

## Математическое моделирование неявнополюсного синхронного генератора мини-ТЭЦ

*Г.Я. Вагин, Е.Б. Солнцев, А.М. Мамонов, А.А. Петров*

*Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева*

**Аннотация:** Предложена математическая модель неявнополюсного синхронного генератора мини-ТЭЦ на базе полных уравнений Парка-Горева, представленных во взаимной системе относительных единиц. Учет насыщения осуществляется с помощью метода частичных характеристик намагничивания неявнополюсной машины. Данный метод позволяет наиболее точно оценить изменение параметров схемы замещения неявнополюсного генератора при отсутствии достоверных сведений о магнитных свойствах материалов, применяемых при проектировании и изготовлении машины. Реализация математической модели осуществляется в среде Simulink. Применение модели возможно при расчете установившихся и переходных режимов в распределительных сетях, содержащих неявнополюсные синхронные генераторы.

**Ключевые слова:** неявнополюсный синхронный генератор, математическая модель, уравнения Парка-Горева, частичные характеристики намагничивания, переходные процессы.

Скорость вращения роторов агрегатов мини-ТЭЦ на базе газотурбинных установок обычно составляет 3000 об/мин, поэтому они комплектуются неявнополюсными синхронными генераторами [1]. Особенности регулирования скорости вращения газовых турбин [2], а также зависимость их КПД от загрузки делают целесообразным применение ГТУ в базовой части суточного графика нагрузки системы электроснабжения.

Установка мини-ТЭЦ в системе электроснабжения значительно влияет на параметры ее режимов работы, что приводит к необходимости проведения трудоемких расчетов, связанных с определением влияния станции на токи коротких замыканий, изменением потокораспределения и др. [3]. С другой стороны, на характеристики генератора оказывают влияние параметры режима работы самой системы электроснабжения, поэтому для проведения данных расчетов целесообразно применять математическое моделирование с использованием ЭВМ.

При моделировании синхронных генераторов предпочтение следует

---

отдавать моделям, основанным на системе дифференциальных уравнений Парка-Горева [4]. Во взаимной системе относительных единиц данная система имеет вид (символ «\*» здесь и далее опущен):

$$\left\{ \begin{array}{l} u_d = -\frac{1}{\omega_c} p\psi_d - \psi_q(1+s) - R_s i_d; \\ u_q = -\frac{1}{\omega_c} p\psi_q + \psi_d(1+s) - R_s i_q; \\ u_f = \frac{1}{\omega_c} p\psi_f + R_f i_f \\ u_{d_i} = \frac{1}{\omega_c} p\psi_{d_i} + R_{d_i} i_{d_i}, \quad i = 0..n_d; \\ u_{q_i} = \frac{1}{\omega_c} p\psi_{q_i} + R_{q_i} i_{q_i}, \quad i = 0..n_q; \\ M_T - M_\varepsilon = \frac{T_J}{\omega_c} p\omega = T_J ps, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $n_d, n_q$  – количество демпферных контуров по соответствующей оси;  $T_J$  – инерционная постоянная;  $s$  – скольжение ротора генератора относительно синхронно вращающихся осей;  $M_T$  – механический момент на валу генератора, создаваемый первичным двигателем;  $M_\varepsilon$  – электромагнитный момент сопротивления на валу двигателя.

Пренебрегая влиянием насыщения на сопротивления рассеяния контуров машины [5], потокосцепления генератора можно представить:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_d = x_\sigma i_d + \psi_{\delta d}; \\ \psi_q = x_\sigma i_q + \psi_{\delta q}; \\ \psi_f = x_{f\sigma} i_f + \psi_{\delta d}; \\ \psi_{d_i} = x_{di\sigma} i_{d_i} + \psi_{\delta d}, \quad i = 0..n_d; \\ \psi_{q_i} = x_{qi\sigma} i_{q_i} + \psi_{\delta q}, \quad i = 0..n_q. \end{array} \right. \quad (2)$$

где  $\psi_{\delta d}, \psi_{\delta q}$  – проекции результирующего потокосцепления воздушного зазора на продольную и поперечную оси соответственно;  $x_\sigma, x_{f\sigma}, x_{di\sigma}, x_{qi\sigma}$  – сопротивления рассеяния соответствующего контура.

Проекции потокосцепления воздушного зазора определяются:

$$\begin{cases} \Psi_{\delta d} = \eta_d x_{ad} \left( i_d + i_f + \sum_{i=1}^{n_d} i_{di} \right) \\ \Psi_{\delta q} = \eta_q x_{aq} \left( i_q + \sum_{i=1}^{n_q} i_{qi} \right) \end{cases} \quad (3)$$

где  $\eta_d, \eta_q$  – эквивалентные коэффициенты, учитывающие насыщение стали неявнополюсной машины вдоль соответствующих осей.

Выразив из системы (2) токи и подставив их в (3), получим зависимости  $\Psi_{\delta d}, \Psi_{\delta q}$  для неявнополюсного генератора:

$$\begin{cases} \Psi_{\delta d} = \frac{\frac{\Psi_d}{x_\sigma} + \frac{\Psi_f}{x_{f\sigma}} + \sum_{i=1}^{n_d} \frac{\Psi_{di}}{x_{di\sigma}}}{\Gamma_d}; \\ \Psi_{\delta q} = \frac{\frac{\Psi_q}{x_\sigma} + \sum_{i=1}^{n_q} \frac{\Psi_{qi}}{x_{qi\sigma}}}{\Gamma_q}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\Gamma_d, \Gamma_q$  – проводимости по соответствующим осям:

$$\begin{cases} \Gamma_d = \frac{1}{\eta_d x_{ad}} + \frac{1}{x_\sigma} + \frac{1}{x_{f\sigma}} + \sum_{i=1}^{n_d} \frac{1}{x_{di\sigma}}; \\ \Gamma_q = \frac{1}{\eta_q x_{aq}} + \frac{1}{x_\sigma} + \sum_{i=1}^{n_q} \frac{1}{x_{qi\sigma}}. \end{cases} \quad (5)$$

Наиболее полно учесть насыщение стали неявнополюсного генератора можно, используя его частичные характеристики намагничивания [5], причем, при отсутствии информации о магнитных свойствах материалов, возможно применение нормальных частичных характеристик намагничивания неявнополюсной машины [6]: магнитопровода статора и зазора  $\Phi_r = f(F_{1r})$ ; потока рассеяния  $\Phi_{f\sigma} = f(F_{1f})$ ; магнитопровода ротора  $\Phi_2 = f(F_2)$ , представленных на рис. 1, а.

Ввиду линейной зависимости потока рассеяния  $\Phi_{f\sigma}$  от МДС  $F_{1f}$

обмотки возбуждения за вычетом магнитного напряжения ротора, запишем:

$$\Phi_{f\sigma} = k_{f\sigma} F_{1f}, \quad (6)$$

где  $k_{f\sigma}$  – коэффициент взаимосвязи между  $\Phi_{f\sigma}$  и  $F_{1f}$ ;  $k_{f\sigma} \approx 0,0457$ .

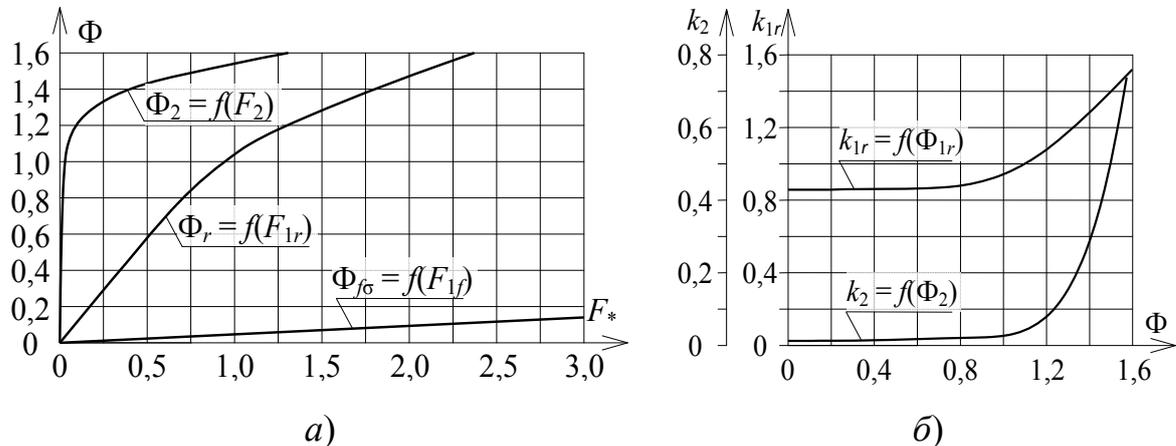


Рис. 1. Характеристики намагничивания синхронной неявнополюсной машины: *a* - частичные кривые намагничивания; *б* - коэффициенты насыщения

Взаимосвязь между магнитным напряжением  $F$  и магнитным потоком  $\Phi$  характеристик магнитопровода статора и зазора и магнитопровода ротора можно представить:

$$F = k \Phi, \quad (7)$$

где  $k$  – коэффициент взаимосвязи между  $\Phi$  и  $F$  (рис. 1, б), полученный из соответствующих характеристик намагничивания  $\Phi = f(F)$ .

МДС, создаваемая обмоткой возбуждения машины, определяется:

$$F_{fm} = F_{2d} + F_{r1d} - F_{adm}; \quad (8)$$

где  $F_{2d}$  – магнитное напряжение ротора машины по оси  $d$  машины;  $F_{r1d}$  – результирующее магнитное напряжение статора и зазора по оси  $d$  машины;  $F_{adm}$  – МДС реакции якоря и демпферных контуров машины по оси  $d$ .

МДС обмотки возбуждения направлена по продольной оси машины, поэтому сумма МДС контуров и магнитных напряжений по поперечной оси:

$$0 = F_{2q} + F_{r1q} - F_{amq}. \quad (9)$$

Продольная и поперечная составляющие магнитного потока ротора:

$$\Phi_{2d} = \Phi_{rd} + \Phi_{f\sigma d}; \quad \Phi_{2q} = \Phi_{rq} + \Phi_{f\sigma q}. \quad (10)$$

Составляющие выражений (8) и (9) определяются:

$$F_{adm} = \frac{x_{ad}}{\operatorname{tg} \alpha_0} \left( i_d + \sum_{i=1}^{n_d} i_{di} \right); \quad F_{aqm} = \frac{x_{aq}}{\operatorname{tg} \alpha_0} \left( i_q + \sum_{i=1}^{n_q} i_{qi} \right), \quad (11)$$

где  $\operatorname{tg} \alpha_0$  – тангенс угла наклона касательной к нормальной характеристике холостого хода неявнополюсной синхронной машины в нулевой точке [7];  $\operatorname{tg} \alpha_0 = 1,2$ .

$$F_{1rd} = F_{1r} \frac{\Phi_{rd}}{\Phi_r}; \quad F_{1rq} = F_{1r} \frac{\Phi_{rq}}{\Phi_r}; \quad (12)$$

$$F_{2d} = F_2 \frac{\Phi_{2d}}{\Phi_2}; \quad F_{2q} = F_2 \frac{\Phi_{2q}}{\Phi_2}. \quad (13)$$

Взаимосвязь между МДС и током обмотки возбуждения во взаимной системе относительных единиц выглядит:

$$F_{fm} = i_f \frac{x_{ad}}{\operatorname{tg} \alpha_0}. \quad (14)$$

Подход к проектированию неявнополюсной синхронной машины предполагает расчет ее параметров в соответствии с равномерным распределением магнитной индукции по каждому отдельному элементу генератора [8]. Это позволяет записать в относительных единицах:

$$\Phi_r = \psi_\delta; \quad \Phi_{rd} = \psi_{\delta d}; \quad \Phi_{rq} = \psi_{\delta q}, \quad (15)$$

тогда решая совместно уравнения (6) – (15), получим выражения для проекций потокоцепления  $\psi_\delta$  на соответствующие оси:

$$\psi_{\delta d} = \frac{[1 + k_2 k_{f\sigma}] x_{ad} \left( \frac{i_f}{1 + k_2 k_{f\sigma}} + i_d + \sum_{i=1}^{n_d} i_{di} \right)}{\operatorname{tg} \alpha_0 (k_2 + k_{1r} [1 + k_2 k_{f\sigma}])}; \quad (16)$$

$$\Psi_{\delta q} = \frac{[1 + k_2 k_{f\sigma}] x_{aq} \left( i_q + \sum_{i=1}^{n_d} i_{qi} \right)}{\operatorname{tg} \alpha_0 \left( k_2 + k_{1r} [1 + k_2 k_{f\sigma}] \right)}. \quad (17)$$

При определении коэффициента  $k_2$  следует учесть, что:

$$\Phi_2 = \sqrt{\Phi_{2d}^2 + \Phi_{2q}^2};$$
$$\Phi_{2d} = \Phi_{rd} [1 + k_{1r} k_{f\sigma}] - \frac{k_{f\sigma}}{\operatorname{tg} \alpha_0} x_{ad} \left( i_d + \sum_{i=1}^{n_d} i_{di} \right);$$
$$\Phi_{2q} = \Phi_{rq} [1 + k_{1r} k_{f\sigma}] - \frac{k_{f\sigma}}{\operatorname{tg} \alpha_0} x_{aq} \left( i_q + \sum_{i=1}^{n_d} i_{qi} \right).$$

Сопоставляя (16), (17) с (3), получим выражения для эквивалентных коэффициентов, учитывающих насыщение неявнополюсного генератора:

$$\eta_q = \frac{[1 + k_2 k_{f\sigma}]}{\operatorname{tg} \alpha_0 \left( k_2 + k_{1r} [1 + k_2 k_{f\sigma}] \right)}; \quad (18)$$

$$\eta_d = \eta_q \left[ 1 - \frac{k_2 k_{f\sigma}}{1 + k_2 k_{f\sigma}} \frac{i_f}{\left( i_f + i_d + \sum_{i=1}^{n_d} i_{di} \right)} \right]. \quad (19)$$

*Simulink*-модель блока насыщения неявнополюсного генератора (*SaturationBlock*), реализующая зависимости (5) с учетом (18) и (19), приведена на рис. 2. Математическая модель синхронного неявнополюсного генератора, реализованная в операционной среде *Simulink* в соответствии с выражениями (1) – (5), приведена на рис. 3. Блоки *SystemToMachine* и *MachineToSystem* переопределяют векторы напряжения и тока из синхронно вращающейся системы координат в жестко связанную с ротором генератора систему координат и обратно [4].

Моделирование переходных процессов осуществлялось на примере предварительно нагруженного синхронного неявнополюсного генератора

T2-6-2, работающего на изменяющуюся автономную нагрузку [9]: статическую [3, 6] в виде заданных сопротивлений или динамическую [10, 11, 12] в виде асинхронного двигателя.

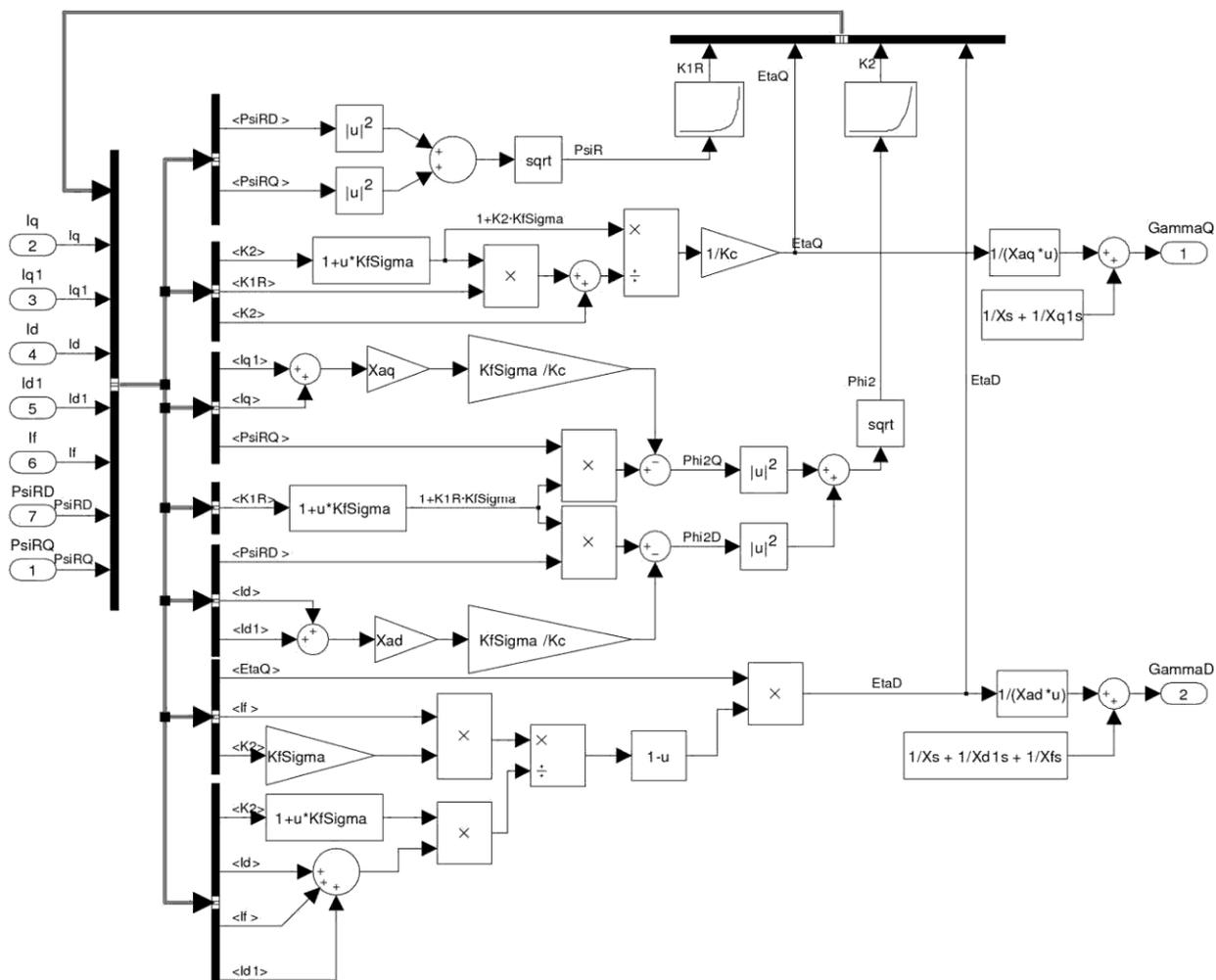


Рис. 2. Математическая модель блока насыщения *SaturationBlock* синхронного неявнополюсного генератора

Параметры генератора [13]:

- $P_{НОМ} = 6$  МВт,  $\cos \varphi_{НОМ} = 0,8$ ;  $U_{НОМ} = 6,3$  кВ;
- $x_{ad} = x_{aq} = 1,541$ ;  $x_{\sigma} = 0,147$ ;  $R_s = 0,042$ ;  $x_{f\sigma} = 0,023$ ;  $R_f = 0,001$ ;  
 $x_{d1\sigma} = 0,216$ ;  $R_{d1} = 0,058$ ;  $x_{q1\sigma} = 0,216$ ;  $R_{q1} = 0,058$ .

Параметры статической (таблица № 1) и динамической (таблица № 2) нагрузки и результаты моделирования даны в относительных единицах при номинальных условиях генератора.

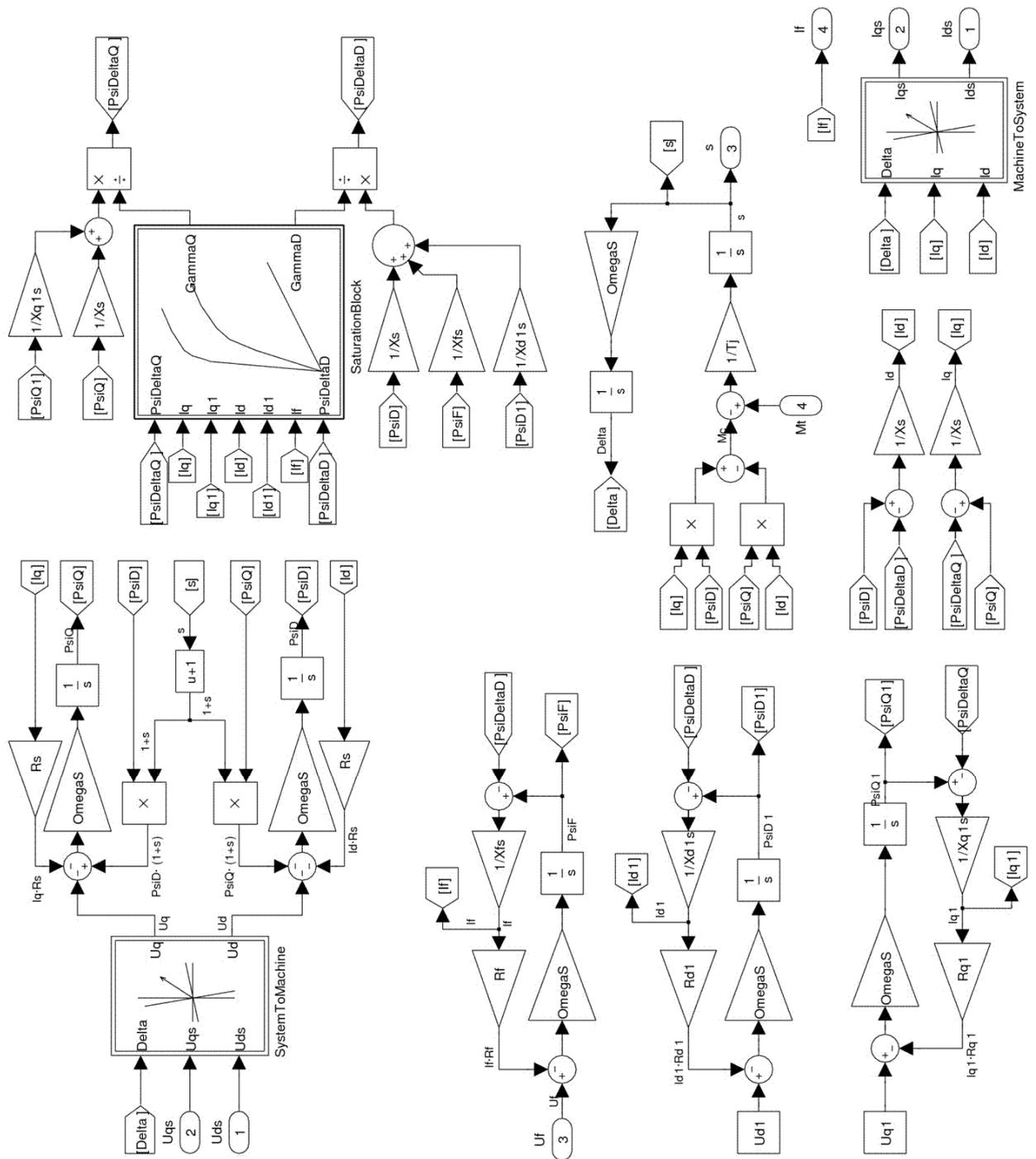


Рис. 3. Структурная схема математической модели синхронного неявнополюсного генератора

Учет влияния устройств регулирования на характер переходного процесса обеспечивается применением соответствующих моделей регуляторов напряжения и первичных двигателей [3, 14]. Постоянная времени первичного двигателя принимается равной 1 с.

Таблица № 1

## Параметры статической нагрузки генератора

№ расчета	Исходное состояние				Конечное состояние			
	$R$ , о.е.	$X$ , о.е.	$Z$ , о.е.	$\cos \varphi$	$R$ , о.е.	$X$ , о.е.	$Z$ , о.е.	$\cos \varphi$
1	1,6	1,2	2	0,8	1,6	1,2	2	0,8
2	3,2	2,4	4	0,8	1,066	0,8	1,333	0,8

Таблица № 2

## Параметры динамической нагрузки генератора [9]

№ расчета	Исходное состояние			Конечное состояние		
	$S_{\text{ном}}$ , о.е.	$\cos \varphi_{\text{ном}}$	$M$ , о.е.	$S_{\text{ном}}$ , о.е.	$\cos \varphi_{\text{ном}}$	$M$ , о.е.
1	0,5	0,8	0	0,5	0,8	1
2	0,5	0,8	0,5	0,5	0,8	0,5

Примечание.  $M$  – момент сопротивления на валу динамической нагрузки относительно ее номинального момента.

Результаты моделирование переходных режимов с использованием разработанной модели (рис. 4) соответствуют реальным представлениям о протекании процессов в неявнополюсной синхронной машине.

**Выводы.** В среде *Simulink* разработана математическая модель неявнополюсного генератора, основанная на дифференциальных уравнениях Парка-Горева. Учет насыщения неявнополюсной машины осуществляется с помощью частичных характеристик намагничивания, что позволяет повысить точность при проведении расчетов переходных режимов в электрической сети с неявнополюсными генераторами. Использование модели возможно при расчетах переходных режимов, устойчивости, настройках регуляторов напряжения и скорости вращения первичных двигателей.

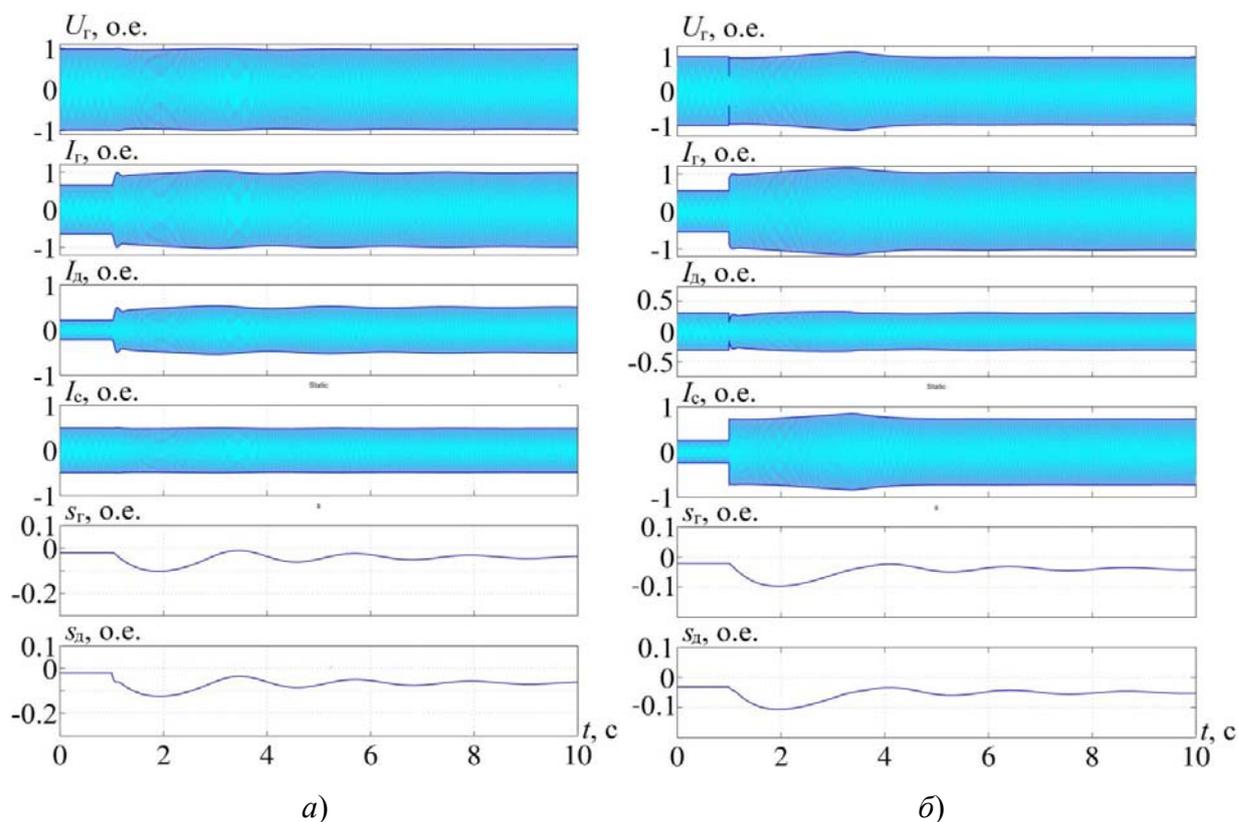


Рис. 4. – Результаты моделирования переходных процессов: *а* - расчет №1; *б* – расчет №2;  $U_{Г}$  – напряжение на зажимах генератора;  $I_{Г}$  – ток генератора;  $I_{д}$  – ток динамической нагрузки;  $I_{с}$  – ток статической нагрузки;  $s_{Г}$  – скольжение ротора генератора относительно синхронно вращающихся осей;  $s_{д}$  – скольжение ротора эквивалентного асинхронного двигателя динамической нагрузки относительно синхронно вращающейся оси

### Литература

1. Белоусенко И.В., Шварц В.Г., Шпилевой В.А. Энергетика и электрификация газовых промыслов и месторождений, Тюмень: Тюмень. 2000. 273 с.
2. Цанев С.В., Буров В.Д., Ремезов А.Н. Газотурбинные и парогазовые установки тепловых электростанций. Москва: Издательский дом МЭИ, 2009. 584 с.
3. Вагин Г.Я., Солнцев Е.Б., Мамонов А.М., Петров А.А. Математическая модель электроагрегата мини-ТЭЦ на базе явнополюсного



синхронного генератора // Известия Томского политехнического института. 2015. №8 (Т. 326). С 92-101.

4. Груздев И.А., Кадомская К.П., Кучумов Л.А., Лугинский Я.Н., Портной М.Г., Соколов Н.И. Применение аналоговых вычислительных машин в энергетических системах. Методы исследования переходных процессов. Изд. 2-е, перераб. и доп. Москва: Энергия, 1970. 400 с.

5. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины: учебник для вузов. В двух томах. Т. 2. Москва: Издательский дом МЭИ, 2006. 532 с.

6. Вагин Г.Я., Солнцев Е.Б., Мамонов А.М., Петров А.А. Математическая модель явнополюсного синхронного генератора мини-ТЭЦ // Инженерный вестник Дона. 2015. №2. (ч.2). URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/2950](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/2950).

7. Вольдек А.И. Электрические машины. Учебник для студентов высш. техн. учебн. заведений. 3-е изд. перераб. Ленинград: Энергия, 1978. 832 с.

8. Извеков В.И., Серихин Н.А., Абрамов А.И. Проектирование турбогенераторов. Москва: Издательство МЭИ, 2005. 440 с.

9. Granovski A. V. Analysis of physical processes and operating behavior of gas turbine units with high loading of the gas turbine stage // Power Technology and Engineering. 2011. Vol 44. №6. pp. 467-470.

10. Петров А.А. Математическое моделирование динамической асинхронной нагрузки // Сборник статей II Международной научно-практической конференция «Молодой Ученый: технические и математические науки». 2015. №1(1). С. 58-65.

11. Гуревич Ю.Е., Либова Л.Е., Окин А.А. Расчеты устойчивости и противоаварийной автоматики в энергосистемах. Москва: Энергоатомиздат, 1990. 390 с.

12. Glazyrin M. V. Study of synchronous overload capacity in interloading system // Russian Electrical Engineering. 2009. Vol 82. №6. pp 324-327.

---

13. Неклепаев Б.Н., Крючков И.П. Электрическая часть станций и подстанций: справочные материалы для курсового и дипломного проектирования. М.: Энергоатомиздат, 1989. 608 с.
14. Хватов О.С., Дарьенков А.Б., Поляков И.С. Математическое описание алгоритма управления топливоподачей дизель-генераторной электростанции переменной скорости вращения // Инженерный вестник Дона, 2013, №3. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1869](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1869).

### References

1. Belousenko I.V., Shvarts V.G., Shpilevoy V.A. Energetika i elektrifikatsiya gazovykh promyslov i mestorozhdeniy [Energy and electrification of the gas fields and deposits]. Tyumen': Tyumen'. 2000. 273 p.
2. Tsanev S.V., Burov V.D., Remezov A.N. Gazoturbinnye i parogazovye ustanovki teplovykh elektrostantsiy [Gas turbine and combined cycle plant of thermal power plants]. Moskva: Izdatel'skiy dom MEI. 2009. 584 p.
3. Vagin G.Ya., Solntsev E.B., Mamonov A.M., Petrov A.A. Bulletin of the tomsk polytechnic university. 2015. №8 (T. 326). pp. 92-101.
4. Gruzdev I.A., Kadomskaya K.P., Kuchumov L.A., Luginskiy Ya.N., Portnoy M.G., Sokolov N.I. Primenenie analogovykh vychislitel'nykh mashin v energeticheskikh sistemakh. Metody issledovaniya perekhodnykh protsessov [The use of analog computers in power systems. Research of electrical transients]. 2-e izd., pererab. i dop. M.: Energiya, 1970. 400 p.
5. Ivanov-Smolenskiy A.V. Elektricheskie mashiny: uchebnik dlya vuzov [Electrical machines]. V dvukh tomakh. Tom 2. M.: Izdatel'skiy dom MEI, 2006. 532 p.
6. Vagin G.Ya., Solntsev E.B., Mamonov A.M., Petrov A.A. Inzhenernyy vestnik Dona (Rus), 2015. №2 (p. 2). URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/2950](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/2950).
7. Vol'dek A.I. Elektricheskie mashiny. Uchebnik dlya studentov vyssh.



- tekhn. uchebn. Zavedeniy [The electric machine. Textbook for technical colleges]. 3-e izd. pererab. Leningrad: Energiya, 1978. 832 p.
8. Izvekov V.I., Serikhin N.A., Abramov A.I. Proektirovanie turbogeneratorov [The design of turbogenerators]. Moskva: Izdatel'stvo MEI, 2005. 440 p.
9. Granovskiy A. V. Analysis of physical processes and operating behavior of gas turbine units with high loading of the gas turbine stage. Power Technology and Engineering. 2011. Vol 44. №6. pp. 467-470.
10. Petrov A.A. Sbornik statey II Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsiya «Molodoy Uchenyy: tekhnicheskie i matematicheskie nauki», 2015. №1 (1). pp. 58-65.
11. Gurevich Yu.E., Libova L.E., Okin A.A. Raschety ustoychivosti i protivooavariynoy avtomatiki v energosistemakh [ Calculations of the stability and emergency control in power systems]. Moskva: Energoatomizdat, 1990. 390 p.
12. Glazyrin M. V. Study of synchronous overload capacity in interloading system. Russian Electrical Engineering. 2009. Vol 82. №6. pp 324-327.
13. Neklepaev B.N., Kryuchkov I.P. Elektricheskaya chast' stantsiy i podstantsiy: spravochnye materialy dlya kursovogo i diplomnogo proektirovaniya [The electrical part of stations and substations]. M.: Energoatomizdat. 1989. 608 p.
14. Khvatov O.S., Dar'enkov A.B., Polyakov I.S. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №3. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1869..](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1869..)