

## Анализ влияния точности обратного дискретного вейвлет-преобразования изображений методом Винограда для формата JPEG XS

*М.В. Бергерман*

*Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь*

**Аннотация:** В данной работе предлагается способ обратного вейвлет-преобразования изображения для формата JPEG XS. Указанный формат использует вейвлет-фильтр Ле-Галла, а в качестве вейвлет-преобразования используется схема лифтинга. Данный способ вейвлет-обработки изображений и видеосигнала имеет низкую скорость вычислений. Для повышения скорости вычислений предлагается использовать метод Винограда, так как он позволяет выполнять обработку параллельно группами пикселей. В статье проводится анализ влияния точности получения изображения высокого качества для вычислений в формате фиксированной точки. Результаты моделирования показали, что обработка 2 пикселей по методу Винограда для получения высокого качества изображения достаточно использовать 3 знака после запятой. При обработке 3 и 4 пикселей изображения достаточно использовать по 7 знаков после запятой. При обработке 5 пикселей изображения достаточно использовать 12 знаков после запятой. Перспективным направлением дальнейших исследований является разработка аппаратных ускорителей для выполнения обратного дискретного вейвлет-преобразования методом Винограда.

**Ключевые слова:** обратное дискретное вейвлет-преобразование, фильтр Ле-Галла, метод Винограда, обработка изображений, цифровая фильтрация, JPEG XS.

### Введение

Современные стандарты сжатия изображения постоянно совершенствуются в связи с увеличением требований к скорости передачи информации и вычислительной сложности. Для хранения, передачи и обработки графической информации на персональных компьютерах широко используется формат JPEG [1]. Он применяет специальный алгоритм сжатия изображения, позволяющий уменьшить размер файла без значительной потери качества. В 2019 году Объединённая группа экспертов по фотографии выпустила стандарт кодирования изображений и видео под названием JPEG XS [2]. Кодирование изображения в данном формате проходит предварительную обработку, при которой увеличивается битовая глубина пикселей. Следующим шагом является обработка изображения дискретным вейвлет-преобразованием (ДВП). Далее, происходит процесс квантования полученных изображений и округление до целых значений пикселей.

---

Последним этапом кодирования изображения осуществляется энтропийное кодирование по Хаффману. Блок управление битрейтом занимается контролем размера кодового потока энтропийного кодирования после сжатия изображения. Процесс восстановления изображения или видеосигнала производится в обратном порядке кодированию: энтропийное декодирование; обратное квантование, обратное ДВП и уменьшение битовой глубины. На рис. 1 представлена схема принципа работы кодирования и декодирования изображения по формату JPEG XS.

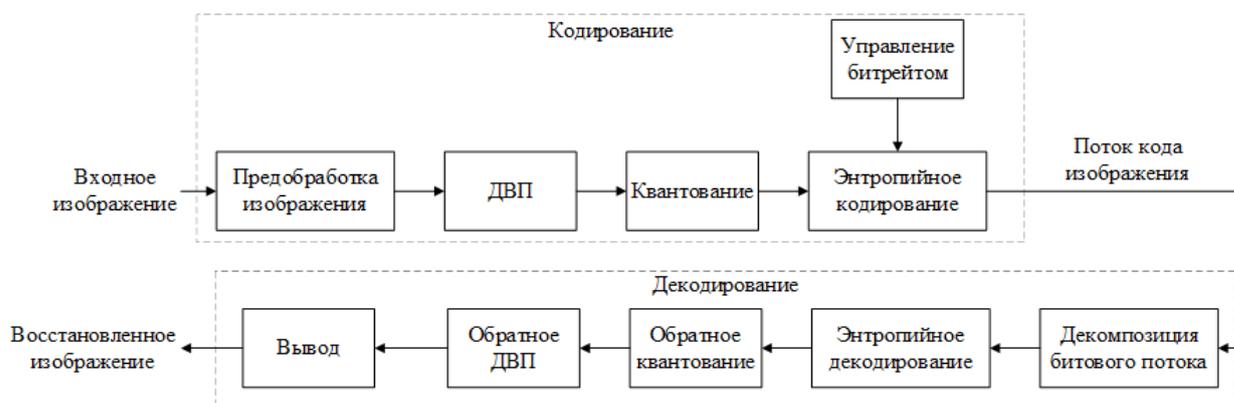


Рис. 1. Кодирование изображения в формате JPEG XS

Авторы предлагают подходы к увеличению производительности обработки изображений и видео, а также разработка алгоритмов для параллельных вычислений для данного формата. В работе [3] авторы представили методы улучшения визуальных характеристик методов энтропийного кодирования в JPEG XS. В статье [4] была предложена модульная схема параллельного энтропийного кодирования и декодирования для разработки устройства на программируемой логической интегральной схеме. Авторы в [5] предлагают методы кодирования видео для эффективной производительности передачи информации. Перечисленные работы направлены на повышение производительности обработки для энтропийного кодирования.

Для сжатия и восстановления изображения в формате JPEG XS используется вейвлет-фильтр Ле-Галла 5/3 [6]. В качестве метода ДВП используется лифтинговая схема [7]. Достоинством данного метода является низкая вычислительная сложность. Однако, недостатком такого подхода является низкая скорость обработки пикселей, так как вычисления производятся последовательно. Для повышения скорости обработки необходимы параллельные способы вычислений. Одним из таких подходов является использование метода Винограда (МВ), который позволяет вычислять сразу несколько пикселей [8].

В данной статье представлено использование МВ для выполнения обратного ДВП в формате JPEG XS. В работе определяется точность коэффициентов МВ для получения качественных восстановленных изображений.

### **Обратное вейвлет-преобразование по методу Винограда**

МВ позволяет сократить количество арифметических операций умножения за счет увеличения количества операций сложения [9]. Основными достоинствами данного метода являются низкая вычислительная сложность и параллельные вычисления. Вычисления по МВ для обработки изображений производятся по формуле:

$$\tilde{I} = A^T ((GK) \otimes (B^T I)),$$

где  $\tilde{I}$  – фрагмент обработанного изображения (размер),  $A^T$ ,  $G$  и  $B^T$  – матрицы преобразования,  $K$  – коэффициенты фильтра,  $\otimes$  – оператор поэлементного умножения матриц,  $I$  – фрагмент исходного изображения. Все матрицы преобразования вычисляются на основе выбора количества и значения точек для построения интерполяционного многочлена Лагранжа [10].

---

Перед выполнением вычислений по МВ производится повышение дискретизации изображений, при котором разрешение изображений увеличивается в 2 раза. Нечетные пиксели изображений заполняются значениями пикселей исходных изображений, а четные пиксели принимают значение “0”. Далее, выполняются умножения полученных значений фрагментов низкочастотных и высокочастотных изображений параллельно на матрицу  $B^T$ . Произведение  $GK$  вычисляется заранее, если известны все коэффициенты исходного фильтра. Следующим действием является выполнением операции поэлементного умножения соответствующих значений  $GK_{LR}$  и  $GK_{HR}$  на  $B^T I$ . Дальнейшим шагом является выполнение операции произведения полученных значений на матрицу  $A^T$ , где вычисляется группа пикселей фрагмента изображений. Последним действием вычислений для получения восстановленного изображения является сложение соответствующих пикселей полученных низкочастотных и высокочастотных изображений. Схема вычисления обратного ДВП для восстановления изображения по МВ представлено на рис. 2.

В качестве коэффициентов фильтра  $K$  для вычислений по МВ используются коэффициенты фильтра Ле-Галла на основе прямого метода:

$$K_{LR}(z) = \frac{1}{4}(-1 + 3z^{-1} + 3z^{-2} - z^{-3}), K_{HR}(z) = \frac{1}{4}(-1 + 3z^{-1} - 3z^{-2} + z^{-3}),$$

где  $K_{LR}(z)$  – низкочастотная передаточная функция,  $K_{HR}(z)$  – высокочастотная передаточная функция.

Значения векторов произведения  $GK$  с коэффициентами фильтра Ле-Галла на основе анализирующих низкочастотного ( $LR$ ) и высокочастотного ( $HR$ ) изображений выглядят следующим образом:

1. Для обработки 2 пикселей:

$$GK_{LR}^T = \begin{pmatrix} -\frac{1}{8} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{8} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}; GK_{HR}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{8} & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{24} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

2. Для обработки 3 пикселей:

$$GK_{LR}^T = \begin{pmatrix} -\frac{1}{16} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{3}{32} & \frac{13}{96} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}; GK_{HR}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{16} & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{96} & \frac{9}{32} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

3. Для обработки 4 пикселей:

$$GK_{LR}^T = \begin{pmatrix} -\frac{1}{64} & \frac{1}{18} & 0 & \frac{3}{64} & \frac{13}{576} & -\frac{1}{576} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix};$$

$$GK_{HR}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{64} & 0 & \frac{1}{15} & -\frac{1}{192} & \frac{3}{64} & -\frac{3}{320} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

4. Для обработки 5 пикселей:

$$GK_{LR}^T = \begin{pmatrix} -\frac{1}{256} & \frac{1}{90} & 0 & \frac{1}{128} & \frac{13}{1152} & -\frac{1}{4608} & \frac{11}{2560} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix};$$

$$GK_{HR}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{256} & 0 & \frac{1}{45} & -\frac{1}{1152} & \frac{3}{128} & -\frac{3}{2560} & \frac{25}{4608} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

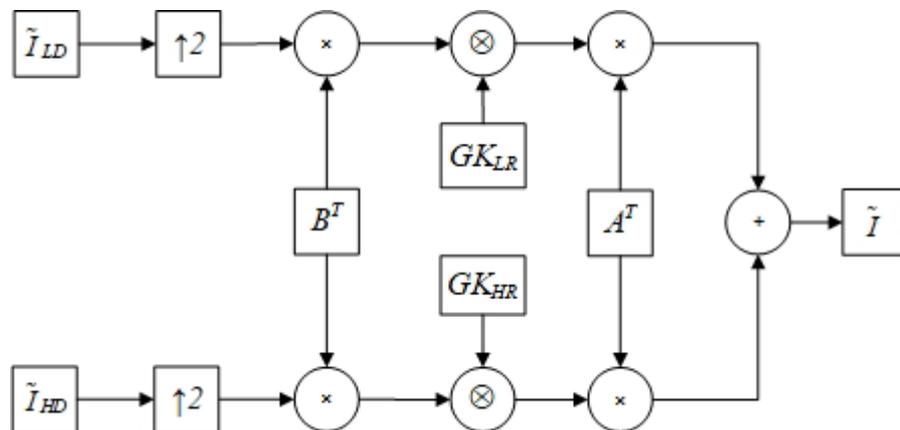


Рис. 2 – Схема работы обратного дискретного вейвлет-преобразования методом Винограда

### Анализ точности обратного вейвлет-преобразования на влияние качества восстановления изображений

Для выполнения обратного вейвлет-преобразования по методу Винограда предлагается использовать формат вычислений с фиксированной

точкой. Достоинствами использования данного формата являются высокая скорость вычислений и простота реализации по сравнению с форматом плавающей точки. Существуют и недостатки, к которым относятся ограниченная точность при выполнении операций умножения и деления. Данные операции могут потребовать дополнительных расходов при выполнении операций масштабирования чисел, чтобы избежать потери точности и переполнений. Для преодоления перечисленных недостатков необходимо определить достаточную точность, которая определяется выбором разрядности данных.

В данной статье вычисляется разрядность дробной части значений для получения качественных восстановленных изображений при выполнении обратного вейвлет-преобразования методом Винограда с коэффициентами Ле-Галла. Оценка качества обработанных изображений определялась с использованием метрики пикового отношения сигнала к шуму (PSNR). Данная характеристика вычисляется по формуле:

$$PSNR = 10 \lg \left( \frac{M_I^2}{MSE} \right),$$

где  $\lg$  – десятичный логарифм,  $M_I^2$  — максимальное значение пикселя изображения,  $MSE$  – средняя квадратичная ошибка, которая вычисляется по формуле:

$$MSE = \frac{1}{xy} \sum_{i=0}^{x-1} \sum_{j=0}^{y-1} |I(x, y) - \tilde{I}(x, y)|^2,$$

где  $x$  и  $y$  – количество строк и столбцов пикселей изображения.

Чем больше значения PSNR, тем лучше качество обработанного изображения. Чтобы определить достаточную разрядность для получения высокого качества изображения после выполнения обратного ДВП, характеристика PSNR должна принимать значение в 40 децибел (дБ) или больше [11].

## Математическое моделирование обратного ДВП методом Винограда

Моделирование обратного вейвлет-преобразования было проведено в математическом пакете Matlab версии R2021b. Для моделирования были использованы анализирующие низкочастотное и высокочастотное изображения размера  $3840 \times 4320$  пикселей с битовой глубиной пикселей 8 бит и 3 цветовыми каналами (красный, синий, зеленый). (рис.3а-б). Изображение, которое должно получиться после выполнения обратного ДВП без потери качества размера  $7680 \times 4320$  пикселей, представлено на рис. 3в. Результаты обратного вейвлет-преобразования при обработке по 2, 3, 4 и 5 пикселей изображений приведены в таблицах 1–4. Полученные восстановленные изображения представлены на рис. 4.

Проанализировав полученные результаты моделирования, можно сделать выводы о том, что на качественное восстановление изображения МВ с обработкой 2 пикселей достаточно использовать 3 двоичных знака после запятой. Для обработки 3 и 4 пикселей данным методом необходимо использовать по 7 знаков после запятой для вычислений. На обработку 5 пикселей МВ нужно использовать 12 бит дробной части для высокого качества восстановления изображения.

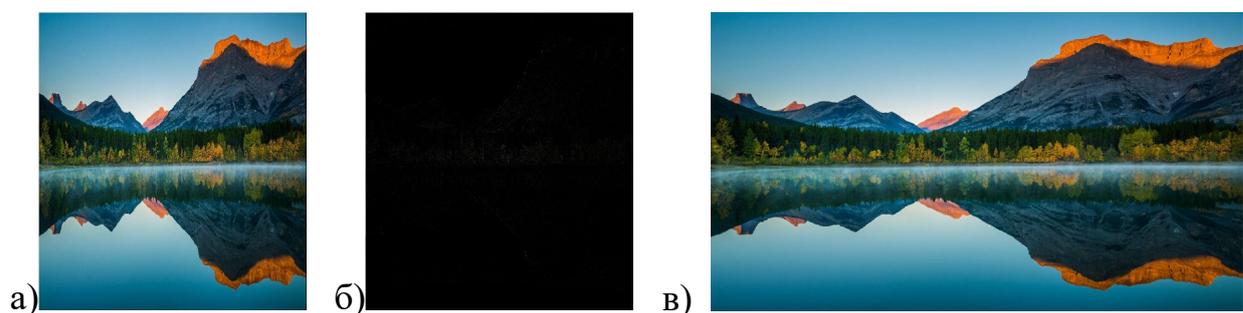


Рис. 3. – а) исходное низкочастотное изображение, б) исходное высокочастотное изображение ( $PSNR = \infty$ ), в) восстановленное изображение без потери точности вычислений ( $PSNR = \infty$ ).

Таблица № 1

Результаты моделирования обратного ДВП по МВ для обработки 2 пикселей

Число бит для дробной части	Восстановленное изображение
	PSNR, дБ
2	37,0871
3	46,6113

Таблица № 2

Результаты моделирования обратного ДВП по МВ для обработки 3 пикселей

Число бит для дробной части	Восстановленное изображение
	PSNR, дБ
5	31,1231
6	37,1138
7	43,0627

Таблица № 3

Результаты моделирования обратного ДВП по МВ для обработки 4 пикселей

Число бит для дробной части	Восстановленное изображение
	PSNR, дБ
6	25,0845
7	42,8278

Таблица № 4

Результаты моделирования обратного ДВП по МВ для обработки 5 пикселей

Число бит для дробной части	Восстановленное изображение
	PSNR, дБ
8	22,1724
9	24,1693
10	27,6457
11	35,1496
12	40,2373



Рис. 4. – а) восстановленное изображение с вычислениями фрагментов из 2 пикселей и использованием 2 бит для дроби ( $PSNR = 37,0871$ ), б) восстановленное изображение с вычислениями фрагментов из 2 пикселей и использованием 3 бит для дроби ( $PSNR = 46,6113$ ), в) восстановленное изображение с вычислениями фрагментов из 3 пикселей и использованием 5 бит для дроби ( $PSNR = 31,1231$ ), г) восстановленное изображение с вычислениями фрагментов из 3 пикселей и использованием 7 бит для дроби ( $PSNR = 43,0627$ ), д) восстановленное изображение с вычислениями фрагментов из 4 пикселей и использованием 6 бит для дроби ( $PSNR = 25,0845$ ), е) восстановленное изображение с вычислениями фрагментов из 4 пикселей и использованием 7 бит для дроби ( $PSNR = 42,8278$ ), ж) восстановленное изображение с вычислениями фрагментов из 5 пикселей и использованием 8 бит для дроби ( $PSNR = 22,1724$ ), з) восстановленное изображение в оттенках серого с вычислениями фрагментов из 5 пикселей и использованием 12 бит для дроби ( $PSNR = 40,2373$ ).

## Заключение

В статье проведен анализ точности обратного вейвлет-преобразования для получения высококачественного восстановленного изображения фильтром Ле-Галла с использованием метода Винограда. Результаты моделирования показали, что для обработки групп из 2 пикселей необходимо использовать дополнительно 3 двоичных знака после запятой. Для обработки 3 и 4 пикселей необходимо использовать дополнительно по 7 бит для дробной части для получения достаточно качественного восстановленного изображения. Для одновременной обработки 5 пикселей МВ необходимо использовать дополнительно 12 двоичных знаков после запятой. Предлагаемый метод может быть использован для восстановления изображений в формате JPEG XS. Перспективным направлением дальнейшего исследования является разработка аппаратных ускорителей предлагаемого метода.

## Литература

1. Скороход С. В., Дроздов С. Н., Скороход Д. С. Исследование зависимости качества декодированного изображения в формате JPEG 2000 от параметров JPWL и частоты пакетных ошибок в зашумленном канале // Инженерный вестник Дона. 2017. №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4453.
2. Rao K.R., Domínguez H. O., Subbarayappa S. JPEG Series. 1st ed. Gistrup, Denmark: River Publisher, 2021. 346 p.
3. Richter T., Keinert J., Descampe A., Rouvroy G. Entropy Coding and Entropy Coding Improvements of JPEG XS. 2018 Data Compression Conference, Snowbird, UT, USA, 2018. pp. 87-96.
4. Tian S., Song Q., He J. et al. Implementation of JPEG XS entropy encoding and decoding on FPGA. Journal of Real-Time Image Processing. 2024. vol. 21, №34. pp. 1-17.

5. Foessel S., Richter T. Coding Techniques in JPEG XS for efficient Video Production and Contribution. In Proceedings of the 2nd Mile-High Video Conference (MHV '23). Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 2023. pp. 72–77.

6. Le Gall D., Tabatabai A. Sub-band coding of digital images using symmetric short kernel filters and arithmetic coding techniques. International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP-88), New York, NY, USA, 1988. vol.2. pp. 761-764.

7. Sweldens W. The Lifting Scheme: A Construction of Second Generation Wavelets. SIAM Journal on Mathematical Analysis. 1997. vol. 29, №2. pp. 511–546.

8. Ляхов П.А., Нагорнов Н.Н., Семёнова Н.Ф., Абдулсалямова А.Ш. Вейвлет-обработка изображений при свертке с шагом методом Винограда с низкой задержкой // Инженерный вестник Дона, 2023, №11. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2023/8807/](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2023/8807/).

9. Winograd S. Arithmetic Complexity of Computations. Arithmetic Complexity of Computations. Philadelphia, PA, USA. SIAM. 1980. 96 p.

10. Ляхов П.А., Нагорнов Н.Н., Семёнова Н.Ф., Абдулсалямова А.Ш. Разработка алгоритмов цифровой обработки изображений на основе метода Винограда в общем виде и анализ их вычислительной сложности // Компьютерная оптика. 2023. Т. 47, № 1. С. 68-78.

11. Rao K.R., Yip P.C. The Transform and Data Compression Handbook. 1st ed. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2001. 399 p.

### References

1. Skorokhod S. V., Drozdov S. N., Skorokhod D. S. Inzhenernyj vestnik Dona. 2017. №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4453](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4453)

2. Rao K.R., Domínguez H.O., Subbarayappa S. JPEG Series. 1st ed. Gistrup, Denmark: River Publisher, 2021. 346 p.

---

3. Richter T., Keinert J., Descampe A., Rouvroy G. Entropy Coding and Entropy Coding Improvements of JPEG XS. 2018 Data Compression Conference, Snowbird, UT, USA, 2018. pp. 87-96.

4. Tian S., Song Q., He J. et al. Implementation of JPEG XS entropy encoding and decoding on FPGA. Journal of Real-Time Image Processing. 2024. vol. 21, №34. pp. 1-17.

5. Foessel S., Richter T. Coding Techniques in JPEG XS for efficient Video Production and Contribution. In Proceedings of the 2nd Mile-High Video Conference (MHV '23). Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 2023. pp. 72–77.

6. Le Gall D., Tabatabai A. Sub-band coding of digital images using symmetric short kernel filters and arithmetic coding techniques. International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP-88), New York, NY, USA, 1988. Vol.2. pp. 761-764.

7. Sweldens W. The Lifting Scheme: A Construction of Second Generation Wavelets. SIAM Journal on Mathematical Analysis. 1997. vol. 29, №2. pp. 511–546.

8. Lyakhov P., Nagornov N., Semyonova N., Abdulsalyamova A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2023. №11. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2023/8807/](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2023/8807/).

9. Winograd S. Arithmetic Complexity of Computations. Arithmetic Complexity of Computations. Philadelphia, PA, USA. SIAM. 1980. 96 p.

10. Lyakhov P.A., Nagornov N.N., Semyonova N.F., Abdulsalyamova A.S. Development of digital image processing algorithms based on the Winograd method in general form and analysis of their computational complexity. Computer Optics. 2023; vol. 47, №1. pp. 68-78.

11. Rao K.R., Yip P.C. The Transform and Data Compression Handbook. 1st ed. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2001. 399 p.

12. **Дата поступления: 19.02.2025    Дата публикации: 25.03.2025**

---