

## Вычислительные эксперименты для исследования радиационных и тепловых полей в биоткани

*М.В. Поляков, А.В. Хоперсков*

*Волгоградский государственный университет, Волгоград*

**Аннотация:** Построена математическая модель распределения микроволнового электрического поля в неоднородной биоткани молочной железы для исследования эффективности метода медицинской диагностики на основе микроволновой термометрии. Проведено численное моделирование электромагнитного поля в модели молочной железе для различных наборов пространственной структуры биоткани. Мелкомасштабная структура обусловлена сложной комбинацией нескольких компонент: кровотоки, жировая ткань, мышечная ткань, молочные дольки, раковые образования, кожа. Варьируя пространственную структуру биоткани, мы оценили влияние этого фактора на распределение электромагнитного поля в объеме молочной железы, что позволит повысить точность лабораторных измерений внутренней температуры.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, численные методы, биологические ткани, онкология, микроволновая радиотермометрия, перенос тепла, радиационные поля.

### Введение

Среди различных методов диагностики онкологических заболеваний особое значение приобретает радиотермометрия, позволяя проводить достаточно быстрые и массовые обследования [1-4]. Метод основан на экспериментальном измерении температуры внутри биологической ткани в различных точках [7]. Мы обсудим результаты серии имитационного моделирования радиационных полей в микроволновом диапазоне для задачи повышения эффективности диагностики онкологических заболеваний, используя метод радиотермометрии [4].

Одной из проблем является вариабельность измерений температурного поля [5], индивидуальных физических характеристик биологической ткани у различных людей. Мы исходим из модели на основе численного интегрирования уравнений Максвелла. Сложная пространственная структура биоткани и ее неоднородность на малых масштабах требует использования неструктурированных численных сеток для расчета электрического поля. Мы

сравниваем распределения радиационного поля  $\vec{E}(\vec{r})$  и его мощности  $P_d$  для различных моделей между собой.

### Постановка задачи

Рассмотрим модель молочной железы в виде полусферы с примыкающим цилиндром (Рис.1). К числу основных внутренних компонент относятся: мышечно-жировую ткань, дольки молочной железы, кровотоки, кожа.

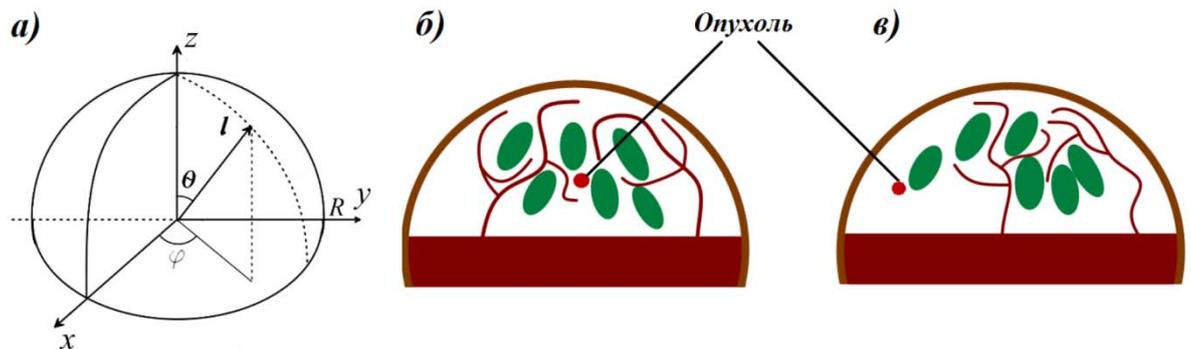


Рис.1. – Геометрия нашей модели измерения молочной железы (а),  
Схематичное изображение двух различных внутренних структур биоткани с  
опухолью (б, в)

Имеется естественная вариация такой внутренней структуры у женщин. Индивидуальные различия могут быть существенны, и это приводит к различиям в пространственных распределениях физических параметров биотканей. Измерение внутренней температуры основано на использовании антенны микроволнового излучения в диапазоне 1–1.5 ГГц. Формирование электромагнитного поля внутри ткани зависит от ее проводимости  $\sigma$ , диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  и удельного сопротивления  $R$ . Биологические компоненты характеризуются различным значением  $\sigma$ ,  $\epsilon$ ,  $R$ . Мы строим наборы моделей с различной пространственной структурой в пределах естественной вариативности и вычисляем электрическое поле для каждой модели. Такое имитационное моделирование позволяет оценить погрешность измерения внутренней температуры методом микроволновой

---

термометрии, связанную с неопределенностью внутренней структуры молочной железы.

Каждый из экспериментов в серии различается числом и расположением основных компонент (молочные дольки, соединительная и жировая ткани, кровотоки). Во всех моделях радиус молочной железы одинаков, параметры антенны фиксированы. каждая из компонент характеризуется одинаковым набором  $\sigma$ ,  $\varepsilon$ ,  $R$  (табл.1).

Мы фиксируем число долек молочной железы и суммарную длину кровотоков, варьируя только пространственные расположения.

### Мелкомасштабная внутренняя структура биоткани

Рассмотрим серию численных экспериментов, где положение антенны смещено относительно точки «0» на  $60^\circ$  (рис. 1).

Ограничимся набором моделей, у которых меняется расположение только двух структурных компонент: 1) молочные дольки ( $mg$ ), 2) кровотоки ( $bl$ ). Они окружены соединительной и жировой тканью ( $mus$ ). Параметры кожи неизменны ( $sk$ ). Относительные объемы всех четырех компонент  $mg$ ,  $bl$ ,  $mus$ ,  $sk$  во всех моделях задаются одинаковыми:

$$\gamma_{mg} = \frac{V_{mg}}{V_0} = \frac{402 \text{ см}^3}{1436 \text{ см}^3} \approx 0.28, \gamma_{sk} = \frac{V_{sk}}{V_0} = \frac{143 \text{ см}^3}{1436 \text{ см}^3} \approx 0.1, \quad (1)$$

$$\gamma_{mus} = \frac{V_{mus}}{V_0} = \frac{877 \text{ см}^3}{1436 \text{ см}^3} \approx 0.61, \gamma_{bl} = \frac{V_{bl}}{V_0} = \frac{14 \text{ см}^3}{1436 \text{ см}^3} \approx 0.01,$$

с учетом нормировки  $\gamma_{mg} + \gamma_{mus} + \gamma_{sk} + \gamma_{bl} = 1$ .

Для 9 различных моделей ( $i=1, \dots, 9$ ) рассчитываются электрические поля  $E(x, y, z)$ , которые зависят от пространственных распределений диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(x, y, z)$ , удельного сопротивления  $R(x, y, z)$  и проводимости  $\sigma(x, y, z)$  (табл.1). Для каждой  $i$ -ой модели мы имеем плотность мощности  $P_d = \sigma E^2 / 2$ . Коэффициенты

---

$$\beta_{ij} = \sqrt{\int \left[ \frac{\sigma_j E_j^2 - \sigma_i E_i^2}{\sigma_j E_j^2} \right]^2 dV} \quad (2)$$

характеризуют влияние внутренней структуры (расположение биоконпонент относительно друг друга) на распределение плотности мощности электрического поля внутренней температуры.

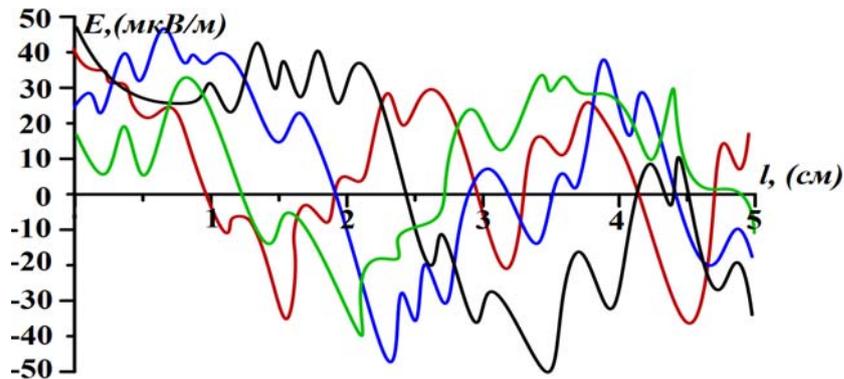


Рис. 2. – Проекция вектора напряженности электрического поля  $E$  на вектор  $l$  при 4 различных значениях  $\theta$  и  $\varphi$

Таблица №1

Физические параметры биоконпонент [6]

	Кожа	Молочная железа	Соединительная ткань	Кровоток
Диэлектрическая проницаемость, $\epsilon$	55.4	5.5	46	1.87
Электропроводность, $\sigma$ (См/м)	1.08	0.06	2.55	48
Удельное сопротивление, $R$ (Ом·м)	55	15	1.6	1.5

### Математическая модель

Антенна с частотой несколько ГГц позволяет измерять тепловое излучение от биотканей в определенном диапазоне частот  $\omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}$ . Поскольку биологическая ткань имеет неоднородную температуру, то такой метод дает средневзвешенную температуру  $T_b^{(вкр)}$  некоторой внутренней области  $V$ . Погрешность метода РТМ обусловлена

также шумовой температурой приемника  $T_{rec}$ , эффектами рассогласования в антенне (коэффициент  $S_{11}(f)$ ), влиянием окружающей среды  $T_{EMI}$ . В результате яркостная температура определяется интегральным представлением вида:

$$T_B^{(exp)} = \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \left\{ S_{11} \left[ T_{EMI} + \int_{V_0} W(x, y, z; \omega) T(x, y, z) dV \right] + |S_{11}(\omega)|^2 T_{REC} \right\} d\omega, \quad (3)$$

где  $s_{11} = 1 - |S_{11}|^2$  учитывает рассогласование антенны,

$$W = \frac{P_d(x, y, z; \omega)}{\int_{V_b} P_d dV} \quad (4)$$

– весовая функция с учетом нормировки,

$$\int_{V_0} W dV = 1, \quad (5)$$

$$P_d = \frac{1}{2} \sigma(x, y, z; \omega) \cdot |\vec{E}(x, y, z; \omega)|^2 \quad (6)$$

– плотность мощности электрической энергии,  $\sigma$  – электрическая проводимость.

Для построения стационарного распределения электрического поля удобно использовать расчет на установление, решая нестационарные уравнения Максвелла:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \text{rot}(\vec{E}) = 0, \quad \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \text{rot}(\vec{H}) = 0, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}, \quad \vec{D} = \varepsilon \vec{E}. \quad (7)$$

### Результаты имитационного моделирования

Обработка результатов численного решения уравнений Максвелла требует перехода на сетку в сферической системе координат.

В таблице 2 приведены результаты наших расчетов для двух положений антенны на поверхности молочной железы. Как видим, относительные вариации мощности электрического поля могут достаточно сильно зависеть от пространственной структуры биоткани, что в свою

очередь может приводить к заметным индивидуальным отклонениям внутренней температуры в модели.

Наряду с экспериментами по изучению влияния неоднородности биоткани на распределение электрического поля, нами были проведены вычислительные эксперименты по исследованию зависимости температурных полей от наличия опухолевых тканей в молочной железе.

Злокачественные новообразования, особенно на ранних этапах развития обладают крайне высоким тепловыделением, по отношению к остальным биологическим компонентам, поэтому мы рассматривали опухоли различных радиусов ( $R=1$  см,  $R=0.75$  см,  $R=0.5$  см).

В итоге, были получены следующие результаты (Рис.3.). Радиус опухоли в значительной степени оказывает влияние на температурный фон внутри объема молочной железы. Средняя температура тем выше, чем больше радиус опухоли. В этом заключается основная проблема диагностики: выявление онкологических заболеваний на ранней стадии ( $R<0.5$ ), поскольку опухоль такого размера тяжело выявляется современными методами диагностики.

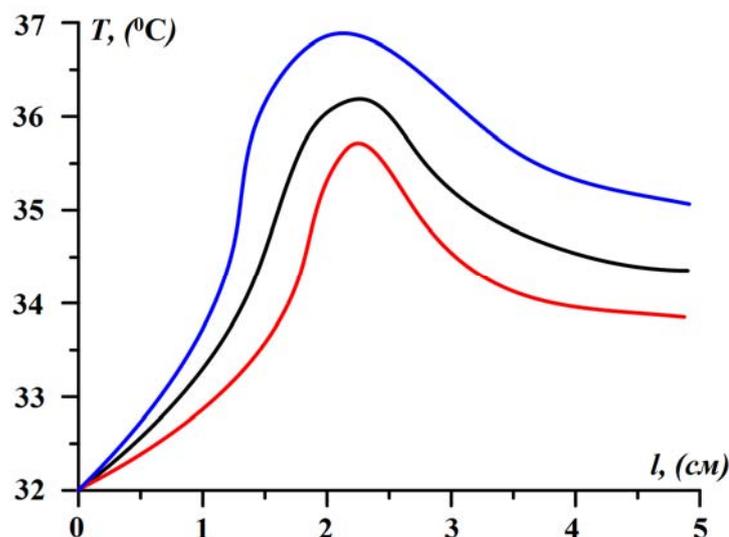


Рис.3. – Распределение температуры вдоль вектора  $l$  для опухолей различного радиуса  $R$ , ( $R=1$  см – синий график,  $R=0.75$  см – черный график,  $R=0.5$  см – красный график)

### Заключение

Моделирование распределения электрического поля в биоткани указывает на сильные вариации, которые зависят от неоднородной структуры рассматриваемого объекта. Были рассчитаны среднеквадратичные отклонения плотности мощности электрического поля для 6 моделей различной внутренней структуры. Результаты показали диапазон величины 20%-50%. Из-за чувствительности метода диагностики, данные погрешности могут оказывать серьезное влияние на процент верно диагностированных пациентов.

Результаты для моделей с опухолью различного радиуса, показывают необходимость учета сложной пространственной структуры молочной железы при обработке данных, полученных с помощью метода РТМ.

Таблица №2

Матрица  $\beta_{ij}$  для угла  $\alpha = 60^\circ$

	Мод.1	Мод.2	Мод.3	Мод.4	Мод.5	Мод.6
Мод.1	0	0.31	0.43	0.28	0.46	0.33
Мод.2	0.31	0	0.27	0.25	0.37	0.41
Мод.3	0.43	0.27	0	0.46	0.48	0.26
Мод.4	0.28	0.25	0.46	0	0.24	0.24
Мод.5	0.46	0.37	0.48	0.24	0	0.47
Мод.6	0.33	0.41	0.26	0.24	0.47	0

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Администрации Волгоградской области в рамках научного проекта № 15-47-02642 p\_a.*

---

## Литература

1. Barrett A.H., Myers P.C., Sadowsky N.L. Microwave Thermography in the Detection of Breast Cancer // American Journal of Roentgenology, 1980. Vol. 34 (2). pp.365-368
2. Gonzalez F.J. Thermal simulation of breast tumors // Revista Mexicana de fisica, 2007. Vol. 53. pp.323-326
3. Novochadov, V.V., Shiroky A.A., Khoperskov A.V., Losev A.G. Comparative modeling the thermal transfer in tissues with volume pathological focuses and tissue engineering constructs: a pilot study // European Journal of Molecular Biotechnology. 2016. Vol.14. №4. pp. 125-138 doi: 10.13187/ejmb.2016.14.125
4. Веснин С.Г., Седакин К.М. Разработка серии антенн-аппликаторов для неинвазивного измерения температуры тканей организма человека при различных патологиях // Инженерный журнал: наука и инновации, 2012. № 11. С. 1-18.
5. Дьяченко А.С., Руденко Н.Н. Исследование и моделирование динамики потерь тепла. // Инженерный вестник Дона, 2017, №2, URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2017/4105
6. Лосев А.Г., Хоперсков А.В., Астахов А.С., Сулейманова Х.М. Проблемы измерения и моделирования тепловых и радиационных полей в биотканях: анализ данных микроволновой термометрии // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1: Математика. Физика. 2015. № 6 (31). С. 31-71. doi: 10.15688/jvolsu.2015.6.3
7. Малышев И.В. Методы микроволновой регистрации и локации биологических дисперсных сред. // Инженерный вестник Дона, 2015, №4, URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2015/3485

8. Поляков М.В., Хоперсков А.В. Математическое моделирование пространственного распределения радиационного поля в биоткани: определение яркостной температуры для диагностики // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1: Математика. Физика. 2016. № 5 (36). С. 73-84. doi: 10.15688/jvolsu.2016.5.7
9. Поляков М.В., Хоперсков А.В. Микроволновая термометрия: имитационное моделирование радиационного поля в биоткани молочной железы // Современные информационные технологии. 2016. № 24 (24). С.74-79.
10. Поляков М.В. Численное моделирование динамики распространения температуры в биологической ткани. В сборнике: Управление большими системами. Материалы Всероссийской школы-конференции молодых ученых. Под общей редакцией Д.А. Новикова, А.А. Воронина. 2015, С. 971-978.

### References

1. Barrett A.H., Myers P.C., Sadowsky N.L. American Journal of Roentgenology, 1980. Vol. 34 (2). pp.365-368
2. Gonzalez F.J. Revista Mexicana de fisica, 2007. Vol. 53. pp.323-326
3. Novochadov, V.V., Shiroky A.A., Khoperskov A.V., Losev A.G. European Journal of Molecular Biotechnology. 2016. Vol.14. №4. pp. 125-138 doi: 10.13187/ejmb.2016.14.125
4. Vesnin S.G., Sedakin K.M. Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii, 2012. №11. pp. 1-18
5. D'jachenko A.S., Rudenko N.N. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2017/4105](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2017/4105).
6. Losev A.G., Khoperskov A.V., Astahov A.S., Sulejmanova H.M. Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija 1: Matematika. Fizika. 2015. № 6 (31). S. 31-71. doi: 10.15688/jvolsu.2015.6.3

7. Malyshev I.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2015, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2015/3485](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2015/3485)
8. Polyakov M.V., Khoperskov A.V. Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija 1: Matematika. Fizika. 2016. № 5 (36). pp. 73-84. doi: 10.15688/jvolsu.2016.5.7
9. Polyakov M.V., Khoperskov A.V. Sovremennye informacionnye tehnologii. 2016. № 24 (24). pp.74-79
10. Polyakov M.V. Upravlenie bol'shimi sistemami. Materialy Vserossijskoj shkoly-konferencii molodyh uchenyh. Pod obshhej redakciej D.A. Novikova, A.A. Voronina. 2015, pp.971-978