

## Алгоритм корреляционного интерферометра, обеспечивающий допустимый уровень методической погрешности на основе учёта топологии антенной системы

*Ю.В. Сафронов, А.А. Строщев*

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

**Аннотация:** Для снижения вычислительных затрат предложен комплексный подход к разработке алгоритма пеленгации для многоканального корреляционного интерферометра, учитывающий, как его методическую погрешность, так и топологию антенной системы.

**Ключевые слова:** алгоритм пеленгации, антенная система, точность пеленгации, корреляционный интерферометр, методическая погрешность.

### **Введение**

В современных пеленгаторах источников радиоизлучений (ИРИ) широко применяется алгоритм корреляционного интерферометра [1] – [3], [6]. Однако его практические реализации являются компромиссом между точностью непосредственной оценки углового положения ИРИ, обусловленной, в частности, с методической погрешностью, и допустимыми вычислительными затратами для её формирования. При этом объем вычислительных затрат и величина методической погрешности непосредственно зависят от числа угловых положений, для которых формируются эталонные амплитудно-фазовые распределения сигналов на выходах пеленгационных каналов. Как правило используется равномерная сетка угловых положений, для которой характерно неравномерное распределение методической погрешности, обусловленное топологией антенной системы пеленгатора.[5] С другой стороны применение неравномерной сетки угловых положений, учитывающей топологию антенной системы пеленгатора, может обеспечить равномерное

---

распределение методической погрешности на допустимом уровне с одновременным снижением числа угловых положений, и, следовательно, со снижением вычислительных затрат.

**Цель работы:** сокращение вычислительных затрат при реализации алгоритма корреляционного интерферометра при заданном допустимом уровне методической погрешности.

**Решаемая задача:** разработка алгоритма корреляционного интерферометра, обеспечивающего допустимый уровень методической погрешности на основе учета топологии антенной системы.

### Постановка задачи

Пусть задана топология антенной системы в виде координат расположения её элементов в прямоугольной системе координат  $XOY$ :  $x_m, y_m, m = \overline{1, M}$ ,  $M$  – количество элементов антенной решетки.

Сигнал, принимаемый антенной системой, преобразуется в каждый момент времени в амплитудно-фазовое распределение  $\vec{z} = (z_1 z_2 \dots z_M)^T$ , где  $T$  – знак транспонирования,  $z_m$  – комплексная амплитуда сигнала для  $m$ -го канала,  $m = \overline{1, M}$ .

В алгоритме многоканального корреляционного интерферометра оценка азимутального пеленга ИРИ  $\theta^*$  формируется в общем случае на основе определения максимума пеленгационного рельефа  $D(\theta)$ :

$$\theta^* = \arg \max_{\theta} D(\theta). \quad (1)$$

При практической реализации пеленгационный рельеф вычисляется для конечного числа значений аргумента  $\theta_k, k = \overline{1, K}$ ,

$$D_k = F_{PR}(\vec{z}, \theta_k), k = \overline{1, K}, \quad (2)$$

например, по выражению[3]:

$$D_k = \frac{\left\| \vec{b}_k^H \vec{z} \right\|}{\left\| \vec{b}_k \right\| \cdot \left\| \vec{z} \right\|}, \quad k = \overline{1, K}, \quad (3)$$

где  $H$ -обозначение операции эрмитового сопряжения;  $\|*\|$  – обозначение нормы,  $\vec{b}_k$  – вектор эталонных значений комплексных амплитуд сигналов на выходах пеленгационных каналов для заданной частоты излучения  $f$  и  $k$ -го эталонного углового положения ИРИ по азимуту,  $\vec{b}_k = (b_{k1} \dots b_{km} \dots b_{kM})^T$ ,

$$b_{km} = \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} (x_m \cos \theta_k + y_m \sin \theta_k) \right\}, \quad m = \overline{1, M}, \quad (4)$$

$j$  – мнимая единица,  $\lambda=c/f$  – длина волны сигнала ИРИ,  $\theta_k$  – азимут  $k$ -го эталонного углового положения ИРИ, отсчитываемый в системе координат  $XOY$  от оси  $OX$  против часовой стрелки, с последующей интерполяцией (1):  $\{D_k, k = \overline{1, K}\}$ , в области  $k^* = \arg \max_k D_k$  и формированием оценки пеленга как аргумента интерполяционной функции:

$$f_{\text{int}}(\theta) = F_{\text{int}}(D_k, k \in [k^* - n_1, k^* + n_2], \theta), \quad \theta \in [\theta_{k^* - n_1}, \theta_{k^* + n_2}], \quad (5)$$

$n_1, n_2$  – константы, определяющие степень интерполяционной функции  $F_{\text{int}}$ ,  $n_1, n_2 \in N$ , в точке её максимума:

$$\theta_{\text{int}}^* = \arg \max_{\theta \in [\theta_{k^* - n_1}, \theta_{k^* + n_2}]} f_{\text{int}}(\theta). \quad (6)$$

Модуль разности

$$\Delta \theta_{\text{Met}} = \left| \theta^* - \theta_{\text{int}}^* \right| \quad (7)$$

представляет собой составляющую методической погрешности оценки азимутального пеленга ИРИ, обусловленную погрешностью интерполяции. Величина этой методической погрешности, исходя из (5), (6), зависит от  $(x_m, y_m, m = \overline{1, M})$ ,  $F_{\text{int}}$ ,  $(\theta_k, k = \overline{1, K})$ ,  $K$ , а также действительного положения

ИРИ  $\theta^0$ , которое в условиях рассматриваемой модели совпадает со значением  $\theta^*$ , т.е.

$$\Delta\theta_{Met} = F_{Met}((x_m, y_m, m = \overline{1, M}), F_{int}, (\theta_k, k = \overline{1, K}), K, \theta^*). \quad (8)$$

В свою очередь вычислительные затраты на реализацию формирования оценки пеленга зависят от величины  $K$ .

Тогда математическую постановку решаемой задачи – разработки алгоритма корреляционного интерферометра (2), обеспечивающего сокращение вычислительных затрат ( $K \rightarrow \min$ ) при заданном допустимом уровне методической погрешности  $\Delta\theta_{Met} \leq \Delta\theta_{Met}^{Don}$  на основе учета топологии антенной решётки  $(x_m, y_m, m = \overline{1, M})$  – можно представить в следующем виде:

для заданных

$$(x_m, y_m, m = \overline{1, M}), F_{int} \quad (9)$$

найти

$$K \rightarrow \min_{\theta_k, k = \overline{1, K}}, \quad (10)$$

в условиях ограничения

$$\max_{\theta^* \in [0^\circ, 360^\circ]} F_{Met}((x_m, y_m, m = \overline{1, M}), F_{int}, (\theta_k, k = \overline{1, K}), K, \theta^*) \leq \Delta\theta_{Met}^{Don}. \quad (11)$$

**Алгоритм корреляционного интерферометра, учитывающий топологию антенной системы и обеспечивающий допустимый уровень методической погрешности**

Решение (9) – (11) можно искать при следующих допущениях:

1) значения  $\Delta\theta_k = \theta_{k+1} - \theta_k, k = \overline{1, K-1}$  равны, т.е.  $\Delta\theta_k = \Delta\theta, k = \overline{1, K-1}$ ;

2) на значения  $\Delta\theta_k, k = \overline{1, K-1}$  не накладываются дополнительные ограничения.

В первом случае решение задачи (9) – (11) сводится к решению задачи оптимизации с одной переменной:

$$\text{для заданных } (x_m, y_m, m = \overline{1, M}), F_{\text{int}} \quad (12)$$

$$\text{найти } \Delta\theta \rightarrow \max, \quad (13)$$

в условиях ограничения

$$\max_{\theta^* \in [0^\circ, 360^\circ]} F_{\text{Met}}^{\text{rav}}((x_m, y_m, m = \overline{1, M}), F_{\text{int}}, \Delta\theta, \theta^*) \leq \Delta\theta_{\text{Met}}^{\text{Don}}, \quad (14)$$

где  $F_{\text{Met}}^{\text{rav}}$  – функция, аналогичная (8), имеющая меньшее число аргументов.

При этом для различных  $\theta^*$  значения функции  $F_{\text{Met}}^{\text{rav}}$  могут существенно отличаться, а величина  $K = K^{\text{rav}}$  определяется по выражению

$$K^{\text{rav}} = \left[ \frac{360}{\Delta\theta} \right]^{\text{окр}}, \quad (15)$$

где  $[*]^{\text{окр}}$  – операция округления до целого числа.

Во втором случае решению подлежит исходная задача (9) – (11), в результате для различных  $\theta^*$  значения функции  $F_{\text{Met}}$  близки к  $\Delta\theta_{\text{Met}}^{\text{Don}}$ , а величина  $K = K^{\text{opt}} \leq K^{\text{rav}}$ . Однако её решение значительно более сложное, чем в первом случае.

Алгоритм решения задачи (9) – (11) и на её основе формирования пеленга ИРИ – алгоритм корреляционного интерферометра, учитывающий топологию антенной системы и обеспечивающий допустимый уровень методической погрешности – можно представить следующем виде:

1. Определение начальных  $n_\Sigma = n_1 + n_2 + 1$  эталонных угловых положений ИРИ на основе решения задачи оптимизации с  $n_\Sigma - 1$  переменными  $\theta_k, k = \overline{2, n_\Sigma}$ , при  $\theta_1 = 0^\circ$ :

$$\text{найти } \theta_{n_\Sigma} \rightarrow \max \quad (16)$$

в условиях ограничения

$$\max_{\theta^* \in [0^\circ, \theta_{n_\Sigma}]} F_{\text{Met}}((x_m, y_m, m = \overline{1, M}), F_{\text{int}}, \theta_1 = 0^\circ, (\theta_k, k = \overline{2, n_\Sigma}), \theta^*) \leq \Delta\theta_{\text{Met}}^{\text{Don}}. \quad (17)$$

В результате решения формируются оптимальные значения части эталонных угловых положений ИРИ:  $\theta_k^*, k = \overline{1, n_\Sigma}$ .

Определение найденного текущего конечного индекса значения эталонного углового положения ИРИ (текущего конечного числа эталонных угловых положений ИРИ):

$$K^{ind} = n_\Sigma.$$

2. Увеличение числа  $K^{ind}$  на единицу.

3. Если  $\theta_{K^{ind}-1}^* > 360^\circ + \theta_{\left[\frac{n_\Sigma}{2}\right]_{окр}}^*$ , то  $K^{opt} = K^{ind} - 1$ , а найденные

оптимальные значения эталонных угловых положений ИРИ:  $\theta_k^*, k = \overline{1, K^{opt}}$  есть решение задачи (9) – (11). Переход к п. 5.

4. Если условие 3 не выполняется, то реализуется поиск значения следующего  $\theta_{K^{ind}}^*$  эталонного углового положения ИРИ на основе решения одномерной задачи оптимизации вида:

$$\text{найти } \theta_{K^{ind}} \rightarrow \max \quad (18)$$

в условиях ограничения

$$\max_{\theta^* \in [\theta_{k_n}, \theta_{K^{ind}}]} F_{Met}((x_m, y_m, m = \overline{1, M}), F_{int}, (\theta_k^*, k = \overline{k_n, K^{ind} - 1}), \theta_{K^{ind}}, \theta^*) \leq \Delta \theta_{Met}^{Don}, \quad (19)$$

$$k_n = K^{ind} - n_\Sigma - 1.$$

Осуществляется переход к п. 2.

5. Найденная последовательность  $\theta_k^*, k = \overline{1, K^{opt}}$  применяется в (3) – (6) для формирования оценки азимутального пеленга, обеспечивая минимальные вычислительные затраты при требуемом допустимом уровне методической погрешности.

### Пример

Пусть антенная система пеленгатора состоит из двух линейных эквидистантных антенных решёток со следующим расположением элементов:

– для первой (элементы с номерами  $i = 1, \dots, N_1, N_1=9$ ):

$$x_i = (i - 1) \cdot d, \quad y_i = 0, \quad \text{для } i = 1, \dots, N_1,$$

– для второй (элементы с номерами  $i = N_1 + 1, \dots, M$ , где  $M = N_1 + N_2, N_2=19$ ):

$$x_i = (N_1 - 1) \cdot d + l, \quad y_i = \left( i - N_1 - 1 - \left\lfloor \frac{N_2}{2} \right\rfloor \right) \cdot d, \quad \text{для } i = N_1 + 1, \dots, N_1 + N_2,$$

Где  $d$  – межэлементное расстояние,  $d = 0,05m$ ;  $l$  – смещение второй антенной решётки относительно края первой,  $l = 1, 2m$ ;  $[*]$  – операция округления с отбрасыванием дробной части.

Интерполяционная функция  $F_{\text{int}}$  определена так, что  $n_1 = n_2 = 1$  и в соответствии с (5), (6)

$$f_{\text{int}}(\theta) = a\theta^2 + b\theta + c, \quad \theta \in [\theta_{k^*-1}^*, \theta_{k^*+1}^*], \quad (20)$$

$$\theta_{\text{int}}^* = \arg \max_{\theta \in [\theta_{k^*-1}^*, \theta_{k^*+1}^*]} f_{\text{int}}(\theta) = -\frac{b}{2a}, \quad (21)$$

где

$$a = \frac{D_{k+1} - c}{\theta_{k+1}(\theta_{k+1} - \theta_k - \theta_{k-1}) + \theta_{k-1} \cdot \theta_k}, \quad b = \frac{D_k - D_{k-1}}{\theta_k - \theta_{k-1}} - a(\theta_k + \theta_{k-1}),$$

$$c = \frac{\theta_{k+1}(D_k - D_{k-1}) + \theta_k \cdot D_{k-1} - \theta_{k-1} \cdot D_k}{\theta_k - \theta_{k-1}}.$$

Ограничение на допустимый уровень методической погрешности задано значением  $\Delta \theta_{\text{Met}}^{\text{Don}} = 0,05$ .

Тогда выполнение пп.1-4 разработанного алгоритма позволяет определить следующую последовательность оптимальных значений эталонных угловых положений ИРИ  $\theta_k^*, k = \overline{1, K^{\text{opt}}}$  (при  $K^{\text{opt}} = 114$ ), представленную в таблице 1.

Таблица № 1

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\theta_k^*$	0	14.9	21.6	26.8	31.2	35.1	38.7	42	45.1	48.1
$k$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\theta_k^*$	50.9	53.6	56.2	58.8	61.3	63.7	66.1	68.4	70.7	73
$k$	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$\theta_k^*$	75.3	77.5	79.7	81.9	84.1	86.3	88.5	90.7	92.9	95.1
$k$	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$\theta_k^*$	97.3	99.5	101.7	103.9	106.1	108.3	110.6	112.9	115.2	117.6
$k$	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
$\theta_k^*$	120	122.5	125	127.6	130.3	133.1	136	139	142.2	145.6
$k$	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
$\theta_k^*$	149.2	153.1	157.5	162.5	168.5	176.3	188.2	197.4	203.4	208.2
$k$	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
$\theta_k^*$	221.3	216	219.4	222.6	225.6	228.4	231.1	233.7	236.2	238.7
$k$	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
$\theta_k^*$	241.1	243.4	245.7	248	250.2	252.4	254.6	256.7	258.8	260.9
$k$	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
$\theta_k^*$	263	265.1	267.2	269.3	271.4	273.5	275.6	277.7	279.8	281.9
$k$	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
$\theta_k^*$	284	268.1	288.3	290.5	292.7	295	297.3	299.7	302.1	304.6
$k$	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
$\theta_k^*$	307.2	309.9	312.7	315.6	318.7	322	369.7	325.5	329.2	333.2
$k$	111	112	113	114						
$\theta_k^*$	337.7	342.8	349	357.1						

С другой стороны, применение алгоритма корреляционного интерферометра, основанного на решении задачи (12) – (15), для рассматриваемого примера определяет следующую последовательность равномерных значений эталонных угловых положений ИРИ:

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta\theta, k = \overline{1, K^{rav} - 1}, \text{ где } \theta_1 = 0^\circ, \Delta\theta = 1, K^{rav} = 360$$

На рис. 1 и 2 представлены графики зависимости методической погрешности (8) соответственно для алгоритмов с оптимальной и равномерной последовательностью значений эталонных угловых положений ИРИ.

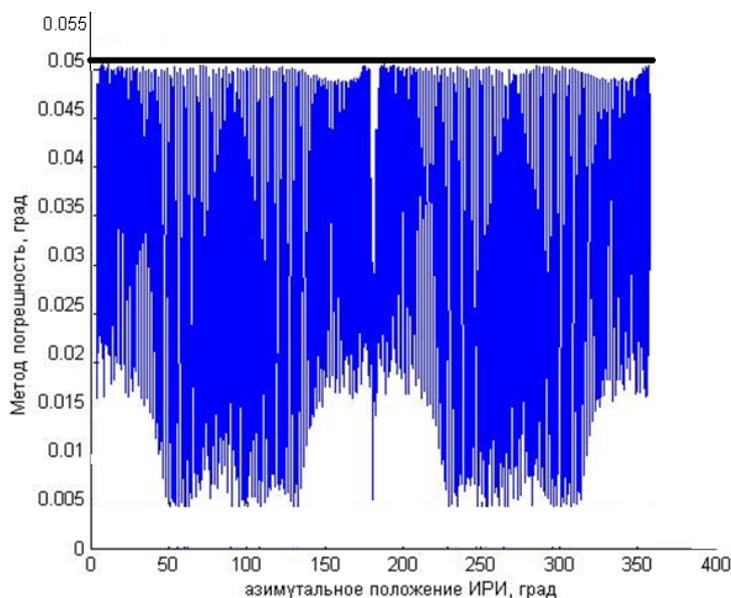


Рис.1 – График зависимости методической погрешности для алгоритма с оптимальной последовательностью значений эталонных угловых положений ИРИ

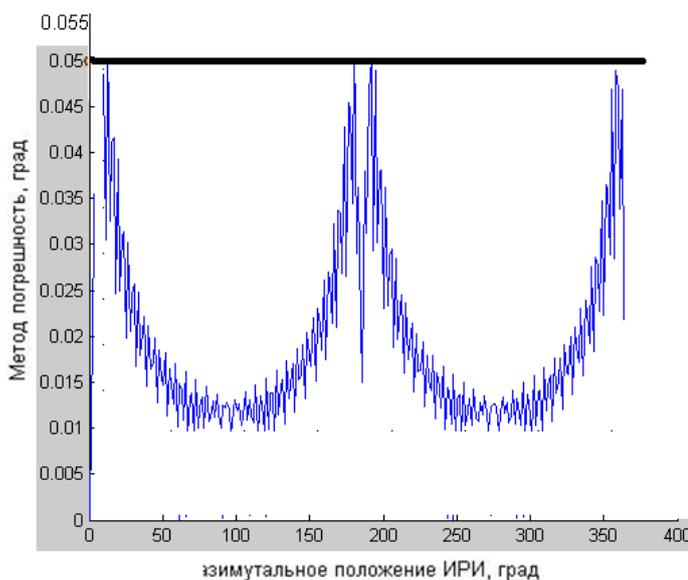


Рис.2 – График зависимости методической погрешности для алгоритма с равномерной последовательностью значений эталонных угловых положений ИРИ

Из анализа рисунков видно, что значения методической погрешности как функции углового положения ИРИ при реализации предлагаемого алгоритма для всей области определения близки к  $\Delta\theta_{Met}^{Don}$ , а для алгоритма с равномерным распределением эталонных угловых положений ИРИ существенно изменяется.

Вследствие этого величина  $K^{opt} = 114 \leq K^{rav} = 360$ , а относительное сокращение вычислительных затрат, определяемое по выражению

$$\Delta_1 = \frac{K^{rav} - K^{opt}}{K^{rav}} \cdot 100\% , \text{ составляет } 68 \%$$

Одновременное снижение вычислительных затрат и повышение точности оценки пеленгов позволяет рассматривать в качестве одного из применений предложенного алгоритма интеграцию в навигационные системы транспортных средств [4] в следствие принципиально различного характера ошибок по сравнению с инерциальными навигационными системами на основе технологии MEMS и спутниковыми навигационными системами.

## **Вывод**

Разработанный алгоритм формирования оценки пеленга в корреляционном интерферометре, учитывающий топологию антенной системы, в условиях рассмотренного примера позволил сократить вычислительные затраты при формировании оценки пеленга на 68% при заданном допустимом уровне методической погрешности.

## ***Литература***

1. Рембовский А.М., Ашихмин А.В., Козьмин В.А. Радиомониторинг – задачи, методы, средства. – М.: Горячая линия-Телеком, 2010. - 624с.
2. Ратынский М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках – М.: Радио и связь, 2003. - 200с.
3. Колесников С.С., Строчев А.А., Сухенький И.А. Методика калибровки мобильного пеленгатора-многоканального корреляционного интерферометра с применением GNSS-приёмников // Труды XX международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь» (RLNC\*2014) 15 - 17 апреля 2014 г. С.1407-1418.
4. Щербань И.В., Толмачёв С.А., Красников С.О. Универсальная стохастическая модель произвольного движения наземного транспортного средства // Инженерный вестник Дона, 2013, №3.
5. Шевгунов Т. Я., Дубровин А. В. Точность оценки пеленга источника радиоизлучения при нерегулярной структуре спектра в полосе анализа пассивной системы местоопределения. Журнал радиоэлектроники, 2014, №1
6. Денисов В.П., Дубинин Д.В. Фазовые радиопеленгаторы: Монография. Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2002.-251с.

### References

1. Rembovskij A.M., Ashihmin A.V., Koz'min V.A. Radiomonitoring – zadachi, metody, sredstva. [Radiomonitoring - targets, methods, tools.]. M.: Gorjachaja linija-Telekom, 2010. 624p.
2. Ratynskij M.V. Adaptacija i sverhrazreshenie v antennyh reshetkah [Adaptation and superresolution in antenna arrays]. M.: Radio i svjaz', 2003. 200p.
3. Kolesnikov S.S., Strocev A.A., Suhen'kij I.A. Trudy XX mezhdunarodnoj nauchno-tehnicheskoy konferencii «Radiolokacija, navigacija, svjaz'» (RLNC\*2014) 15 - 17 aprelja 2014 g. pp.1407-1418.
4. Shherban' I.V., Tolmachjov S.A., Krasnikov S.O. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1812](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1812).
5. Shevgunov T. Ja., Dubrovin A. V. Zhurnal radioelektroniki, 2014, №1, URL: [jre.cplire.ru/jre/jan14/13/text.html](http://jre.cplire.ru/jre/jan14/13/text.html).
6. Denisov V.P., Dubinin D.V. Fazovye radiopelengatory: Monografija. [Phase finders: Monograph]. Tomsk: Tomskij gosudarstvennyj universitet sistem upravlenija i radioelektroniki, 2002. 251p.