

## Расчет удельных приростов потерь по матрице узловых проводимостей сети

*Е.Ю. Микаэльян*

*Ростовский государственный университет путей сообщения*

**Аннотация:** Расчеты режимов электрической сети основываются на определении потерь электроэнергии при транспортировке. Используемые методы расчета основаны на использовании метода Ньютона и матрицы Якоби. Рассматриваемый вариант расчета (путем ряда преобразований) с небольшим количеством итераций позволяет получить такие же результаты, как и при использовании метода Ньютона.

**Ключевые слова:** матрица узловых сопротивлений, комплексное сопротивление, удельные приросты, потери электрической энергии, компенсирующие устройства, алгоритм, квадратичная модель, математическая модель.

Большинство оптимизационных расчетов режимов электрической сети основано на определении удельных приростов потерь [1-6]. Имеются соответствующие конечные формулы, использующие параметры токораспределения [7], что требует, однако, трудоемкой операции по определению матрицы узловых сопротивлений. Методика для расчета удельных приростов потерь предложенная в [8] и получившая широкое использование [9] основана на дифференцировании сложных и неявных функций и предусматривает вычисление  $\sigma_{P_i}$ ,  $\sigma_{Q_i}$  по параметрам режима сети.

Такой подход хорошо вписывается в процедуру расчета установившегося режима сети методом Ньютона с использованием матрицы Якоби для величин небалансов мощностей по узлам. Здесь исходная система узловых уравнений в комплексной форме  $M - go$  порядка представляется в виде системы уравнений удвоенной размерности в вещественной форме.

Между тем в ряде случаев целесообразно сохранить комплексную форму уравнений, а метод Ньютона применить в форме линеаризации уравнения узловых мощностей [10]. Если при этом оптимизация ведётся в виде трех последовательных этапов – определение параметров установившегося режима, соответствующих величин удельных приростов и дооптимизация, то в качестве коэффициентов при неизвестных на всех этих этапах можно использовать, как

оказывается, матрицу узловых проводимостей. В рамках данной статьи рассмотрен лишь второй этап расчета.

Согласно [8], искомые удельные приросты определяются следующей системой вещественных уравнений порядка  $2M$

$$\begin{pmatrix} \left( \frac{\partial P}{\partial U'} \right) \left( \frac{\partial Q}{\partial U'} \right) \\ \left( \frac{\partial P}{\partial U''} \right) \left( \frac{\partial Q}{\partial U''} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_P \\ \sigma_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left( \frac{\partial \Delta P}{\partial U'} \right) \\ \left( \frac{\partial \Delta P}{\partial U''} \right) \end{pmatrix} \quad (1)$$

где  $U', U''$  — составляющие напряжения в узлах в декартовой системе координат.

Матрица коэффициентов исходной системы (1) представляет собой транспонированную матрицу Якоби, рассчитываемую по исходному режиму работы сети. Формулы для элементов матрицы Якоби и для элементов столбцовой матрицы в правой части (1) приведены в [8].

Запишем систему (1) для  $i$ -го узла сети в следующем виде:

$$\frac{\partial P_i}{\partial U'_i} \sigma_{P_i} + \sum_{j=\alpha} \frac{\partial P_i}{\partial U'_i} \sigma_{P_j} + \frac{\partial Q_i}{\partial U'_i} \sigma_{Q_i} + \sum_{j=\alpha} \frac{\partial Q_i}{\partial U'_i} \sigma_{Q_j} = \frac{\partial \Delta P}{\partial U'_i} \quad (2)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial U''_i} \sigma_{P_i} + \sum_{j=\alpha} \frac{\partial P_j}{\partial U''_j} \sigma_{P_j} + \frac{\partial Q_i}{\partial U''_i} \sigma_{Q_i} + \sum_{j=\alpha} \frac{\partial Q_j}{\partial U''_j} \sigma_{Q_j} = \frac{\partial \Delta P}{\partial U''_i} \quad (3)$$

Объединим эти уравнения, вычитая из уравнения (2) уравнение (3)

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial P_i}{\partial U'_i} - j \frac{\partial P_i}{\partial U''_i} \right) \sigma_{P_i} + \sum_{j=\alpha} \left( \frac{\partial P_i}{\partial U'_i} - j \frac{\partial P_i}{\partial U''_i} \right) \sigma_{P_j} + \left( \frac{\partial Q_i}{\partial U'_i} - j \frac{\partial Q_j}{\partial U''_i} \right) \sigma_{Q_i} + \\ & + \sum_{j=\alpha} \left( \frac{\partial Q_i}{\partial U'_i} - \frac{\partial Q_j}{\partial U''_i} \right) \sigma_{Q_j} = \frac{\partial \Delta P}{\partial U'_i} - j \frac{\partial \Delta P}{\partial U''_i} \end{aligned} \quad (4)$$

Используя приведенные в [8] аналитические выражения для различного вида частных производных в (4), после некоторых преобразований, получим для  $i$ -го узла сети:

$$\begin{aligned} & \dot{U}_i Y_{ii}^* (\sigma_{Pi} + j\sigma_{Qi}) + \dot{U}_i Y_{ii}^* (\sigma_{Pi} - j\sigma_{Qi}) - \sum_{j=\alpha} \dot{U}_j Y_{ij}^* (\sigma_{Pi} - j\sigma_{Qi}) - \\ & - \sum_{j=\alpha} \dot{U}_j Y_{ij}^* (\sigma_{Pi} + j\sigma_{Qi}) = 2 \sum_{j=\alpha} g_{ij} (\dot{U}_i - \dot{U}_j) \end{aligned} \quad (5)$$

Перенесем сопряженное комплексное значение удельных приростов  $(\sigma_{Pi} - j\sigma_{Qi})$  из левой части уравнения (5) в правую. Тогда система уравнений для всех  $M$  узлов электрической сети приобретает следующий матричный вид:  $Y \cdot U_{\Delta} \cdot \dot{\sigma} = 2 \cdot G(U - 1U_0) - \sigma_{\Delta} Y(U - 1U_0)$  (6)

где  $\dot{U}$  — вектор-столбец напряжения в узлах;

$U_0$  — напряжение балансирующего узла;

$G = \text{Re } \dot{Y}$  - активная проводимость;

$\Delta$  — (индекс) обозначает диагональную матрицу.

Структура полученного выражения (6) такова, что объединить левую часть с последней составляющей в правой части не представляется возможным, поэтому найти искомые комплексные величины  $\dot{\sigma}$  можно только итерационным путем.

Данную процедуру можно упростить, сделав замену переменных:

$X = U_{\Delta} \dot{\sigma}$ . Теперь уравнение (6) приобретает следующий расчетный вид:

$$Y \cdot X = 2 \cdot G U_{\Delta} - X_{\Delta} \dot{U}_{\Delta}^{-1} \cdot I \quad (7)$$

где  $U_{\Delta} = U - 1U_0$

Тогда определение искомого столбца  $X_0$  можно, представить в виде следующего алгоритма.

На первом этапе определяется начальное приближение неизвестных,

$$\text{согласно системе } Y X_0 = 2 \cdot G U_{\Delta} \quad (8)$$

Далее имеем

$$Y \cdot X_1^* = 2 \cdot G U_{\Delta}^* - X_{0,Д}^* \dot{U}_{Д}^{-1} \cdot I^* \quad (9)$$

Расчеты по данному алгоритму показали, что соответствующий итерационный процесс обладает быстрой сходимостью благодаря достаточно точному первому приближению  $X_0$ . Эта точность обусловлена тем, что соотношение (8) представляет собой самый совершенный вариант квадратичной модели рассматриваемой задачи. Действительно, поскольку  $2G = Y + \dot{Y}^*$ , то из (6), отбрасывая последнюю составляющую, имеем

$$\dot{\sigma} = \frac{Z}{U_{Д}^*} \cdot (Y + \dot{Y}) \dot{U}_{\Delta} = \frac{(Z I + \dot{Z} I)^*}{U_{Д}^*} = \frac{R I}{U_{Д}^*} \quad (10)$$

Подстановка  $I^* = \tilde{S} / U_{Д}^*$  дает указанную выше квадратичную модель, оперирующую модулями напряжения в узлах,

$$\sigma \approx 2 \dot{U}_{Д}^{-2} R \tilde{S} \quad (11)$$

Если же разрешить (6) относительно  $\dot{\sigma}$ , не отбрасывая последней составляющей, то получим следующее уравнение :

$$\dot{\sigma} = 2 U_{Д}^{-2} \cdot R \cdot \tilde{S} - \frac{Y U Z \sigma_{Д}^*}{U_{Д}^*} \quad (12)$$

Рассмотренный алгоритм иллюстрируется на схеме сети рис.1 [7], где даются генерирующие мощности в узлах 4, 5 и мощности нагрузок в узлах 1,2 в исследуемом режиме.

На рис.2. показана сходимость величин удельных приростов при итеративном решении уравнения (9). Отсюда видно, что в данном случае из-за хорошего первого приближения, согласно (8), можно было бы, ограничиться двумя итерациями.

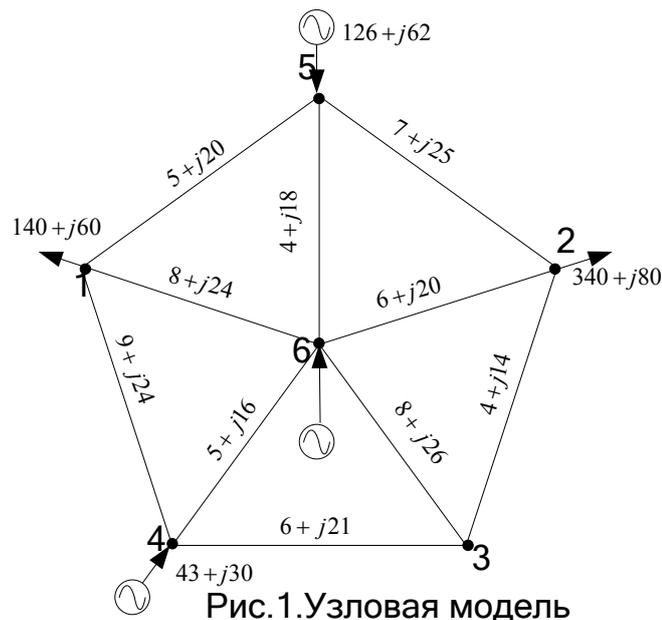


Рис.1. Узловая модель

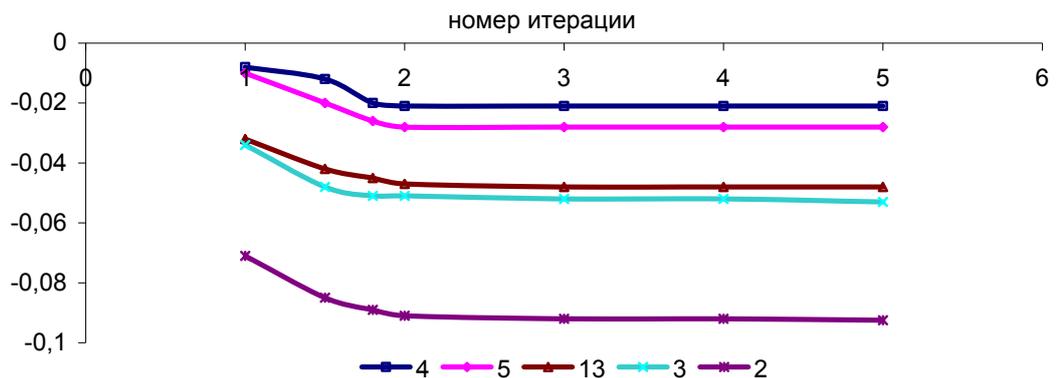


Рис.2. Сходимость удельных потерь

## ВЫВОДЫ

1. Полученная система уравнений (7) позволяет по матрице узловых проводимостей и параметрам установившегося режима электрической сети рассчитывать удельные приросты потерь.

2. Данный метод расчета может быть использован в задачах оптимизации режимов энергосистем, использующих матрицу узловых проводимостей в комплексной форме.

## Литература

- 1 Арзамасцев Д.А., Бартоломей П.И., Холян А.М. АСУ и оптимизация режимов энергосистем. - М.: Высшая школа, 1983. - 208 с.
  - 2 Dixon J.W., Moran L., Rodriguez J., Domke R. Reactive Power Compensation Technologies, State-of-the-Art Review // Proceedings of the IEEE. - 2005 - Vol.93, Dec. - № 12. - Pp. 2144 - 2164.
  - 3 Weng B. Optimal signal reconstruction using the empirical mode decomposition // Euroasip Journal on Advances in Signal Processing. - 2008. - vol. 4. pp. 12-18.
  - 4 Ковалёв И.Н., Фадеев В.В. Квадратичная математическая модель при исследовании компенсации реактивной мощности. //Электричество, 1984, № 4, с.7-13.
  - 5 Микаэльян Е.Ю. Трубицин М.А. Методология системного расчета компенсации реактивных мощностей в электросетях промышленных предприятий и энергосистемах//Инженерный вестник Дона, 2017, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4584](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4584)
  - 6 Микаэльян Е.Ю. Трубицин М.А. Системный расчёт компенсации реактивных мощностей в электрических системах//Инженерный вестник Дона, 2018, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4777](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4777)
  - 7 Гераскин О. Т. Матричные формулы для определения первых частных производных от потерь мощности по активным и реактивным мощностям узлов электрической сети. - Изв. вузов СССР. - Энергетика, 1981, № 8, с. 3-8.
  - 8 Лазебник А. И. Аналитический метод расчета производных от потерь мощности в электрической сети,- В кн.: Применение математических методов и вычислительных машин в энергетике. Кишинев: Изд-во АН Молд. ССР, 1968. Вып. 2, с. 16-23.
  - 9 Горнштейн В.М., Мирошниченко В. П., Пономарев А. В. и др. Методы оптимизации режимов энергосистем / Под ред. Горнштейна В. М. - М.: Энергия, 1981.- 336 с.
-



10 Мельников Н. А. Электрические сети и системы. - М.: Энергия, 1975. - 463 с.

### References

1 Arzamascev D.A., Bartolomej P.I., Holjan A.M. ASU i optimizacija rezhimov jenergosistem [ACS and optimization of modes of power systems]. М.: Vysshaja shkola, 1983. 208 p.

2 Dixon J.W., Moran L., Rodriguez J., Domke R. Reactive Power Compensation Technologies, State-of-the-Art Review. Proceedings of the IEEE. 2005. Vol.93, Dec. № 12. Pp. 2144 – 2164.

3 Weng B. Euroasip Journal on Advances in Signal Processing. 2008. vol. 4. pp. 12-18.

4 Kovaljov I.N., Fadeev V.V. Jelektrichestvo, 1984, № 4, pp.7-13.

5 Mikajel'jan E.Ju. Trubicin M.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4584](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4584)

6 Mikajel'jan E.Ju. Trubicin M.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2018, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4777](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4777)

7 Geraskin O. T. Izv. vuzov SSSR. Jenergetika, 1981, Ms 8, pp. 3-8.

8 Lazebnik A.I. Analiticheskij metod rascheta proizvodnyh ot poter' moshhnosti v jelektricheskoj seti [Analytical method for calculation of derivatives of power losses in the electric network] V kn.: Primenenie matematicheskikh metodov i vychislitel'nyh mashin v jenergetike. Kishinev: Izd-vo AN Mold. SSR, 1968. Vyp. 2, pp. 16-23.

9 Metody optimizacii rezhimov jenergosistem [Methods of optimization of power systems modes] Gornshtejn V.M., Miroshnichenko V. P., Ponomarev A. V. i dr.; Pod red. Gornshtenna V. M. М.: Jenergija, 1981. 336 p.

10 Mel'nikov N.A. Jelektricheskie seti i sistemu [Electrical networks and systems ] М.: Jenergija, 1975. 463 p.