

## Применение гибридного алгоритма при решении неоднородной минимаксной задачи с использованием сильных мутаций

*В.Г. Кобак<sup>1</sup>, А.Г. Жуковский<sup>2</sup>, А.П. Кузин<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону*

*<sup>2</sup>Северо-Кавказский филиал Московского технического университета связи и информатики, Ростов-на-Дону*

**Аннотация:** В статье рассматривается проблема решения минимаксной задачи, характерной для теории расписаний. В качестве возможного метода решения данной задачи рассматривается гибридная модель, которая является одной из новинок генетических алгоритмов. Описывается сравнение эффективности работы данной модели на основе оценки точности полученных результатов при использовании двухточечного кроссовера, простой мутации и использовании сильной мутации.

**Ключевые слова:** двухточечный кроссовер, гибридный алгоритм, модифицированная модель Голдберга, мутация, минимаксная задача, теория расписаний, сильная мутация, особь, поколение.

### Введение

Необходимость решения задач поиска наилучшего распределения заданий между процессорами определяется возможностью существенной экономии машинного времени. [1] Теоретическая сложность нахождения наилучшего распределения связана с решением экстремальных задач комбинаторного типа, требующих больших вычислительных ресурсов. Генетические алгоритмы, моделирующие эволюционные процессы, являются перспективным способом решения подобных задач. Применение гибридных форм при работе генетического алгоритма позволяет дополнительно во многих случаях увеличить точность решения. Ранее обычно в качестве основной модели выбиралась модифицированная модель Голдберга. В данной работе рассматривается гибридный алгоритм, который образуется путем добавления свойств модели СНС к модифицированной модели Голдберга.

## Постановка задачи

В терминах теории расписаний распределительная задача может быть сформулирована следующим образом. Имеется система обслуживания, состоящая из  $N$  независимых устройств  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ . На обслуживание поступает конечный поток  $M$  – множество независимых параллельных заданий (функциональных операторов)  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ .  $\tau(t_i p_j)$  – длительность обслуживания задания  $t_i$  устройством  $p_j$ , определяется матрицей  $T_\tau$ . Приборы в общем случае не идентичны, задание  $t_i$  может быть обслужено любым из устройств, и устройство  $p_j$  может обрабатывать одновременно не более одного задания. Необходимо определить такое распределение заданий по устройствам без прерываний, чтобы время выполнения всей совокупности заданий было минимальным. Критерий минимизации времени завершения обслуживания заданий, является минимаксным критерием и определяется в следующем виде:  $f = \max_{1 \leq j \leq n} f_j \rightarrow \min$ , где  $f_j = \sum_{\tau(t_i p_j) \in T} \tau(t_i p_j)$  – время завершения работы процессора  $p_j$ .

Для решения этой задачи хорошо подходят генетические алгоритмы, позволяющие получить точное или приближенное решение. В данной работе в качестве базового алгоритма для решения неоднородной минимаксной задачи возьмем модифицированную модель Голдберга. Функционирование модифицированной модели Голдберга можно изобразить в виде схемы, показанной на Рис. 1.

В работах [2, 3, 6] была тщательно исследована модифицированная модель Голдберга при решении неоднородной минимаксной задачи. При двухточечном кроссовере (Рис.2.), простой мутации (Рис.3.), а также при определенном формировании текущего поколения (Рис.4.) получались результаты очень близкие к оптимальным.

---

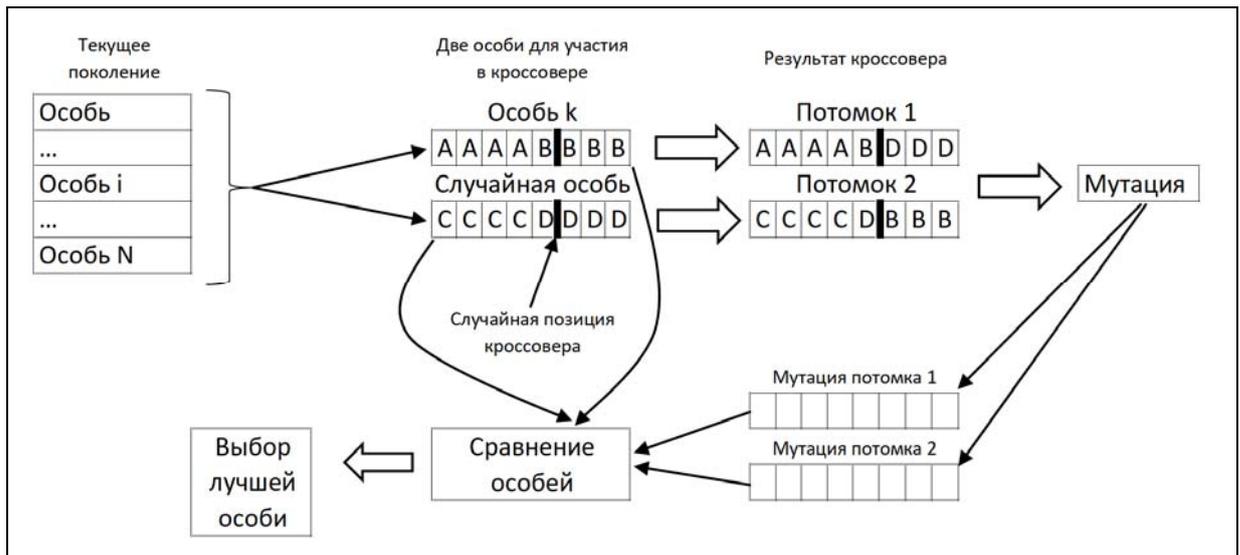


Рисунок 1 – Схема функционирования модифицированной модели Голдберга.

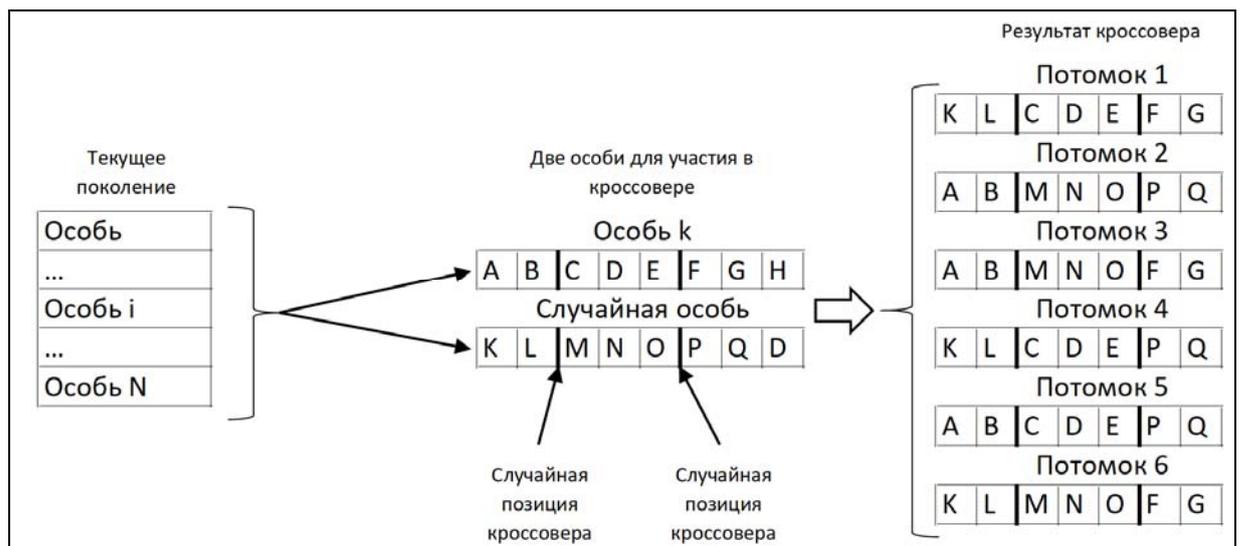


Рисунок 2 – Полный двухточечный кроссовер

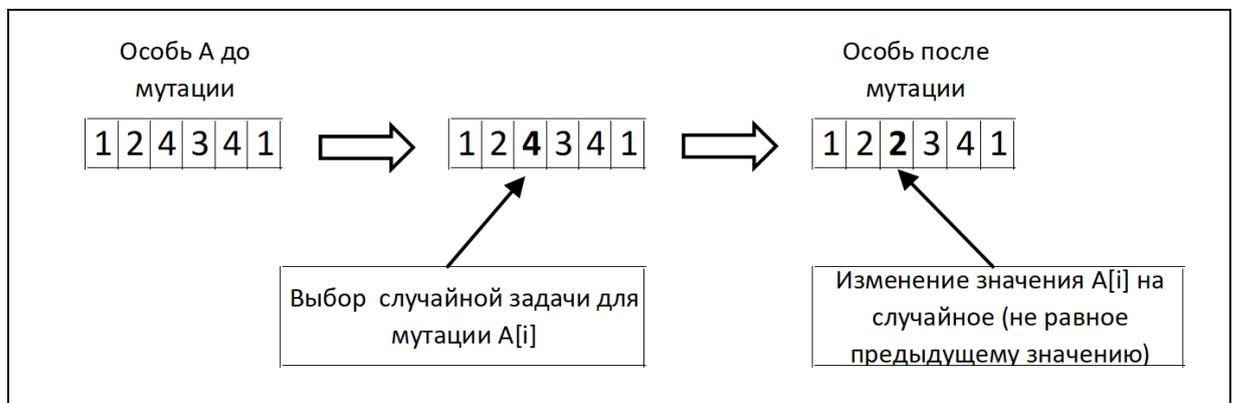


Рисунок 3 – Пример простой мутации



Рисунок 4 – Левая особь и мутации

Модифицированную модель Голдберга (с найденными ранее параметрами) усилим дополнением характерным для модели СНС, которое можно описать в виде следующей последовательности:

В конечном поколении, состоящее из заданного числа особей, находим лучшую особь и запоминаем [4, 5, 7]. Если лучшая особь получилась первый раз, то конечное поколение подвергаем сильной мутации и запускается модифицированная модель Голдберга. Если лучшая особь получилась не первый раз, то подсчитываем количество запусков. Если количество запусков равно раннее заданному, то полученная лучшая особь выбирается как найденное решение. Если во время дополнительных запусков в конечном поколении получится более лучшая особь, то счетчик дополнительных запусков сбрасывается и запускается модифицированная модель Голдберга.

Схема сильной мутации изображена на Рис.5.

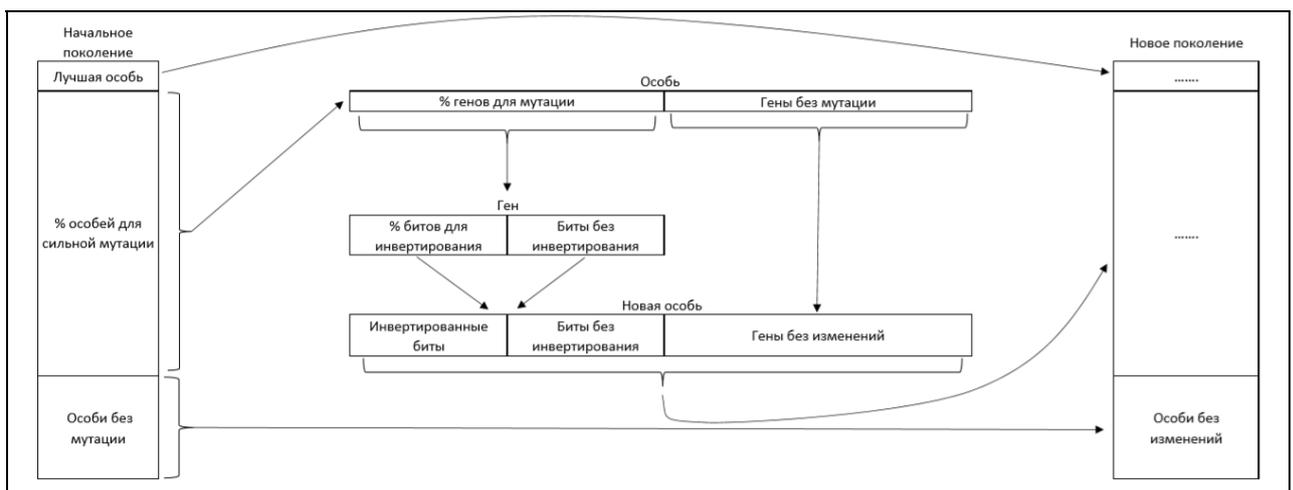


Рисунок 5 – Схема сильной мутации

### Вычислительный эксперимент

В связи с тем, что аналитически решить эту задачу крайне проблематично, если вообще возможно, в рамках исследования алгоритмов были поставлены вычислительные эксперименты, позволяющие собрать статистику решений алгоритмами [8, 9, 10]. Эксперимент проводился для 200, 400 и 800 особей и повторов алгоритма. Для таблиц 1, 2 и 3 есть ряд условных обозначений: К – процент особей, подвергшихся мутации; М – процент задач, подвергшихся мутации; В – процент бит, подвергшихся инвертированию. Жирным шрифтом выделены лучшие среди полученных результатов.

В таблице № 1 показан результат сравнения эффективности работы одноточечного кроссовера по сравнению с моделью, использующей сильную мутацию, для задачи с 4 процессорами и 71 задачи.

Таблица № 1

Сравнение эффективности алгоритмов для 4 процессоров и 71 задачи

Количество особей			200			400			800		
Показатели			Мин.	Сред.	Время(с)	Мин.	Сред.	Время(с)	Мин.	Сред.	Время(с)
Без сильной мутации			485	492,84	59	484	488,34	170	<b>482</b>	485,76	483
<b>К</b>	<b>М</b>	<b>В</b>									
100	100	12,5	<b>483</b>	<b>486,92</b>	227	<b>482</b>	<b>485</b>	594	<b>482</b>	<b>483,9</b>	1921
100	50	12,5	<b>482</b>	<b>486,3</b>	193	483	485,32	569	483	484,72	1509
100	33	12,5	<b>483</b>	<b>487,1</b>	178	483	485,66	528	<b>482</b>	484,56	1593
50	100	12,5	484	490,68	127	484	487,14	431	483	485,66	1322
50	50	12,5	485	490,22	134	484	487,18	425	483	485,4	1243
50	33	12,5	485	490,12	144	483	487,12	414	483	485,16	1321
33	100	12,5	<b>483</b>	491	130	485	488,02	410	<b>482</b>	485,46	1311
33	50	12,5	485	491,12	128	485	487,76	398	<b>482</b>	485,34	1251
33	33	12,5	486	491,1	126	484	488,24	378	<b>482</b>	485,26	1433
100	100	50	485	489,02	231	483	486,36	675	<b>482</b>	<b>484,2</b>	2187
100	50	50	484	<b>487,44</b>	226	<b>482</b>	<b>485,18</b>	639	<b>482</b>	<b>484,08</b>	1788
100	33	50	<b>483</b>	<b>486,5</b>	232	<b>482</b>	<b>485,02</b>	587	<b>482</b>	<b>484,2</b>	1647
50	100	50	486	491,06	125	484	487,4	427	483	485,38	1251
50	50	50	486	490,94	131	484	488	412	483	485,28	1255
50	33	50	486	491,06	137	483	487,52	407	<b>482</b>	485,04	1289
33	100	50	486	491,54	123	483	487,6	384	<b>482</b>	485,14	1266



33	50	50	485	491,08	126	483	487,76	385	483	485,26	1254
33	33	50	486	490,74	126	484	487,18	416	<b>482</b>	485,56	1331
100	100	75	484	488,92	248	483	486,4	709	<b>482</b>	484,72	2215
100	50	75	484	487,84	227	<b>482</b>	485,24	712	<b>482</b>	484,24	2032
100	33	75	484	<b>487,16</b>	219	<b>482</b>	<b>484,94</b>	618	<b>482</b>	<b>484</b>	1845
50	100	75	484	490,78	138	484	487,7	389	483	485,48	1357
50	50	75	484	490,44	3853	483	487,54	413	483	485,4	1393
50	33	75	485	490,22	143	483	488,22	382	483	485,28	1383
33	100	75	485	490,82	130	485	488,44	398	<b>482</b>	485,2	1287
33	50	75	486	490,96	128	484	487,56	401	483	485,34	1315
33	33	75	485	490,64	132	<b>482</b>	487,42	390	483	485,74	1344

В таблице № 2 показан результат сравнения эффективности работы одноклассового кроссовера по сравнению с моделью, использующей сильную мутацию, для задачи с 5 процессорами и 71 задачи.

Таблица № 2

Сравнение эффективности алгоритмов для 5 процессоров и 71 задачи

Количество особей			200			400			800		
Показатели			Мин.	Сред.	Время(с)	Мин.	Сред.	Время(с)	Мин.	Сред.	Время(с)
Без сильной мутации			388	394,54	74	383	389,08	217	382	386,7	600
<b>К</b>	<b>М</b>	<b>В</b>									
100	100	12,5	383	387,94	302	<b>382</b>	<b>385,16</b>	865	<b>381</b>	<b>383,7</b>	2644
100	50	12,5	<b>382</b>	<b>387</b>	251	<b>381</b>	384,66	812	<b>381</b>	<b>383,44</b>	2258
100	33	12,5	<b>382</b>	<b>386,28</b>	247	382	<b>384,6</b>	727	382	<b>383,56</b>	2313
50	100	12,5	386	392,04	161	384	388,4	522	382	385,9	1663
50	50	12,5	385	391,98	174	384	387,9	534	382	385,44	1727
50	33	12,5	385	390,62	173	384	387,68	546	382	385,4	1685
33	100	12,5	384	392,04	163	383	388,2	538	382	385,86	1620
33	50	12,5	385	391,94	158	384	388,32	504	382	385,82	1579
33	33	12,5	385	392,28	154	383	388,14	506	382	385,6	1619
100	100	50	384	389,48	334	383	386,34	888	382	384,14	2545
100	50	50	<b>383</b>	<b>387,06</b>	332	<b>382</b>	<b>385,6</b>	798	382	<b>383,66</b>	2754
100	33	50	<b>383</b>	<b>386,84</b>	307	<b>382</b>	384,74	855	<b>381</b>	<b>383,32</b>	2413
50	100	50	386	391,6	166	384	387,98	550	382	385,7	1750
50	50	50	386	391,74	157	384	388,08	515	382	385,96	1607
50	33	50	384	391,66	169	<b>382</b>	387,48	543	382	385,24	1685
33	100	50	386	392,86	144	384	388,1	500	383	385,22	1792
33	50	50	386	391,86	157	384	388,44	490	382	385,48	1583
33	33	50	384	391,92	155	383	388,1	488	382	385,76	1620
100	100	75	385	389,94	4031	383	385,86	964	382	384,02	2795
100	50	75	<b>383</b>	388,14	295	<b>382</b>	<b>385,58</b>	883	<b>381</b>	383,88	2505



100	33	75	<b>383</b>	<b>387,06</b>	302	<b>382</b>	<b>385,32</b>	830	382	384,5	2282
50	100	75	386	391,9	163	<b>382</b>	388,02	492	382	385,42	1723
50	50	75	387	392,26	161	383	387,96	563	382	385,46	1639
50	33	75	384	390,52	182	383	388,3	498	382	385,42	1701
33	100	75	387	392,62	148	384	389,04	488	381	385,3	1614
33	50	75	385	391,86	152	383	388,34	511	382	385,3	1661
33	33	75	387	392,32	162	384	388,28	455	382	385,26	1644

В таблице № 3 показан результат сравнения эффективности работы одноточечного кроссовера по сравнению с моделью, использующей сильную мутацию, для задачи с 6 процессорами и 71 задачи.

Таблица № 3

Сравнение эффективности алгоритмов для 6 процессоров и 71 задачи

Количество особей			200			400			800		
Показатели			Мин.	Сред.	Время(с)	Мин.	Сред.	Время(с)	Мин.	Сред.	Время(с)
Без сильной мутации			317	328,88	92	315	321,74	283	314	318,06	809
К	М	В									
100	100	12,5	<b>313</b>	<b>318,66</b>	354	313	316,18	1034	<b>311</b>	<b>314,1</b>	3144
100	50	12,5	<b>312</b>	<b>317,94</b>	326	<b>312</b>	<b>315,46</b>	936	312	<b>313,86</b>	2848
100	33	12,5	<b>313</b>	<b>317,62</b>	323	<b>312</b>	<b>315,98</b>	849	312	314,2	2716
50	100	12,5	316	323,08	207	316	319,9	641	312	316,24	1892
50	50	12,5	317	323,24	202	315	319,42	608	313	316,86	1935
50	33	12,5	316	322,76	198	314	319,28	656	313	316,8	2051
33	100	12,5	317	324,58	184	314	319,16	604	313	317,56	1868
33	50	12,5	317	323	202	314	319,1	635	313	316,98	1901
33	33	12,5	318	324,1	188	314	319,6	587	313	317,02	0
100	100	50	314	321,04	391	313	317,7	1208	313	315,46	3295
100	50	50	316	319,1	382	313	<b>316,12</b>	1080	312	314,34	3181
100	33	50	<b>313</b>	<b>318,4</b>	352	<b>312</b>	<b>315,64</b>	1000	<b>311</b>	<b>313,98</b>	2937
50	100	50	317	323,56	195	314	320,24	617	313	316,84	1898
50	50	50	317	323,96	199	314	319,26	616	314	316,74	1914
50	33	50	318	323,9	3926	314	319,56	645	314	316,96	1808
33	100	50	317	324,04	196	315	319,4	606	313	317,02	1885
33	50	50	319	324,56	181	316	319,72	590	314	317,18	1937
33	33	50	317	325,06	186	316	319,92	569	314	317,34	1860
100	100	75	316	321,36	376	315	318,08	1215	312	315,34	3435
100	50	75	314	319,84	375	313	316,4	1087	312	314,68	2846
100	33	75	314	<b>318,42</b>	374	313	<b>315,74</b>	1011	<b>310</b>	<b>313,98</b>	2911
50	100	75	316	324,4	191	316	320,04	592	313	317,7	1883
50	50	75	317	324,38	202	315	319,7	618	<b>311</b>	316,94	1836
50	33	75	316	322,42	210	315	319,46	618	313	316,62	1983



---

33	100	75	317	323,84	190	315	319,74	623	312	317,24	1799
33	50	75	318	324,3	176	314	319,82	574	313	316,92	1848
33	33	75	318	324,44	182	315	320,04	575	313	316,66	1859

### Выводы

Таким образом, обобщив результаты, приведенные в таблицах № 1-3, можно сделать несколько выводов:

1) Повышение количества особей и повторов приводит к повышению точности решения неоднородной минимаксной задачи, как при использовании гибридного алгоритма, так и при использовании модифицированной модели Голдберга.

2) Повышение количества особей и повторов приводит к существенному повышению времени получения решения неоднородной минимаксной задачи при использовании гибридного алгоритма.

3) Увеличение количества процессоров при решении неоднородной минимаксной задачи показывает преимущества гибридного алгоритма по сравнению с модифицированной моделью Голдберга по точности получаемого решения. Причем как в среднем происходит улучшение по количеству запусков, так и по лучшему решению, которое содержит последнее поколение.

4) Практически весь спектр рассматриваемых сильных мутаций превосходит по точности модифицированную модель Голдберга, однако использование сильной мутации с характеристиками  $K=100$ ,  $M=50$ ,  $V=12,5$  наиболее перспективно для получения решения неоднородной минимаксной задачи.

### Литература

1. Головкин Б.А. Расчет характеристик и планирование параллельных вычислительных процессов. Москва: Радио и связь, 1983. 216 с.

2. Кобак В.Г., Титов Д.В. Исследование турнирного отбора в генетическом алгоритме для решения однородной минимаксной задачи // Математические методы в технике и технологиях — ММТТ — 21: сб. трудов Междунар. науч. конф. — Саратов. 2008. №.2. С. 12.

3. Кобак В.Г., Поркшеян В.М., Кузин А.П. Использование различных вариантов мутации при решении неоднородной минимаксной задачи модифицированной моделью Голдберга // Научно практический журнал «Аспирант». 2017. №10. С. 26-29.

4. Аль-Хулайди А.А., Чернышев Ю.О. Разработка параллельного алгоритма нахождения оптимального решения транспортной задачи на кластере //Инженерный вестник Дона. 2011. №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2011/445/.

5. Нетёсов А.С. Эволюционно-генетический подход к решению задач оптимизации. Сравнительный анализ генетических алгоритмов с традиционными методами оптимизации // Инженерный вестник Дона. 2011. №3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2011/459/.

6. Кобак В.Г., Жуковский А.Г., Кузин А.П. Исследование применения одноточечного кроссовера при решении неоднородной минимаксной задачи //Инженерный вестник Дона. 2018. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4714/.

7. Goldberg D. Genetic Algorithms In Search, Optimization, and Machine Learning. USA: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989. pp. 28-33.

8. Affenzeller M., Wagner S., Winkler S., Beham A. Genetic Algorithms and Genetic Programming: Modern Concepts and Practical Applications. USA: CRC Press, 2009. 364 P.

9. Каширина И.Л. Введение в эволюционное моделирование. Воронеж, 2007. 40 С.



10. Панченко Т. В. Генетические алгоритмы. Астрахань: Астраханский университет, 2007. 87 С.

### References

1. Golovkin B.A. Raschet kharakteristik i planirovaniye parallel'nykh vychislitel'nykh protsessov. [Calculation of characteristics and planning of parallel computing processes]. Moscow: Radio i svyaz', 1983. 216 P.
2. Kobak, V.G., Titov D.V. Matematicheskie metody v tehnikе i tehnologiyah MMTT 21. Saratov, 2008. №.5. P. 12.
3. Kobak V.G., Porkshejan V.M., Kuzin A.P. Nauchno prakticheskij zhurnal «Aspirant». 2017. №10. pp. 26-29.
4. Al'-Khulaydi A.A., Chernyshev YU.O. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2011, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2011/445/](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2011/445/).
5. Netosov A.S. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2011, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2011/459/](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2011/459/).
6. Kobak V.G., Zhukovskiy A.G., Kuzin A.P. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2018. №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4714/](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4714/).
7. Goldberg D. Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. USA: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989. pp. 28-33.
8. Affenzeller M., Wagner S., Winkler S., Beham A. Genetic Algorithms and Genetic Programming: Modern Concepts and Practical Applications. USA: CRC Press, 2009. 364 P.
9. Kashirina I.L. Vvedeniye v evolyutsionnoye modelirovaniye [Introduction to evolutionary modeling]. Voronezh, 2007. 40 P.
10. Panchenko T. V. Geneticheskiye algoritmy [Genetic algorithms]. Astrakhan: Astrakhan University, 2007. 87 P.