Волноводные свойства открытых планарных связанных нерегулярных композиционных структур

А.И. Киреева, И.П. Руденок

Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет

Аннотация: Рассмотрено взаимодействие собственных и несобственных поверхностных волн нерегулярной планарной композиционной системы, состоящей из связанных анизотропно- градиентных плёнок с диэлектрическим покрытием и подложкой. Получена система связанных интегроквазидифференциальных уравнений относительно амплитудных коэффициентов волн дискретного и непрерывного спектра. Найдены их решения, позволяющие оценить влияние параметров и характеристик сложной среды на особенности и условия преобразования волн различной поляризации.

Ключевые слова: связанные нерегулярные композиционные системы, анизотропноградиентные структуры, системы связанных интегро-дифференциальных уравнений, поверхностные волны дискретного и непрерывного спектра, параметры градиентности элементов тензора диэлектрической проницаемости.

В настоящее время на основе связанных волноведущих структур проектируется широкий круг интегральнооптических элементов и узлов (лазеры с распределённой обратной связью, сверхрешётки и т.д.), в котором доминирующим свойством является управление волноведущими режимами структур, входящих в связанную систему [1-3].

Новые достижения и технологии в создании сложных сред усиливают интерес к этой области, как это уже неоднократно происходило и ранее. Весьма актуальным для будущих приложений и теоретических изысканий с точки зрения роста разнообразия физических эффектов является анализ связанных (несвязанных) структур, имеющих одновременно градиентные, анизотропные и нелинейные среды при изменении их границ по вполне определённому закону [4-6]. Здесь ещё остаются не разрешёнными до конца следующие моменты, касающиеся механизма связи мод смешанного волнового спектра системы, в которой, с одной стороны, происходит обмен энергией между модами дискретного и непрерывного спектра каждого из волноводов, а с другой стороны, процессы взаимодействия и перекачки мод волноводов связанных между собой [4,7-10].

Как правило, анализ таких структур проводится методом связанных волн или численными методами на основе вариационных и проекционных при наличии нерегулярностей одного типа, например, анизотропии материальных характеристик [11,12]. Учёт нескольких типов нерегулярностей, например, композиции анизотропии, градиентности, нелинейности и изменении границ волноведущих структур, в том числе и периодического, многопериодического, почти периодического порождает значительные математические трудности. В первую очередь они связаны с выбором базисов с локальными носителями в специальных конечномерных подпространствах функций или базисов без локальных носителей для лучшей аппроксимации сингулярной части волновых решений поставленной краевой задачи [13-15].

Поэтому представляет интерес изучение пространственно-временных эффектов в таких связанных волноведущих системах указанными методами анализа, включая и отдельно входящих в них нерегулярных композиционных структур и сравнение полученных результатов с регулярными однородными структурами.

Рассмотрим плёночную композиционную систему (рис.1), которая состоит из двух нерегулярных анизотропноградиентных плёнок толщиной, соответственно $2l_1, 2l_2$. Они разделены однородной диэлектрической плёнкой или подложкой толщиной l_0. Внешние бесконечные окружающие слои или покрытие имеют одинаковые материальные характеристики. Покрытие имеет диэлектрическую проницаемость ε_B, а подложка характеризуется материальными характеристиками ε_n, μ_n, причём $\mu_n = \mu_B$.

Ось *Ox* направлена перпендикулярно поверхности слоёв. Распространение волн происходит в направлении оси *Oz*. В рассматриваемой геометрии главные оптические оси тензора диэлектрической проницаемости повёрнуты вокруг оси *Oy*, что позволяет разделять электрические и магнитные волны дискретного и непрерывного спектров двух изолированных волноведущих структур.

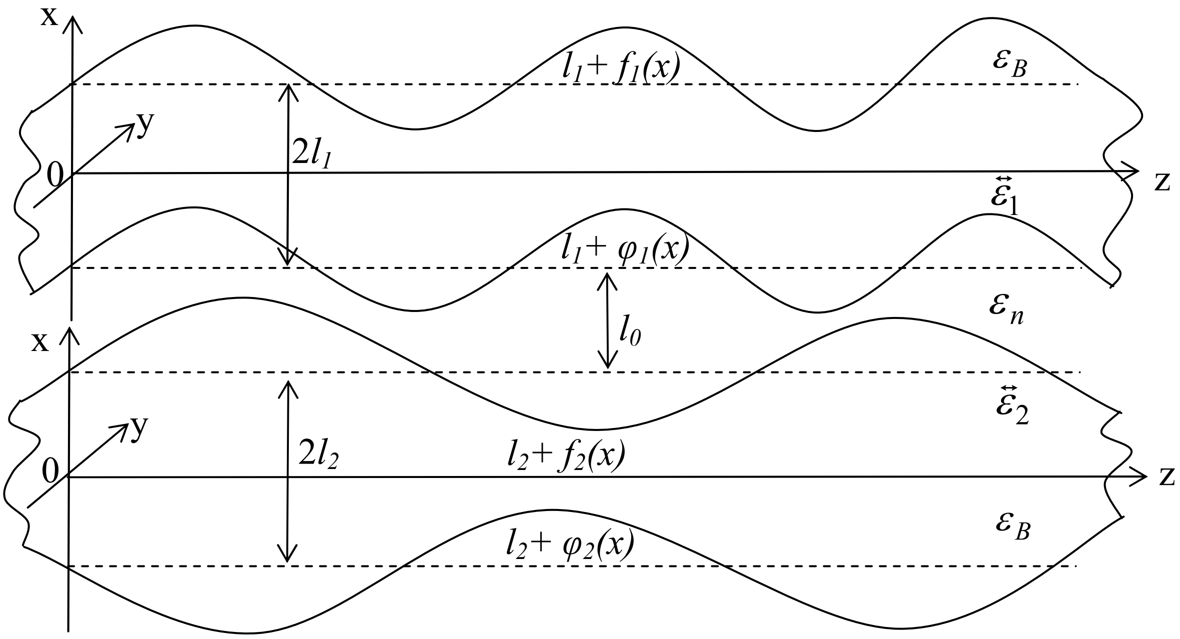

Рис.1. - Геометрия связанных анизотропноградиентных волноведущих структур.

Волноведущие слои имеют тензоры диэлектрической проницаемости вида:

$$\vec{\varepsilon}_1=\begin{bmatrix}\varepsilon_{11}(q_0,q_1,\ldots,q_n,x) & 0 & \varepsilon_{13}(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)\\ 0 & \varepsilon_{22}(q_0,q_1,\ldots,q_n,x) & 0\\ \varepsilon_{31}(q_0,q_1,\ldots,q_n,x) & 0 & \varepsilon_{33}(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)\end{bmatrix}, \qquad (1)$$

$$\vec{\varepsilon}_2=\begin{bmatrix}\tilde{\varepsilon}_{11}(g_0,g_1,\ldots,g_n,x) & 0 & \tilde{\varepsilon}_{13}(g_0,g_1,\ldots,g_n,x)\\ 0 & \tilde{\varepsilon}_{22}(g_0,g_1,\ldots,g_n,x) & 0\\ \tilde{\varepsilon}_{31}(g_0,g_1,\ldots,g_n,x) & 0 & \tilde{\varepsilon}_{33}(g_0,g_1,\ldots,g_n,x)\end{bmatrix}, \qquad (2)$$

В которых элементы зависят от поперечной координаты по обобщённым пространственным распределениям. Например

$$\varepsilon_{11}(q_0, q_1, \ldots, q_n, x) = \varepsilon_{11,m}\left(1 - q_0 - q_1 x - q_2 x^2 - q_3 x^3 - q_4 x^4 - q_5 x^5 - q_6 x^6 - \ldots\right), \qquad (3)$$

а $q_0, q_1, \ldots, q_n; g_0, g_1, \ldots, g_n$ – параметры градиентности среды.

Для анализа волноводных взаимодействий анизотропноградиентных плёнок будут использованы связанные волны, которые ранее в простейших модификациях применялись в волноведущих структурах с однородными материальными характеристиками. Будем считать, что взаимное влияние основных волноведущих слоёв осуществляется через промежуточный слой с диэлектрической проницаемостью ε_n. Иными словами учитываем две несимметричные композиционные структуры сравнения. Возмущение в представленной волноведущей системе определяется близостью открытых структур, изменением их границ по определённым законам и композицией градиентности и анизотропии материальной среды. Результирующий профиль диэлектрической проницаемости получаем в виде:

$$\varepsilon_P(x,z) = \varepsilon_n + F_1(q_0, q_1, \ldots, q_n, x, z) + F_2(g_0, g_1, \ldots, g_n, x, z), \qquad (4)$$

а функция возмущения $F_1(q_0, q_1, \ldots, q_n, x, z)$ для $f_1(z)\{\varphi_1(z)\} > 0$ равна нулю при $x > l_1 + f_1(z), -l_1 + \varphi_1(z) < x < l_1$ и $x < -l_1$; $\pm\delta\vec{\varepsilon}_1(q_0, q_1, \ldots, q_n, x)$, когда $l_1 < x < l_1 + f_1(z)$, $\;-l_1 < x < -l_1 + \varphi_1(z)$.

Функция возмущения $F_2(g_0, g_1, \ldots, g_n, x, z)$ для $f_2(z)\{\varphi_2(z)\} < 0$ равна нулю при $l_2 < x, -l_2 < x < l_2 + f_2(z)$ и $x < -l_2 + \varphi_2(z)$; $\pm\delta\vec{\varepsilon}_2(g_0, g_1, \ldots, g_n, x)$, если $l_2 + f_2(z) < x < l_2$, $-l_2 + \varphi_2(z) < x < -l_2$,

где

$$\delta\vec{\varepsilon}_1(q_0, q_1, \ldots, q_n, x) = \vec{\varepsilon}_1(q_0, q_1, \ldots, q_n, x) - \varepsilon_n,$$

$$\delta\vec{\varepsilon}_2(g_0, g_1, \ldots, g_n, x) = \vec{\varepsilon}_2(g_0, g_1, \ldots, g_n, x) - \varepsilon_n.$$

Получим обобщённые связанные интегроквазидифференциальные уравнения модовых преобразований в волноведущей системе, схематично изображённой на рис. 1. Произвольное распределение электрического и магнитного полей в ней можно представить совокупностью собственных волн смешанного спектра планарных структур сравнения:

$$\begin{aligned} E_y &= \sum_m C_m \cdot E^{(1)}_{y,m}(q_0, q_1, \ldots, q_n, æ_{\mathrm{m}}, x, z) + \\ &+ \sum_\nu D_\nu \cdot E^{(2)}_{y,\nu}(g_0, g_1, \ldots, g_n, \tilde{æ}_\nu, x, z) + \\ &+ \sum \int_0^\infty A(\alpha) \cdot E^{(1)}_y(q_0, q_1, \ldots, q_n, \alpha, x, z)\, d\alpha + \\ &+ \sum \int_0^\infty B(\rho) \cdot E^{(2)}_y(g_0, g_1, \ldots, g_n, \rho, x, z)\, d\rho, \end{aligned} \tag{5}$$

где знак суммы распространяется на прямые и обратные моды дискретного и непрерывного спектра; α, ρ – внешние поперечные волновые числа мод непрерывного спектра. Подставим выражение (5) в приведённое волновое уравнение и получим:

$$\begin{aligned} &\sum_m \left[\frac{\partial^2 C_m}{\partial z^2} - 2j\gamma_m \frac{\partial C_m}{\partial z} + C_m \cdot \omega^2 \mu F_2(g_0, g_1, \ldots, g_n, x, z) \right] E^{(1)}_{y,m}(q_0, q_1, \ldots, q_n, æ_{\mathrm{m}}, x) + \\ &+ \sum \int_0^\infty \left[\frac{\partial^2 A(\alpha)}{\partial z^2} - 2j\gamma(\alpha) \frac{\partial A(\alpha)}{\partial z} + A(\alpha) \cdot \omega^2 \mu F_2(g_0, g_1, \ldots, g_n, x, z) \right] \cdot \\ &\cdot E^{(1)}_y(q_0, q_1, \ldots, q_n, \alpha, x)\, d\alpha + \\ &+ \sum_\nu \left[\frac{\partial^2 D_\nu}{\partial z^2} - 2j\tilde{\gamma}_\nu \frac{\partial D_\nu}{\partial z} + D_\nu \cdot \omega^2 \mu F_1(q_0, q_1, \ldots, q_n, x, z) \right] E^{(2)}_{y,\nu}(g_0, g_1, \ldots, g_n, \tilde{æ}_\nu, x) + \\ &+ \sum \int_0^\infty \left[\frac{\partial^2 B(\rho)}{\partial z^2} - 2j\tilde{\gamma}(\rho) \frac{\partial B(\rho)}{\partial z} + B(\rho) \cdot \omega^2 \mu F_1(q_0, q_1, \ldots, q_n, x, z) \right] \cdot \\ &\cdot E^{(2)}_y(g_0, g_1, \ldots, g_n, \rho, x)\, d\rho = 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Проинтегрируем уравнения (6) по всему поперечному сечению, используя соотношение ортогональности, и получим:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 C_l}{\partial z^2} - 2j\gamma_l \frac{\partial C_l}{\partial z} + \sum_m C_m \Phi_{ml}(q_0, g_0, \ldots, q_n, g_n, æ_{\mathrm{m}}, æ_1, z) + \\
&+ \sum \int_0^\infty A(q_0, g_0, \ldots, q_n, g_n, æ_1, \alpha, z) F_l(q_0, g_0, \ldots, q_n, g_n, æ_1, \alpha, z) d\alpha + \\
&+ \sum_\nu D_\nu P_{\nu l}(q_0, g_0, \ldots, q_n, g_n, æ_1, \tilde{æ}_\nu, z) + \\
&+ \sum \int_0^\infty B(\rho) T_l(q_0, g_0, \ldots, q_n, g_n, æ_1, \rho, z) d\rho = 0. \\
&\frac{\partial^2 A(\alpha')}{\partial z^2} - 2j\gamma(\alpha') \frac{\partial A(\alpha')}{\partial z} + \sum_m C_m \Upsilon(q_0, q_1, \ldots, q_n, æ_{\mathrm{m}}, \alpha', z) + \\
&+ \sum \int_0^\infty A(\alpha) \Psi(q_0, q_1, \ldots, q_n, \alpha, \alpha', z) d\alpha + \\
&+ \sum_\nu D_\nu R_\nu(q_0, g_0, \ldots, q_n, g_n, \tilde{æ}_\nu, \alpha', z) + \\
&+ \sum \int_0^\infty B(\rho) Q(q_0, g_0, \ldots, q_n, g_n, æ_1, \alpha', \rho, z) d\rho = 0. \\
&\frac{\partial^2 D_l}{\partial z^2} - 2j\tilde{\gamma}_l \frac{\partial D_l}{\partial z} + \sum_\nu D_\nu O_{\nu l}(g_0, g_1, \ldots, g_n, \tilde{æ}_1, \tilde{æ}_\nu, z) + \\
&+ \sum \int_0^\infty B(\rho) \check{Q}_l(g_0, g_1, \ldots, g_n, \tilde{æ}_1, \rho, z) d\rho + \\
&+ \sum_m C_m \varPi_{ml}(q_0, g_0, \ldots, q_n, g_n, æ_{\mathrm{m}}, \tilde{æ}_1, z) \\
&+ \sum \int_0^\infty A(\alpha) K_l(q_0, g_0, \ldots, q_n, g_n, \tilde{æ}_1, \alpha, z) d\alpha = 0. \\
&\frac{\partial^2 B(\rho')}{\partial z^2} - 2j\tilde{\gamma}(\rho') \frac{\partial B(\rho')}{\partial z} + \sum_\nu D_\nu \check{L}_\nu (g_0, g_1, \ldots, g_n, \tilde{æ}_\nu, \rho', z) + \\
&+ \sum \int_0^\infty B(\rho) M(g_0, g_1, \ldots, g_n, \rho, \rho', z) d\rho + \sum_m C_m N(q_0, g_0, \ldots, q_n, g_n, æ_{\mathrm{m}}, \rho', z) + \\
&+ \sum \int_0^\infty A(\alpha) J(q_0, g_0, \ldots, q_n, g_n, \alpha, \rho', z) d\alpha = 0.
\end{aligned} \tag{7}
$$

Представим в качестве примера некоторые коэффициенты в уравнениях (7):

$$\Phi_{ml}(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,æ_{\mathrm{m}},æ_1,z)=\frac{\gamma_l\,\omega^2\,\varepsilon_n\,\mu}{2\omega\,\mu\,P}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}E_{y,l}^{(1)*}(q_0,q_1,\ldots,q_n,æ_1,x)\cdot$$
$$\cdot F_2(g_0,g_1,\ldots,g_n,x,z)\,E_{y,m}^{(1)}(q_0,q_1,\ldots,q_n,æ_{\mathrm{m}},x)dx$$

\ $$T_l(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,æ_1,\rho,z)=\frac{\gamma_l\,\omega^2\,\varepsilon_n\,\mu}{2\omega\,\mu\,P}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}E_{y,l}^{(1)*}(q_0,q_1,\ldots,q_n,æ_1,x)\cdot,$$
$$\cdot F_1(q_0,q_1,\ldots,q_n,x,z)E_y^{(2)}(g_0,g_1,\ldots,g_n,\rho,x)dx$$

$$Y_m(q_0,q_1,\ldots,q_n,æ_{\mathrm{m}},\alpha',z)=\frac{\gamma(\alpha')\omega^2\,\varepsilon_n\,\mu}{2\omega\,\mu\,P}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}E_y^{(1)*}(q_0,q_1,\ldots,q_n,\alpha',x)\cdot,$$
$$\cdot F_1(q_0,q_1,\ldots,q_n,x,z)E_{y,m}^{(1)}(q_0,q_1,\ldots,q_n,æ_{\mathrm{m}},x)dx$$

$$Q_l(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,\alpha',\rho,z)=\frac{\gamma(\alpha')\,\omega^2\,\varepsilon_n\,\mu}{2\omega\,\mu\,P}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}E_y^{(1)*}(q_0,q_1,\ldots,q_n,\alpha',x)\cdot \tag{8}$$
$$\cdot F_2(g_0,g_1,\ldots,g_n,x,z)\,E_y^{(2)}(g_0,g_1,\ldots,g_n,\rho,x)dx$$

$$K_l(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,\tilde{æ}_l,\alpha,z)=\frac{\tilde{\gamma}_l\omega^2\,\varepsilon_n\,\mu}{2\omega\,\mu\,P}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}E_{y,l}^{(2)*}(g_0,g_1,\ldots,g_n,\tilde{æ}_l,x)\cdot$$
$$\cdot F_1(q_0,q_1,\ldots,q_n,x,z)\,E_y^{(1)}(q_0,q_1,\ldots,q_n,\alpha,x)dx$$

$$M(g_0,g_1,\ldots,g_n,\rho,\rho',z)=\frac{\tilde{\gamma}(\rho')\,\omega^2\,\varepsilon_n\,\mu}{2\omega\,\mu\,P}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}E_y^{(2)*}(g_0,g_1,\ldots,g_n,\rho',x)\cdot$$
$$\cdot F_2(g_0,g_1,\ldots,g_n,x,z)\,E_y^{(2)}(g_0,g_1,\ldots,g_n,\rho,x)dx$$

Отметим, что в системе уравнений (7) выделены только частные производные по продольной координате *z*. Однако, амплитудные коэффициенты разложения полей в этих уравнениях зависят ещё от поперечной координаты x и параметров градиентности $q_0,q_1,\ldots,q_n,g_0,g_1,\ldots,g_n$ через зависимость от них функций поперечного сечения волноводов и возмущённых их взаимным присутствием диэлектрических проницаемостей. Выпишем несколько решений для коэффициентов разложения полей системы уравнений (7):

$$
\begin{aligned}
&C_l(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,x,z)=L_1(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,x)+\\
&+L_2(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,x)\cdot\exp(2j\gamma_l z)+\\
&+\frac{j}{2\gamma_l}\Bigg[\int_0^z\sum_m C_m\Phi_{ml}(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_{nl},æ_\mathrm{m},æ_1,\xi)d\xi+\\
&+\sum\int_0^z\int_0^\infty A(\alpha)\check{F}_l(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,æ_1,\alpha,\xi)d\alpha\,d\xi+\\
&+\int_0^z\sum_\nu D_\nu\,P_{\nu l}(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,\tilde{æ}_\nu,æ_1,\xi)d\xi+\\
&+\sum\int_0^z\int_0^\infty B(\rho)T_l(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,æ_1,\rho,\xi)d\rho\,d\xi\Bigg]\\
&+\frac{\exp(2j\gamma_l z)}{2j\gamma_l}\Bigg[\int_0^z\exp(-2j\gamma_l\xi)\sum_m C_m\Phi_{ml}(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,æ_\mathrm{m},æ_1,\xi)d\xi+\\
&+\sum\int_0^z\exp(-2j\gamma_l\xi)\int_0^\infty A(\alpha)\check{F}_l(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,æ_1,\alpha,\xi)d\alpha\,d\xi+\\
&+\int_0^z\exp(-2j\gamma_l\xi)\sum_\nu D_\nu\,P_{\nu l}(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,\tilde{æ}_\nu,æ_1,\xi)d\xi+\\
&+\sum\int_0^z\exp(-2j\gamma_l\xi)\int_0^\infty B(\rho)T_l(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,æ_1,\rho,\xi)d\rho\,d\xi\Bigg].
\end{aligned}
\tag{9}
$$

$$
\begin{aligned}
&B(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,\rho',x,z)=\Theta_1(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,x)+\Theta_2(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,x)\times\\
&\times\exp(2j\tilde{\gamma}(\rho')z)+\sum\int_0^\infty\Bigg[\frac{j}{2\tilde{\gamma}(\rho')}\Bigg[\int_0^z\sum_\nu D_\nu\check{L}_\nu(g_0,g_1,\ldots,g_n,\tilde{æ}_\nu,\rho',\xi)d\xi+\\
&+\sum\int_0^z\int_0^\infty B(\rho)M(g_0,g_1,\ldots,g_n,\rho,\rho',\xi)d\rho\,d\xi+\\
&+\int_0^z\sum_m C_m\,N_m(q_0,q_1,\ldots,q_n,æ_\mathrm{m},\rho',\xi)d\xi+
\end{aligned}
$$

$$
\begin{gathered}
\left.+\sum\int_0^z\int_0^\infty A(\alpha)J(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,\alpha,\rho',\xi)d\alpha\, d\xi\right]+\\
+\frac{\exp(2j\tilde{\gamma}(\rho')z)}{2j\tilde{\gamma}(\rho')}\left[\int_0^z\exp(-2j\tilde{\gamma}(\rho')\xi)\sum_\nu D_\nu \check{L}_\nu(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,\tilde{æ}_\nu,\rho',\xi)d\xi+\right.\\
+\sum\int_0^z\exp(-2j\tilde{\gamma}(\rho')\xi)\int_0^\infty B(\rho)M(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,\rho,\rho',\xi)d\rho\, d\xi+ \qquad (10)\\
+\int_0^z\exp(-2j\tilde{\gamma}(\rho')\xi)\sum_m C_m N_m(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,æ_{\mathrm{m}},\rho',\xi)d\xi+\\
\left.\left.+\sum\int_0^z\exp(-2j\tilde{\gamma}(\rho')\xi)\int_0^\infty A(\alpha)J(q_0,g_0,\ldots,q_n,g_n,\alpha,\rho',\xi)d\alpha\, d\xi\right]\right]d\rho'.
\end{gathered}
$$

Порождающее уравнение относительно поперечной составляющей магнитного поля собственных ТМ волн смешанного спектра одного из системы невозмущённых изолированных волноводов сравнения имеет вид:

$$
\begin{gathered}
\varepsilon_{11}(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)\cdot\tau(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2}+\tau(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)\cdot\\
\cdot[\varepsilon_{13}(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)+\varepsilon_{31}(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)]\frac{\partial^2 H_y}{\partial x\,\partial z}+\\
\tau(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)[\varepsilon_{11}(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)+\varepsilon_{31}(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)]\frac{\partial^2 H_y}{\partial x\partial z}+ \qquad (11)\\
+\left[\tau(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)\frac{d\varepsilon_{11}(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)}{dx}-\varepsilon_{11}(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)\frac{d\tau(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)}{dx}\right]\frac{\partial H_y}{\partial x}+\\
+\left[\tau(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)\frac{d\varepsilon_{31}(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)}{dx}-\varepsilon_{31}(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)\frac{d\tau(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)}{dx}\right]\frac{\partial H_y}{\partial z}+\\
+\omega^2\mu\,\tau^2(q_0,q_1,\ldots,q_n,x)H_y=0.
\end{gathered}
$$

Отметим, что дисперсионное соотношение несимметричных анизотропно-градиентных структур, которое связывает поперечные внешние и внутренние волновые числа и постоянную распространения с приведёнными поперечными размерами, параметрами градиентности элементов тензора диэлектрической проницаемости, например, для магнитных волн, удобно записать в виде:

$$\frac{H'_{1,x}(g_0,g_1,\ldots,g_n,æ,1)+\chi H_1(g_0,g_1,\ldots,g_n,æ,1)}{H'_{1,x}(g_0,g_1,\ldots,g_n,æ,1)+\beta H_1(g_0,g_1,\ldots,g_n,æ,1)}+ \frac{H'_{2,x}(g_0,g_1,\ldots,g_n,æ,1)+\chi H_2(g_0,g_1,\ldots,g_n,æ,1)}{H'_{2,x}(g_0,g_1,\ldots,g_n,æ,1)+\beta H_2(g_0,g_1,\ldots,g_n,æ,1)}=0, \qquad (12)$$

где $H_1(g_0,g_1,\ldots,g_n,æ,1)$ и $H_2(g_0,g_1,\ldots,g_n,æ,1)$ – специальные функции [8], а связь между волновыми числами трёх слоёв определена соотношениями:

$$\beta^2=\pi^2\tilde{x}^2-æ^2,\quad \chi^2=\pi^2\tilde{x}^2\bar{\varepsilon}-æ^2,\quad \bar{\varepsilon}=\left(1-\check{\varepsilon}_1\right)\Big/\left(1-\check{\varepsilon}_3\right);$$

$$\check{\varepsilon}_1=\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{22,m}},\ \check{\varepsilon}_3=\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_{22,m}},\ \chi^2=\left[(1-\check{\varepsilon}_1)\beta^2+æ^2(\check{\varepsilon}_3-\check{\varepsilon}_1)\right]\Big/\left(1-\check{\varepsilon}_3\right),$$

где $\tilde{x}$ – приведённый поперечный размер слоёв; χ,β – поперечные волновые числа однородных диэлектрических слоёв.

Дисперсионное уравнение для электрических волн, а также уравнение Френеля мы здесь не приводим из-за громоздкости.

Литература

1. Волноводная оптоэлектроника / Т. Тамир, Х. Когельник, У. Бернс [и др.]; под ред. Т. Тамира; пер. с англ. А. П. Горобца [и др.]; под ред. В. И. Аникина. - М.: Мир, 1991 . - 574 с.

2. Акопов А.А., Лерер А.М. Сравнение параметров Рамановского усиления в фотонных кристаллах разной конфигурации // Инженерный вестник Дона, 2014, №3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2543.

3. Иващенко С. Н. Моделирование энергетического спектра в полупроводниковых наноструктурах // Инженерный вестник Дона, 2008, № 2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2008/66.

4. Иванов О.В. Распространение электромагнитных волн в анизотропных и бианизотропных структурах. Ульяновск: УлГТУ, 2010. - 262 с.

5. Заславский Г.М., Мейтлис В.П., Филоненко Н.Н. Взаимодействие волн в неоднородных средах. - М.: Наука, 1986. - 177 с.

6. Рыбков, В. С. Зависимость собственных электродинамических параметров прямоугольного резонатора, частично заполненного диэлектрическим материалом, от относительной диэлектрической проницаемости образца / В. С. Рыбков, П. В. Замоторин, В. С. Ремнев // Радиотехника и связь : материалы Третьей междунар. науч.-техн. конф., 27-29 июня 2006 г. / СГТУ. - Саратов, 2006. - С. 215-224.

7. Киреева А.И., Руденок И.П., Филичёва Т.В. Поверхностные волны вдоль слоёв градиентности в периодических композиционных структурах // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2012. - Т. 15, № 4. - С. 41-47.

8. Руденок И.П., Филичёва Т.В. О волновых свойствах открытых волоконных композиционных периодических структур // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2009. - Т. 12. №1. - С. 99-104.

9. Atkinson R., Lissberger D.H. Correct formulation of first order magneto-optical effects in multilayer thin films in terms of characteristic matrices and derivation of a related superposition principe // J. Magn. and Magn. Mat., 1993. - V. 118. № 1-2. - pp. 271-277.

10. Евсейкин, А. А. Электродинамические параметры квазистационарных волноводов с частичным диэлектрическим заполнением / А. А. Евсейкин, О. В. Дрогайцева, В. А. Коломейцев // Математические методы в технике и технологиях - ММТТ-24 : сб. тр. XXIV междунар. науч. конф., г. Пенза, 20-22 сент. 2011 г.: в 10 т. - Пенза, 2011. - Т. 10. - С. 90-92.

11. Depine R.A. Magnetic effect on the reflection of electromagnetic waves at isotopic uniaxial interface // J. Opt. Soc. Am.A, 1994. - V. 11. № 2. - pp. 745-753.

12. Gu Claire, Yeh P. Dynamic equation for the polarization state in inhomogeneous anisotropic media // Appl. Opt., 1994. - V. 33, № 1. – pp. 60-63.

13. Боголюбов А.Н., Делицын А.Л. Расчет диэлектрических волноводов методом конечных элементов, исключающий появление нефизических решений // Вестн. МГУ: сер. физика, астрономия. 1996. - Т.37, № 1. - С. 9-13.

14. Koshiba M., Maruyama S., Hirayama K. A vector finite element method with the high-order mixed interpolation type triangular elements for optical waveguiding problems // Journal of light wave Technology, 1994. - V. 12. № 3. - pp. 499-502.

15. Юнаковский А.Д. Начала вычислительных методов для физиков. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2007. -220с.

References

1. Volnovodnaja optojelektronika [The waveguide optoelectronics]. T. Tamir, H. Kogel'nik, U. Berns [i dr.]; pod red. T. Tamira; per. s angl. A. P. Gorobca [i dr.]; pod red. V. I. Anikina. M.: Mir, 1991. 574 p.

2. Akopov A.A., Lerer A.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, № 3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2543.

3. Ivashhenko S. N. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2008, № 2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2008/66.

4. Ivanov O.V. Rasprostranenie jelektromagnitnyh voln v anizotropnyh i bianizotropnyh strukturah [Distribution of electromagnetic waves in anisotropic and bianizotropic structures]. Ul'janovsk: UlGTU, 2010. 262 p.

5. Zaslavskij G.M., Mejtlis V.P., Filonenko N.N. Vzaimodejstvie voln v neodnorodnyh sredah [Interaction of waves in non-uniform environments]. M.: Nauka, 1986. 177 p.

6. Rybkov V. S., Zamotorin P. V., Remnev V. S. Radiotehnika i svjaz’: materialy Tret'ej mezhdunarodnoi nauchno-tehnicheskoi konferentsiyi. Saratov: SGTU, 2006. pp. 215-224.

7. Kireeva A.I., Rudenok I.P., Filichjova T.V. Fizika volnovyh processov i radiotehnicheskie sistemy, 2012. V. 15, № 4. pp. 41-47.

8. Rudenok I.P., Filichjova T.V. Fizika volnovyh processov i radiotehnicheskie sistemy, 2009. V. 12. №1. pp. 99-104.

9. Atkinson R., Lissberger D.H. Correct formulation of first order magneto-optical effects in multilayer thin films in terms of characteristic matrices and derivation of a related superposition principe. J. Magn. and Magn. Mat., 1993. V. 118. № 1-2. pp. 271-277.

10. Evsejkin, A. A., Drogajceva O. V., Kolomejcev V. A. Matematicheskie metody v tehnike i tehnologijah: sbornic trudov XXIV mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsiyi. Penza, 2011. V. 10. pp. 90-92.

11. Depine R.A. Magnetic effect on the reflection of electromagnetic waves at isotopic uniaxial interface. J. Opt. Soc. Am.A, 1994. V. 11. № 2. pp. 745-753.

12. Gu Claire, Yeh P. Dynamic equation for the polarization state in inhomogeneous anisotropic media. Appl. Opt., 1994. - V. 33, № 1. pp. 60-63.

13. Bogoljubov A.N., Delicyn A.L. Vestnik MGU: seriya fizika, astronomija, 1996. V.37, № 1. pp. 9-13.

14. Koshiba M., Maruyama S., Hirayama K. A vector finite element method with the high-order mixed interpolation type triangular elements for optical waveguiding problems. Journal of light wave Technology, 1994. V. 12. № 3. pp. 499-502.

15. Junakovskij A.D. Nachala vychislitel'nyh metodov dlja fizikov [Bases of computing methods for physicists]. Nizhnij Novgorod: IPF RAN, 2007. 220 p.