

## Некоторые аспекты математических моделей трещиностойкости стержневых железобетонных элементов

О.В.Радайкин<sup>1,2</sup>, Л.С. Сабитов<sup>1,2</sup>, О.А. Король<sup>3</sup>, А.Дарвиш<sup>1</sup>, Т.П. Аракчеев<sup>4</sup>,  
И.Н. Гарькин<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Казанский (Приволжский) федеральный университет

<sup>2</sup> Казанский государственный энергетический университет

<sup>3</sup> Национальный исследовательский московский государственный строительный университет

<sup>4</sup> ООО «ГК «ЭПЦ-Гарант», г. Казань, Россия

<sup>5</sup> ПКИТ (ф) ФГБОУ ВО «Московский государственный университет технологий и управления им. К.Г. Разумовского (Первый казачий университет)»

**Аннотация:** Следствиями устоявшегося представления о трещиностойкости железобетонных конструкций являются два типа инженерных расчётов: на образование трещин и на ограничение их ширины раскрытия. Такой взгляд основывается на определенных допущениях (в статье рассмотрено семь наиболее значимых), с одной стороны, упрощающих расчёт до возможности его выполнения «вручную», с другой стороны - пренебрегающих какими-то реальными физическими процессами, происходящими в железобетоне под нагрузкой. Допущения можно разделить на две группы: а) физические – первичные допущения, связанные с упрощением либо полным пренебрежением некоторыми реальными физическими процессами, происходящими в железобетоне под нагрузкой; б) модельные – вторичные допущения, связанные с математическим описанием работы железобетона с учётом упрощений из предыдущего пункта «а». На первом этапе исследований подробно рассмотрены допущения первой группы. Для их уточнения и повышения достоверности и объективности получаемых результатов расчёта трещиностойкости представлен формальный алгоритм построения альтернативных моделей железобетона. Его суть - в интеграции моделей механики разрушения и теории накопления повреждений.

**Ключевые слова:** железобетон, трещиностойкость, момент трещинообразования, ширина раскрытия трещин, коэффициент пластичности, повреждаемость, нелинейная механика разрушения.

## Введение

Следствиями устоявшегося представления о трещиностойкости железобетонных конструкций являются два типа инженерных расчётов: на образование трещин и на ограничение их ширины раскрытия (некогда ранее практиковался также расчёт на закрытие трещин). Такой взгляд основывается на следующих допущениях, которые в последние годы подвергаются обоснованной критике:

1) напряжённно-деформированное состояние (НДС) стержневых железобетонных элементов считается линейным (одноосным); если говорить о современных отечественных нормах, то в них приведена оценка трещиностойкости лишь сечений, находящихся в условиях прямого чистого либо продольного изгиба (внецентренного сжатия), а для других условий нагружения она отсутствует, то есть напряжённное состояние стержня максимально упрощено:  $\sigma_{ij} = \sigma_{xx} = \sigma_1$ ,  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{xx} = \varepsilon_1$ , все прочие компоненты тензоров напряжений и деформаций приравниваются нулю;

2) до появления трещин железобетон рассматривается как сплошное деформируемое твёрдое тело без каких-либо начальных дефектов и повреждений, что не соответствует действительности;

3) в качестве условия зарождения трещин используется силовой либо деформационный критерий, соответственно:  $M = M_{crc}$ ,  $\varepsilon_{bt} = \varepsilon_{bt,ult}$ ;

4) после появления трещин они учитываются частичным либо полным исключением растянутой зоны бетона из работы путём вычитания их площади из начальной площади растянутого бетона;

5) пластические деформации бетона и арматуры учитываются использованием математических зависимостей типа « $\sigma$ - $\varepsilon$ », полученных путём аппроксимации экспериментальных данных испытаний стандартных образцов на одноосное растяжение либо сжатие;

б) экспериментально подтвержденные методами механики разрушения такие эффекты, как: а) взаимное влияние близко расположенных трещин, б) наличие зоны разгрузки усилий вдоль траектории трещины, в) появление концентрации напряжений в вершине трещины и т.п. – не учитываются;

7) следствием таких допущений служит ещё одно вынужденное упрощение – это отказ от рассмотрения НДС в точке (бесконечно-малом объёме) твердого тела и применяемого в таком случае тензорного анализа в приложении к задачам механики (взаимосвязь между напряжениями, деформациями, модулями деформаций и прочими дифференциальными величинами), вместо этого рассматриваются интегральные (обобщенные) величины: усилия, искривления оси стержня, жёсткости сечений и т.п.

Все перечисленные допущения поражают совокупную погрешность, примемую лишь для узкого круга решаемых задач, а практика диктует их разнообразие. В связи с этим цель данной публикации – провести анализ существующих теоретических основ сущностного подхода для оценки трещиностойкости стержневых железобетонных элементов и наметить пути совершенствования методов и методик её расчёта.

### **Модели и методы**

Перечисленные допущения можно разбить на две группы: а) физические – первичные допущения, связанные с упрощением либо полным пренебрежением некоторыми реальными физическими процессами, происходящими в железобетоне под нагрузкой: 2, 4, 5 и 6; б) модельные – вторичные допущения, связанные с математическим описанием работы железобетона с учётом упрощений из предыдущего пункта «а»: 1, 3 и 7.

### **Результаты исследования и их анализ**

Начнём с анализа допущения № 2 первой группы. Для этого обратимся к структуре обычного тяжёлого бетона и связанным с ней физическим свойствам [1,2]. Наиболее общей принята классификация, выделяющая три

---

основных типа структуры: микроструктуру – структуру цементного камня, мезоструктуру – структуру цементно-песчаного раствора в бетоне, макроструктуру – двухкомпонентную систему (раствор и крупный заполнитель).

Микроструктура цементного камня характеризуется такими составляющими, как кристаллический сросток, тоберморитовый гель, не до конца гидратированные зёрна цемента и пространство несплошностей. Мезоструктуру цементно-песчаного раствора рассматривают как конгломератную структуру с неаддитивными свойствами, в которой матрицей является цементный камень, а заполнителем – песок. Макроструктура имеет много общего с мезоструктурой, так как для неё в качестве матрицы может быть рассмотрен цементно-песчаный раствор, в котором распределён крупный заполнитель.

Одной из важнейших характеристик структуры бетона, как капиллярно-пористого материала, на всех уровнях являются параметры его пространства несплошностей (пор, капилляров, трещин и т.д.). Известно, что объём несплошностей в пропаренном цементном камне составляет в среднем от 15 до 50 %. Объём несплошностей в растворах и бетонах, у которых весь объём между зёрнами заполнен цементным камнем, несколько меньше, но всё же достаточно велик.

По мнению ряда исследователей, например, проф. Колчунова [3,4] процесс разрушения материала под нагрузкой имеет в своей основе два взаимообусловленных и взаимно конкурирующих механизма: 1) образование пластических деформаций путем сдвига по определенным кристаллографическим плоскостям; 2) образование и развитие трещин с последующим разрывом. Несколько непосредственно соседствующих дислокаций — это уже микротрещина, которая, по мере увеличения растягивающих напряжений, способна начать расширяться. Для описания

---

этих механизмов предложена общая модель в виде шара, для которого записано суммирование объемных секторов, уровней – радиусов из матрицы плоскостей скольжения. При этом используется альтернатива теории пластичности в виде энергетической интерпретации на поверхности сферы и определения интеграла среднего квадратичного значения касательных напряжений.

Углубляясь дальше в причины возникновения несплошностей, выделим несколько наиболее значимых:

1) причины, обусловленные химическим составом бетонной смеси (особое влияние здесь оказывает количество воды затворения) и процессом гидратации цемента, например: а) разность скорости образования кристаллизационных контактов срастания различных кристаллических фаз [5,6], что приводит к появлению внутренних напряжений  $\sigma_0$ , превышающих предел прочности кристаллического сростка и зёрен цементного камня на растяжение:  $\sigma_0 > R_t$ ; б) ослабление на отдельных участках прочностных характеристик этих же компонент структуры цементного камня за счёт уменьшения поверхностной энергии частиц при адсорбции жидкости и газов до такого уровня, что  $\sigma_0 > R_t$ ; в) превышение градиентом капиллярного давления прочности цементного камня, который возникает между порами с отличающимися радиусами [7,8]; г) возникновение осмотического давления за счёт образования вокруг частиц экранирующих оболочек, что также на каких-то участках приводит к  $\sigma_0 > R_t$ ; и др. – всё перечисленное проявляется на стадии изготовления железобетонных конструкций (твердения бетонной смеси);

2) причины, обусловленные стохастической природой роста кристаллов цементного камня, что в свою очередь имеет следствием искажение решётки кристаллов в виде: а) дислокаций [9,10], точечных, поверхностных и объёмных дефектов и т.п. б) контактного взаимодействия мало- и

---

большеугловых границ кристаллов [11,12] и т.д.; перечисленные искажения приводят к тому, что на каких-то участках неоднородной структуры цементного камня  $\sigma_0 > R_f$ ;

3) причины, связанные с усадочными процессами (уменьшение размеров и объема бетона из-за потери влаги, уплотнения, затвердевания в результате прохождения физико-химических процессов) и режимом твердения бетонной смеси и самого бетона [13,14]: а) седиментация – осаждение тяжёлых частиц бетонной смеси под влиянием гравитации, за счет чего происходит её расслоение и появления седиментационных трещин; б) пластическая (влажностная) усадка из-за поверхностного испарение воды; в) химическая усадка вследствие гидратации цемента (продукты химических реакций имеют большую плотность, чем исходные реагенты и соответственно занимают меньший объём в силу закона сохранения масс); г) аутогенная усадка (деформации тепло-изолированного невысыхающего образца); д) гидравлическая (влажностная) усадка – потеря воды затвердевшего бетона в среде с недостаточной влажностью; е) карбонизационная усадка бетона ( $\text{CO}_2 + \text{Ca}(\text{OH})_2 = \text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{O}$ ) – развивается в течении многих лет, приводит к коррозии арматуры;

4) температурные воздействия внешней среды, вызывающие деформации бетона, превышающие предельные на растяжение:  $\varepsilon_T > \varepsilon_{bt,ult}$ ;

5) механическая нагрузка, вызывающая деформации бетона, превышающие предельные:  $\varepsilon > \varepsilon_{bt,ult}$ ;

Как видно, причин образования и последующего развития несплошностей в бетоне огромное множество, причём выше приведён далеко не полный их перечень. Но важно здесь понять следующее:

- микротрещины в бетоне присутствуют всегда,
  - они возникают с самого начала затворения водой бетонной смеси, затем их количество и размеры только увеличиваются,
-

– происходит это ещё задолго до приложения механической нагрузки, по которой в теории силового сопротивления железобетона выполняется расчёт трещиностойкости,

– при этом трещины, возникшие к моменту приложения нагрузки, вполне сопоставимы по своим геометрическим параметрам (раскрытию, заглублению и др.) с теми, что подлежат нормативному расчёту по СП 63.13330, то есть границы между начальными, в том числе усадочными трещинами, силовыми трещинами при нагрузке  $M < M_{crc}$  и трещинами при  $M \geq M_{crc}$  физически не существуют; этот вывод – с далекоидущими последствиями, о чём будет сказано ниже.

Продолжим рассмотрение допущений первой группы – №№ 4 и 6. Наиболее простой способ учёта влияния трещин – это вычитать их суммарный объём (либо площадь) из объёма бетона (либо площади сечения), как сплошного тела. Такой подход на микро- и мезоуровне рассмотрения принят в теории накопления повреждений, в которой вводится, так называемый, параметр повреждаемости, например [15,16]:

$$D_v = \frac{\delta V_D}{\delta V}, \quad D_s = \frac{\delta S_D}{\delta S}, \quad (1)$$

где  $\delta V$ ,  $\delta S$  – соответственно, объём и площадь сечения представительного объёмного элемента (ПОЭ), в пределах которого свойства материала считаются однородными;  $\delta V_D$ ,  $\delta S_D$  – соответственно, приращение суммарного объёма и площади всех повреждений в ПОЭ.

Этот параметр используется при вычислении эффективных макронапряжений, связанных с номинальными следующим соотношением:

$$\sigma_{eff} = \frac{\sigma}{1-D}, \quad 0 \leq D \leq 1. \quad (2)$$

Чтобы использовать напряжения  $\sigma_{eff}$  в практических расчётах, необходимо построить кинетическое уравнение повреждаемости [15] в виде

функции многих переменных  $D = f(\sigma, x_i)$ , где  $x_i$  – набор геометрических, физических и кинематических параметров, описывающих работу конструкции под нагрузкой в заданных условиях эксплуатации с учётом предыстории. На данном этапе развития науки какого-то единого подхода достоверного получения такого уравнения для железобетона ещё не выработано. Предполагают, что его можно получать опытным путём, например, методами ртутной порометрии, ультразвуковым сканированием [17] и т.д.

Другой класс современных моделей повреждаемости бетона и железобетона активно прорабатываются также иностранными исследователями они носят название «модели повреждаемости-пластичности с разупрочнением – *«Softened Damage-Plasticity Model»*. Суть их в целом такова, что доведение бетона до вершинных напряжений на диаграмме деформирования материала описывается взаимосвязью между напряжениями, относительными деформациями, параметром повреждаемости и другими необходимыми параметрами ( $\sigma = f(\varepsilon, D, x)$ ), а при дальнейшем нагружении бетона (на ниспадающей ветке диаграммы) уже используется связь между напряжениями и шириной раскрытия макротрещины ( $\sigma = f(a_{cr}, x)$ ).

Введение параметра повреждаемости, хотя несколько и проясняет физику процесса деформирования бетона с учётом трещин, тем не менее такие явления, как зарождение трещин, их удлинение и раскрытие, взаимодействие близкорасположенных трещин, их слияние, искривление траекторий, возникновение концентрации напряжений в вершинах и т.п., остаются без рассмотрения (всё это является предметом изучения уже иной частной научной дисциплины – механики разрушения). То есть, подход теории накопления повреждений сохраняет феноменологический характер.

---

Аналогичные умозаключения относятся и к макроуровню с тем лишь отличием, что в учебной литературе по железобетону и в строительных нормах (в силовом и деформационном вариантах расчёта железобетонных конструкций), принят интегральный подход (в теории накопления повреждений, как видно из формулы (1)), используется подход дифференциальный): рассматривается опасное железобетонное сечение, жесткость которого снижается по мере нагружения за счёт вычитания из площади его растянутой зоны бетона площади, занимаемой единственной макротрещиной.

Путь устранения выявленных недостатков видится таким:

1 – экспериментально либо на основе компьютерного моделирования получить набор статистик для геометрических параметров начальных несплошностей бетона (образовавшихся к моменту приложения механической нагрузки) на всех трёх масштабных уровнях в виде функций распределения несплошностей по диаметрам, длинам, раскрытиям, заглублениям, направлениям, расстояниям между несплошностями и т.д.;

2 – подобрать для этих статистик теоретические функции распределения случайной величины (для приведённых в предыдущем пункте геометрических параметров) с вычлениением необходимых для дальнейшего расчёта моментов случайной величины и других интегральных параметров – всё это в купе должно стать предметом нормирования на уровне соответствующих сводов правил;

3 – выделить по неким критериям совокупности геометрически схожих несплошностей, для которых применима та или иная модель нелинейной механики разрушения (по типу моделей Дж. Ирвина, Д. Дагдейла, А. Хилерборга, Г.И. Баренблата, С. Ша, В.В. Панасюка, М.Я. Леонова и др.), позволяющая учитывать: а) взаимное влияние близко расположенных несплошностей – далее, конкретно, трещин, б) наличие зоны разгрузки

---

усилий вдоль траектории той или иной трещины, в) появление концентрации напряжений в вершине трещины и т.п.;

4 – на основе п.п. 2 и 3 разработать такое кинетическое уравнение накопления повреждений с параметром типа (1), которое бы учитывало и статистическую неоднородность несплошностей в бетоне, и эффекты нелинейной механики разрушения.

На допущении №5 подробно оставиваться не будем, его анализ – тема для отдельной объёмной статьи. Отметим только, что из литературы нами установлено порядка 30 различных геометрических, физических и кинематических значащих факторов (их ещё называют масштабными), влияющих на характер работы материала под нагрузкой и соответственно на запись аппроксимирующих зависимостей типа « $\sigma$ - $\varepsilon$ » бетона и арматуры. Учёт либо неучёт того или иного фактора существенным образом сказывается на конечном результате, в том числе, на оценке трещиностойкости конструкции. При этом, в нормах для бетона учитываются лишь 4 из них в самом упрощенном виде: класс бетона по прочности, повышение хрупкости для высокопрочных бетонов, продолжительность действия нагрузки, влажность среды, а для арматуры – лишь один: класс стали по прочности.

### **Выводы**

1. В статье рассмотрены семь наиболее значимых допущений традиционного подхода расчёта трещиностойкости железобетонных конструкций, явно или неявно принятых на уровне современных норм проектирования и упрощающих расчёт до возможности его выполнения «вручную». Допущения разделены на две группы: а) физические – первичные допущения, связанные с упрощением либо полным пренебрежением некоторыми реальными физическими процессами, происходящими в железобетоне под нагрузкой; б) модельные – вторичные допущения,

---

связанные с математическим описанием работы железобетона с учётом упрощений из предыдущего пункта «а». На первом этапе исследований подробно рассмотрены допущения первой группы.

2. Установлено, что причин образования и последующего развития несплошностей в бетоне огромное множество; в данной статье всего их выделено пять основных групп: обусловленные химическим составом бетонной смеси, стохастической природой роста кристаллов цементного камня, усадочными процессами, температурными воздействиями внешней среды, действием механической нагрузки.

3. Отмечено, что трещины, возникшие к моменту приложения нагрузки вполне сопоставимы по своим геометрическим параметрам (раскрытию, заглублению и т.д.) с теми, что подлежат нормативному расчёту по СП 63.13330, то есть границы между начальными, в том числе усадочными трещинами, силовыми трещинами при нагрузке  $M < M_{crc}$  и трещинами при  $M \geq M_{crc}$  физически не существует. Отсюда следует, что расчёт на образование трещин не имеет какого-либо строгого физического смысла. Это – в чистом виде абстракция, условность, исходящая из принятой расчётной модели метода предельных усилий или диаграммного метода и др.

4. Для их уточнения и повышения достоверности и объективности получаемых результатов расчёта трещиностойкости представлен формальный алгоритм построения альтернативных моделей железобетона. Его суть - в интеграции моделей механики разрушения и теории накопления повреждений.

### Литература:

1. Радайкин О.В., Карпенко Н.И. К совершенствованию диаграмм деформирования бетона для определения момента трещинообразования и

разрушающего момента в изгибаемых железобетонных элементах // Строительство и реконструкция. 2012. №3 (41). С. 10-16

2. Радайкин О.В. К определению момента трещинообразования изгибаемых железобетонных элементов с учётом пластических деформаций бетона растянутой зоны // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. №3, 2018. – С. 30-38.

3. Колчунов В.И., Марьенков Н.Г., Омельченко Е.В., Тугай Т.В., Бухтиярова А.С. Методика определения жесткости плосконапряженных и стержневых железобетонных составных конструкции при сейсмических воздействиях// Промышленное и гражданское строительство.– 2014.–№2.– С.12-15

4. Колчунов В.И., Демьянов А.И., Кащавцев А.А. Экспериментальные исследования прочности железобетонных составных конструкций с учётом коррозионного воздействия и их анализ // Строительство и реконструкция. – 2017.– №1(69) – С.24-38

5. Клюев С.В., Гарькин И.Н., Клюев А.В., Сабитов Л.С. Результаты испытаний сборных подкрановых конструкций на выносливость // Строительные материалы и изделия. 2022. Т.5 №4. С. 39–46

6. Клюев С.В., Гарькин И.Н., Клюев А.В. Сравнительный анализ неразрезных подкрановых балок // Региональная архитектура и строительство. 2022. №3 (32). С. 111–126

7. Чепурненко В.С., Хашхожев К.Н., Языев С.Б., Аваков А.А. Совершенствование расчёта гибких трубобетонных колонн с учётом обжатия в плоскостях сечений // Строительные материалы и изделия. 2021. Т. 4. № 3. С. 41 – 53.

8. Гвоздев А.А., Дмитриев С.А. К расчёту предварительно напряженных железобетонных и бетонных сечений по образованию трещин // Бетон и железобетон. – М.: Госстрой СССР, 1957, № 5. – С. 205-211.

---

9. Варламова Т.В., Ксенофонтова Т.К., Верхоглядова А.С., Мареева О.В. Учет динамических воздействий при проектировании консольных конструкций // Строительные материалы и изделия. 2022. Том 5. № 6. С. 54 – 63.

10. Дали Ф. А. Методологические аспекты обследования объектов защиты на соответствие требованиям пожарной безопасности в проблемно-ориентированных системах управления // Инженерный вестник Дона. 2021. № 7. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2021/7114](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2021/7114)

11. Кузин Н.Я., Багдоев С.Г. Оценка внешних факторов на несущую способность конструкций гражданских зданий // Региональная архитектура и строительство. – 2012.– №2.– С.79-82

12. Garkin I.N., Garkina I.A. System approach to technical expertise construction of building and facilities // Contemporary Engineering Sciences. – 2015. – Vol.8, №5. – pp.213-217.

13. Ведяков И.И., Гукова М.И., Фарфель М.И., Кондрашов Д.В., Яровой С.Н. Обследование конструкций зданий и сооружений завода ОАО "Тагмет" // Строительная механика и расчет сооружений. – 2013. – № 1 (246). – С. 58-64.

14. Третьяк Л. П., Руденко А. М. Особенности системы управления профессиональными рисками // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. – 2019. – № 1(27). – С. 105-109.

15. Абрашитов В.С., Жуков А.Н., Устинова А.В. Определение категорий технического состояния строительных конструкций зданий и сооружений // Региональная архитектура и строительство. – 2016. – № 4 (29). – С. 67-70.

16. Римшин В.И., Анпилов С.М., Трунгов П.С. Исследование несущей способности сборных железобетонных плит с внутренней распоркой // БСТ: Бюллетень строительной техники. –2023. –№ 6 (1066). –С. 27-29.

---

17. Гайнуллин М.М., Анпилов С.М., Жураев З.П. Способ реконструкции и возведения большепролетных монолитных железобетонных перекрытий объектов военной инфраструктуры // Военный инженер. – 2019. –№ 3 (13). – С. 17-23.

### References

1. Radajkin O.V., Karpenko N.I. Stroitel'stvo i rekonstrukcija. 2012. №3 (41). pp. 10-16.
2. Radajkin O.V. Vestnik BGTU im. V.G. Shuhova. №3, 2018. pp. 30-38.
- 3 Kolchunov V.I., Mar'enkov N.G., Omel'chenko E.V., Tugaj T.V., Buhtijarova A.S. Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo. 2014. №2. pp.12-15.
4. Kolchunov V.I., Dem'janov A.I., Kashhavcev A.A. Stroitel'stvo i rekonstrukcija. 2017. №1(69) pp.24-38.
5. Kljuev S.V., Gar'kin I.N., Kljuev A.V., Sabitov L.S. Stroitel'nye materialy i izdelija. 2022. T.5 №4. pp. 39–46
6. Kljuev S.V., Gar'kin I.N., Kljuev A.V. Regional'naya arhitektura i stroitel'stvo. Regional'naja arhitektura i stroitel'stvo. 2022. №3 (32). pp. 111–126
7. Шерпурненко V.S., Хашкhozhev K.N., Языев S.B., Аваков A.A. Stroitel'nye materialy i izdeliya. 2021. T. 4. № 3. pp. 41 – 53.
8. Gvozdev A.A., Dmitriev S.A. Beton i zhelezobeton. M.: Gosstroj SSSR, 1957, № 5. pp. 205-211.
9. Varlamova T.V., Ksenofontova T.K., Verhogljadova A.S., Mareeva O.V. Stroitel'nye materialy i izdelija. 2022. Tom 5. № 6. pp. 54 – 63.
10. Dali F. A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2021 №2 URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2021/7114](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2021/7114)
11. Kuzin N.Ya., Bagdov S.G. Regional'naya arhitektura i stroitel'stvo. 2012. №2. pp.79-82.
12. Garkin I.N., Garkina I.A. Contemporary Engineering Sciences. 2015. Vol.8, No. 5. pp.213-217 .



13. Vedjakov I.I., Gukova M.I., Farfel' M.I., Kondrashov D.V., Jarovoj S.N. Stroitel'naja mehanika i raschet sooruzhenij. 2013. № 1 (246). pp. 58-64
14. Tret'jak L. P., Rudenko A. M. Inzhenerno-stroitel'nyj vestnik Prikaspija. 2019. № 1(27). pp. 105-109
15. Abrashitov V.S., Zhukov A.N., Ustinova A.V. Regional'naja arhitektura i stroitel'stvo. 2016. № 4 (29). pp. 67-70
16. Rimshin V.I., Anpilov S.M., Truntov P.S. BST: Byulleten' stroitel'noj tekhniki. 2023. № 6 (1066). pp. 27-29.
17. Gajnullin M.M., Anpilov S.M., ZHuraev Z.P. Voennyj inzhener. 2019. № 3 (13). pp. 17-23.