп}}$

На основание расчетных данных строится зависимость h_i от $R_{\text{П}}$ при изменении значений $\text{К}_{g\text{б}}$ от 0,327 до 1 (рис. 3).

Далее рассчитываются площади S_i под кривыми$К_{gб}$ (рис.4):

$$S_i = 1{,}5 \cdot К_{gб} - 0{,}9К_{gб}{}^3$$

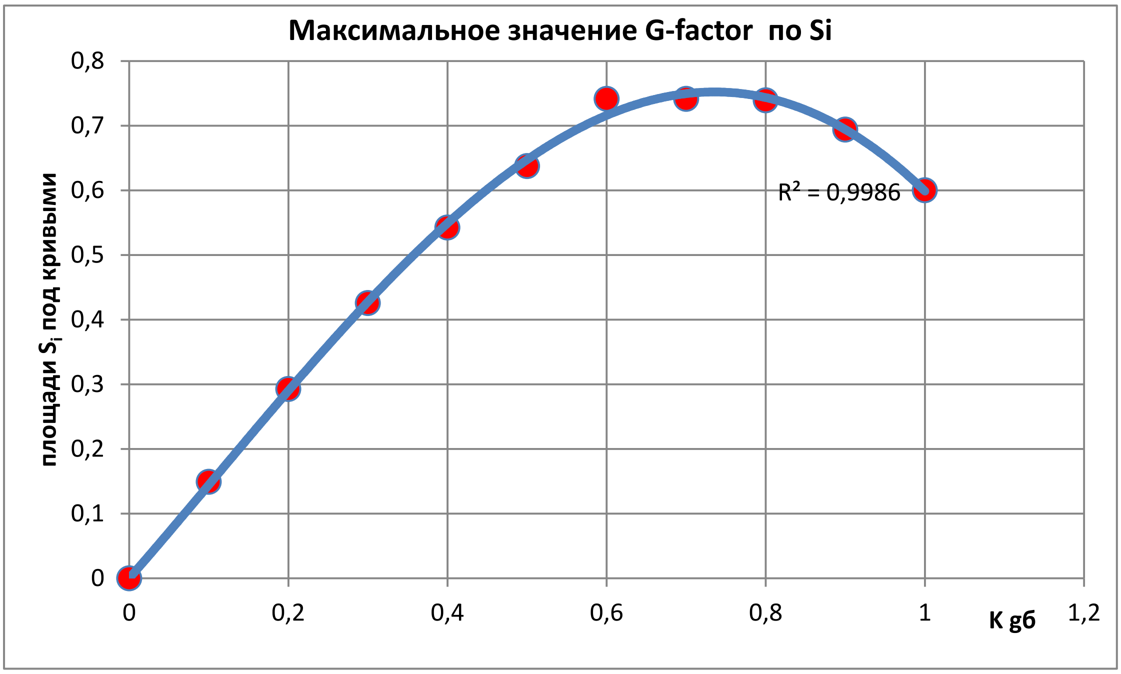

Рис 4 Определение максимального значение $S_{мах}$ и $К_{gб}^{мах}$

Заключение. Исследование существующих закономерностей кинетики перемещения изделий из ткани во вращающемся барабане СОМ [1] позволил авторам разработать математический аппарат моделирования процессов стирки. Такая модель достоверно описывает основные нагрузки на поток обрабатываемого в барабане материала, что позволило моделировать разные конструктивные параметры на выходе математической системы. Адекватность [3] полученной модели характеризуется значением основного параметра интенсификации механического фактора, путем решения задачи конечномерной оптимизации, обеспечивающие минимальное значение относительной погрешности моделирования.

В данной работе получено решение оптимизационной задачи, по определению максимальной высоты падения изделий из ткани в барабане в процессе стирки, с минимальной окрестностью данных искомой величины. В рамках решения этой задачи, согласно полученным зависимостям рассчитана величина оптимального G-фактора, соответствующей максимальной высоте паления. Решение такой задачи является основой ресурсосберегающего совершенствования процессов стирки, полоскания и отжима являются актуальными инструментами проектировщика профессионального прачечного оборудования.

Литература

1. Набережных А.И. Бытовые стиральные машины [Текст]*/ А.И. Набережных, Л.В. Сумзина : учебное пособие. – М.: МГУ Сервиса, 2000. – 176 с.
2. Лебедев, В. С. Технологические процессы машин и аппаратов в производствах бытового обслуживания [Текст]*/ В.С.Лебедев. – М.: Лёгпромбытиздат, 1991.– 335 с.

3. Набережных А.И., Куприянов А.В. Теория и практика создания современных стиральных машин для бытового обслуживания с безреверсивным процессом стирки [Текст]*/ А.И. Набережных, А.В. Куприянов/ Наука сервису: Х-ая межд. научн.-практ. конф. 2Т. под ред. д-ра техн. наук проф. В.С. Шуплякова. – М. : ГОУВПО «МГУС», 2005. – 165с.

4. Набережных А.И., Куприянов А.В. Исследование влияния температурного фактора на качество стирки [Текст]*/ А.И. Набережных, А.В. Куприянов/ В мире научных открытий. Красноярск: НИЦ, – 2011. – №8.1 (20). – 196 с. – С. 357-369.