

Напряжённо-деформированное состояние яйцеобразной оболочки под действием собственного веса и внутреннего давления

Е.Э. Кадомцева, А.С. Чепурненко, А.А. Симакова, М.В. Фарниева,

В.А. Забейворота

*Донской государственный технический университет
Академия Строительства и Архитектуры*

Аннотация: В настоящее время элементы природных конструкций окружающего нас мира служат основой для заимствования их архитекторами и проектировщиками в их профессиональной деятельности. Это обусловлено не только эстетической привлекательностью природных объектов, но и большой функциональностью их формы, обеспечивающей высокую степень прочности, надежности, адаптации к изменяющимся внешним условиям, комфортности их использования в качестве жилых и производственных помещений. В данной работе предоставлен анализ НДС яйцеобразной оболочки под действием собственного веса и внутреннего давления.

Ключевые слова: напряжённо-деформированное состояние, метод конечных элементов, яйцеобразная оболочка, собственный вес, внутреннее давление, анализ, усилия, деформация.

В настоящее время, как и на протяжении многих предшествующих столетий, элементы природных конструкций окружающего нас мир служит основой для заимствования их архитекторами и проектировщиками в их профессиональной деятельности. Это обусловлено не только эстетической привлекательностью природных объектов, но и большой функциональностью их формы, обеспечивающей высокую степень прочности, надежности, адаптации к изменяющимся внешним условиям, комфортности их использования в качестве жилых и производственных помещений.

Принципы формообразования биоконструкций особенно целесообразно применять при оптимальном проектировании зданий и сооружений. При выборе модели необходимо учесть соответствие критериям, которые являются определяющими, для архитектурных оболочек, а именно: прочность по форме, сопротивляемость аэродинамическим, снеговым нагрузкам, минимальный расход строительного материала и максимально рациональное использование объема. Так же следует

учитывать влияние на оптимальный проект вариации параметров геометрии оболочки[1].

Структуры, подчиняющиеся закону минимума, имеют аналогии в живой природе. Одна из совершенных природных форм – скорлупа птичьего яйца[2]. Данная тонкостенная оболочка относится к оптимальным оболочечным структурам: ее основное преимущество – минимальный расход материала, обеспечивающий требуемую прочность.

При использовании биоформ в архитектурном проектировании довольно часто берется не вся оболочка, а ее часть, поэтому очень важно знать параметры сечений. Параметры этих сечений необходимы для определения опорного контура оболочки и изготовления его чертежей. В дальнейшем при расчете статики сооружения они позволяют определить усилия.

Как уже было сказано, причина эффективности применения оболочек заключается в их геометрии, но именно геометрия этих конструкций вызывает трудности при их расчете и возведении. В связи с этим тонкостенные пространственные конструкции не получили широкого распространения, что привело к замедлению развития теории расчета и проектирования таких конструкций [3].

В настоящее время наиболее эффективным и бурно развивающимся методом расчета конструкций является метод конечных элементов. Он успешно реализован в современных расчетных компьютерных программах и позволяет проводить достаточно точные расчеты сложных конструкций, в том числе и оболочечных систем, входящих в состав тонкостенных пространственных конструкций [4]. Универсальность данного метода расчета дает возможность исследовать напряженно-деформированное состояние оболочек практически любых форм.

Анализируемая оболочка в данной работе представляет собой поверхность, моделирующую скорлупу птичьего яйца, описывается неявным уравнением четвертого порядка:

$$z^2 + x^2 = \frac{3}{4} \cdot x \cdot (2a - x) \cdot \frac{(1 - c^2)}{(x - a)^2} \quad (1)$$

где $2a$ - длина большой оси (оси вращения поверхности); c - межфокусное расстояние; $(a-c)/2$ - расстояние от начала координат до первого фокуса меридиональной кривой [5].

В работе исследовалось НДС жёстко закреплённой половины яйцевидной оболочки из железобетона под действием собственного веса, а также внутреннего давления (рис.1).

Механические характеристики материала: модуль упругости $E=3.06 \cdot 10^6$ т/м³, коэффициент Пуассона $\nu = 0.2$, толщина $h = 0.1$ м.[6].

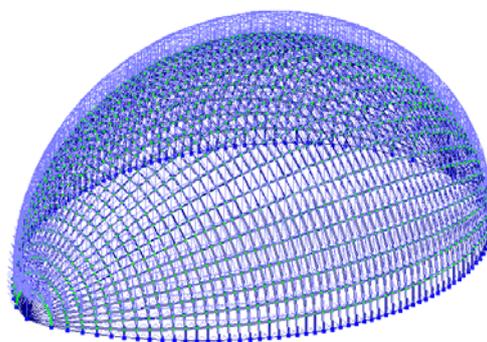


Рис. 1. – Исходная схема поверхности яйцевидной оболочки.

В первом случае исследовалось НДС оболочки под действием только собственного веса конструкции. Качественная картина деформированного состояния и распределения усилий показана на рис.2, рис. 3.

Как видно из рис. 2 образующая (эллипс) практически не меняет свою форму, в то время как направляющая (окружность) переходит в эллипс. Выпучивание происходит больше в направлении радиуса окружности.

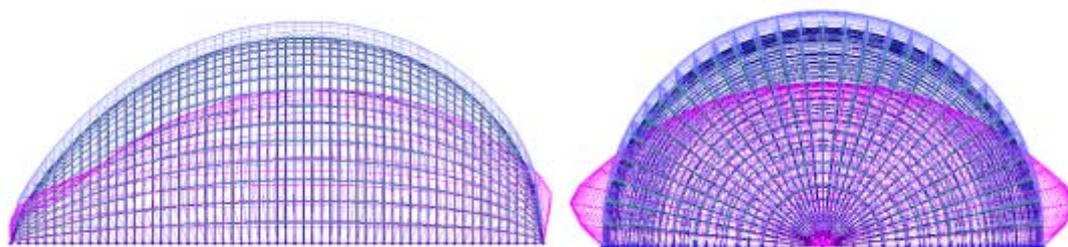


Рис. 2. – Деформированная схема (с учетом собственного веса конструкции) поверхности оболочки в осях xOz , yOz .

Картина распределения изгибающих моментов M_x, M_y и поперечных сил Q_x, Q_y в сечениях, параллельных направляющей и образующей практически одинакова (рис. 3).

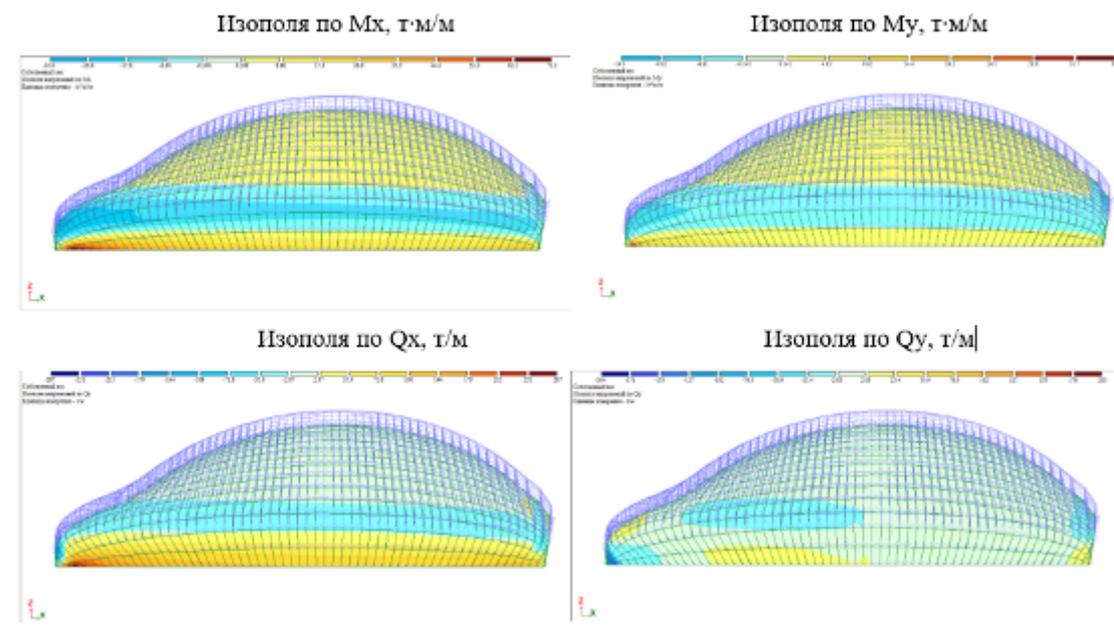


Рис. 3. – Изополюса усилий M_x, M_y, Q_x, Q_y

Усилия M_x, Q_x , возникающие в сечениях, параллельных направляющим в среднем больше усилий M_y, Q_y , возникающих в сечениях, параллельных образующим на 85%. При этом увеличение толщины оболочки на 20% увеличивает M_x на 16%, Q_x на 6%, M_y на 16% и Q_y на 14%.

Увеличение толщины оболочки в три раза увеличивает M_{x_1} на 118%, Q_x на 108%, M_y на 96% и Q_y на 100%. (рис.4)

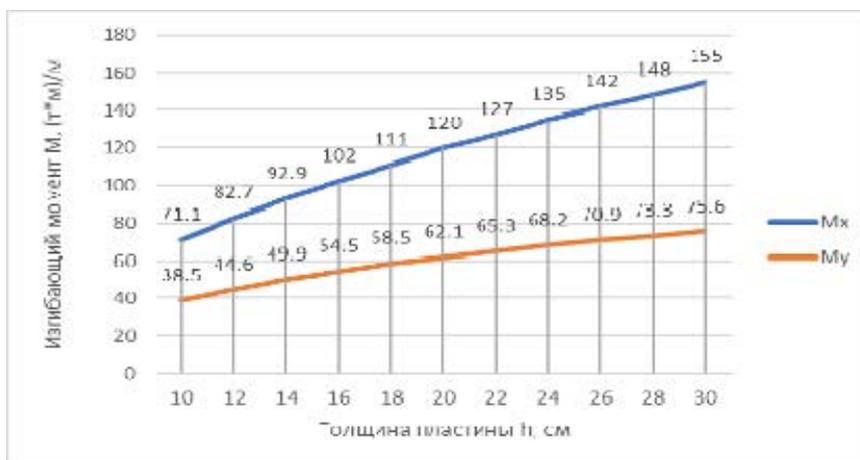


Рис. 4. – График зависимости усилий M_x , M_y от толщины оболочки.



Рис. 5. – График зависимости усилий Q_x , Q_y от толщины оболочки h

Во втором случае проводился расчёт оболочки под действием равномерно распределённого внутреннего давления. Увеличивая величину внутреннего давления с шагом 5 т/м^2 , получили следующий результат: из деформированной схемы (рис.6) видно, что форма оболочки на некотором удалении от закреплённых краёв не меняется.

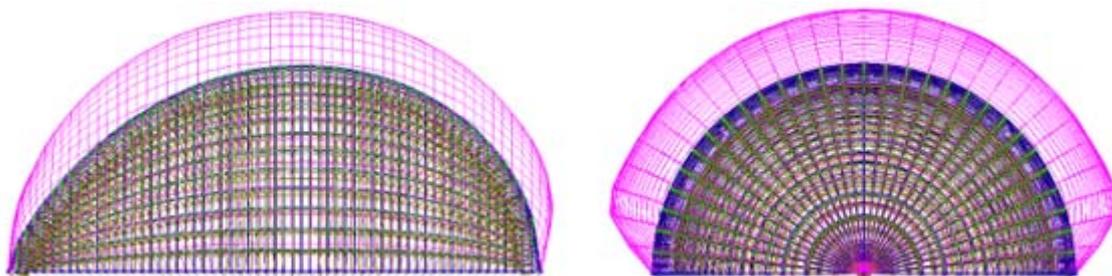


Рис. 6. – Деформированная схема (с учетом внутреннего давления)
поверхности оболочки в осях xOz , yOz

Изополюсы усилий оболочки (рис.7) показывают разный характер распределения M_x , M_y , Q_x , Q_y , возникающих в меридиальных и тангенциальных сечениях.

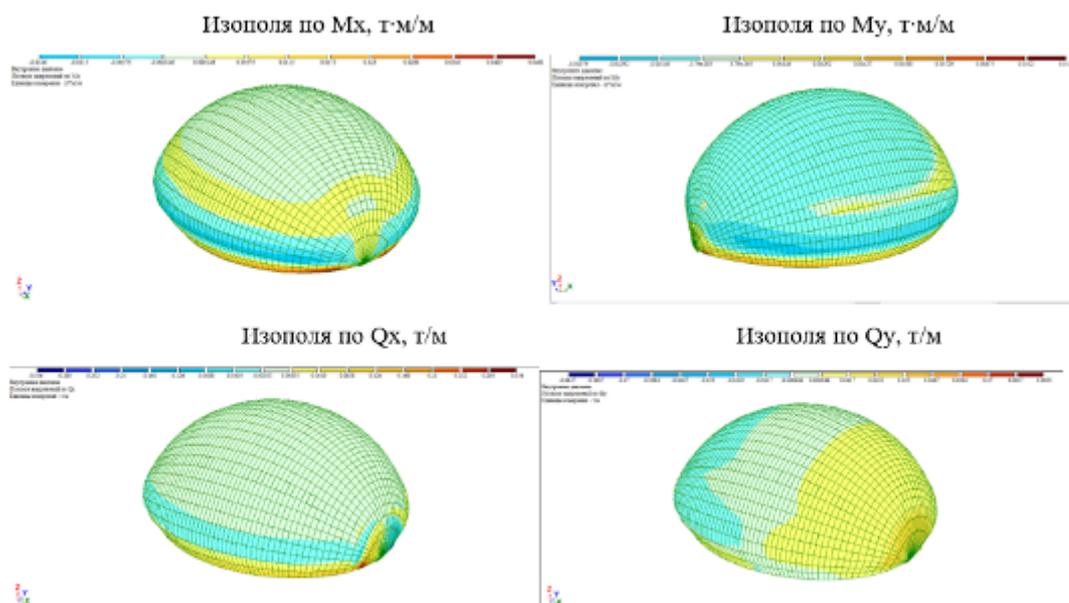


Рис. 7. – Изополюсы усилий M_x , M_y , Q_x , Q_y

Из графиков зависимости внутренних усилий от величины внутреннего равномерного давления (рис.7, рис.8) видно, что внутренние усилия, возникающие в тангенциальных сечениях, больше чем внутренние усилия, возникающие в меридиальных сечениях, и растут с увеличением внутреннего давления в четыре раза быстрее.

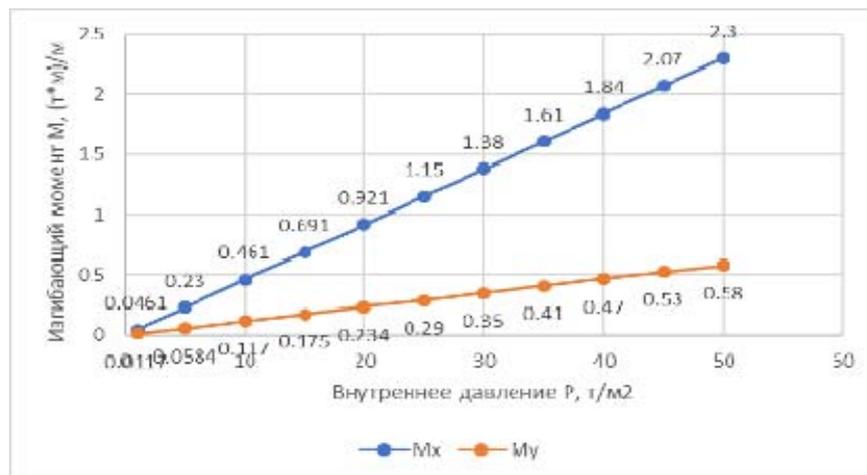


Рис. 8. – График зависимости усилий M_x , M_y от величины внутреннего давления P

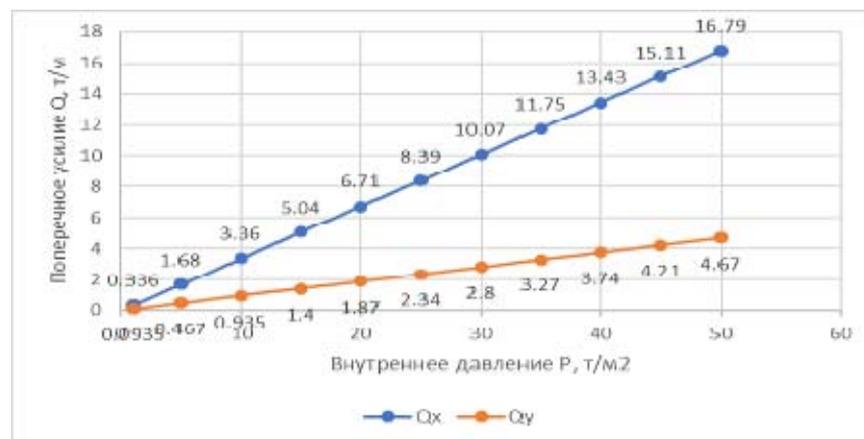


Рис. 9. – График зависимости усилий Q_x , Q_y от величины внутреннего давления P

Проведённое исследование иллюстрирует возможности метода конечных элементов расчёта на прочность и жёсткость оболочки сложной яйцеобразной формы.

Полученные результаты показывают о необходимости учитывать собственный вес конструкции, определяют наиболее напряжённые сечения, дают общую картину напряжённо–деформированного состояния яйцеобразной оболочки под действием собственного веса и равномерно – распределённого внутреннего давления.



Литература

1. Senosiain J. Bio-Architecture //Architectural Press, 2003 – P. 240.
2. Лебедев Ю.С. Архитектурная бионика. // М., Стройиздат, 1990 – 269 с.
3. Nyeng Christian A. Bock, Yamb E.B. Application of cyclic shells in architecture, machine design, and bionics// International Journal of Modern Engineering Researches, 2012. – Vol. 2. – Iss. 3. – pp. 799-806.
4. Агапов В.П. Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости конструкций. //М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2004 – 248 с.
5. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. // М.: Наука, 2006 - 544 с.
6. Баранова Д.А. Математическая модель деформирования подкрепленных оболочек вращения при учете различных свойств материала //Инженерный вестник Дона, 2012, №2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2012/745
7. Кадомцева Е.Э., Моргун Л.В. Учёт влияния отличия модулей упругости на сжатие и растяжение при расчёте на прочность армированных балок с заполнителем из фибропенобетона // Инженерный вестник Дона, 2013, № 2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1655
8. Амбарцумян С.А. Разномодульная теория упругости. // М.: Наука, 1982 - 317 с.
9. Филин А.П. Прикладная механика твёрдого деформируемого тела. Т.1. - М.: Наука, 1981. -832 с.
10. Shukla S.K. Shallow foundations in geosynthetics and their applications. // Editor Thomas Telford, London. 2002. pp. 123-163.

References

1. Senosiain J. Architectural Press, 2003. p. 240.
-



2. Lebedev Y.S. Arkhitekturnaya bionika [Architectural bionics]. M., Stroyizdat, 1990. p.269.
3. Hyeng Christian A. Bock, Yamb E.B. International Journal of Modern Engineering Researches, 2012. Vol. 2. Iss. 3. pp. 799-806.
4. Agapov V.P. Metod konechnykh elementov v statike, dinamike i ustoychivosti konstruktsiy [Finite element method in static, dynamics and stability of constructions]. M.: Izdatel'stvo Assotsiatsii stroitel'nykh vuzov, 2004. p.248.
5. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N., Khalabi S.M. Analiticheskie poverkhnosti: materialy po geometrii 500 poverkhnostey i informatsiya k raschetu na prochnost' tonkikh obolochek [Analytical surfaces: materials on the geometry of 500 surfaces and information on the calculation of the strength of thin shells]. M.: Nauka, 2006 – p. 544.
6. Baranova D.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, №2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2012/745
7. Kadomceva E.Je., Morgun L.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, № 2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1655
8. Ambarcumjan S.A. Raznomodul'naja teorija uprugosti [Non-modular theory of elasticity]. M.: Nauka, 1982. p. 317.
9. Filin A.P. Prikladnaja mehanika tvjordogo deformiruemogo tela. [Applied mechanics of a rigid deformable body.] V.1. M.: Nauka, 1981. p. 832.
10. Shukla S.K. Shallow foundations in geosynthetics and their applications. Editor Thomas Telford, London, 2002. pp. 123-163.