Численное исследование и оптимизация формы осесимметричного тела в аэродинамическом потоке

Н.Н. Чернов, А.В. Палий, А.В. Саенко, А.Е. Костомаров

Институт нанотехнологий, электроники и приборостроения
Южный федеральный университет

Аннотация: В данной работе произведено численное исследование оптимизированной формы тела минимального аэродинамического сопротивления. Вычислительный эксперимент предполагает переход от изучения реального объекта к изучению его математической модели, для исследования таких процессов, натурное исследование которых невозможно, по каким-либо причинам затруднено или дорого. Условиями сравнения форм тел в вычислительном эксперименте являются сохранение постоянными для всех тел: объема и формы рабочей зоны; расстояния от истоков, стоков и центров тел; скорости газового потока; массы тел и прочих второстепенных характеристик помимо только самой формы поверхности.
Ключевые слова: аэродинамическое сопротивление, оптимизированная форма тела, численное моделирование, вычислительный эксперимент, температурное поле, конвективный теплоперенос.

Введение

Несмотря на кажущуюся простоту внешних форм, обтекание рассматриваемых тел является весьма сложным процессом даже в изолированных условиях. Еще более сложным оказывается обтекание и аэродинамические характеристики, когда простейшие геометрические формы являются частью еще более сложных форм. В этом случае начинает проявляться взаимное влияние отдельных участков поверхности тела друг на друга, существенно усложняя исходную картину течения. К этому следует добавить и попутное возрастание количества геометрических параметров, влияющих на структуру течения.

В данной статье нами будет предложена оптимизированная форма тела с точки зрения минимизации аэродинамического сопротивления потоку газа.

Следует предположить, что такая форма будет соответствовать эквипотенциальным поверхностям (потоковым линиям), так как при этом и будет соблюдаться условие минимального искажения потока и силы взаимодействия потока с поверхностью тела, что в конечном итоге и обеспечивает минимизацию аэродинамического сопротивления [1-3].

Описание исследования

Задача нахождения формы оптимального аэродинамического тела с минимальным аэродинамическим сопротивлением сводится к вычислению математической формулы кривой (линии тока) образующей данное тело путем вращения относительно оси, совпадающей с направлением потока заданной скорости (рис. 1).

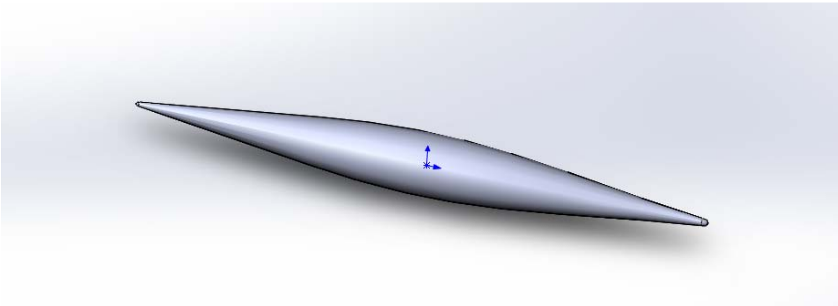

Рис. 1 – Форма оптимального тела с минимальным аэродинамическим сопротивлением потоку газа

Подобное течение можно получить наложением однородного потока, параллельного оси OX со скоростью v на поле скоростей диполя с положительным моментом, соответствующим вытеканию газа из диполя навстречу набегающему однородному потоку.

В случае плоского стационарного движения газа, все его частицы будут перемещаться параллельно некоторой плоскости [4, 5].

При этом определяющая плоскость будет совпадать с координатной xoy, а потенциал скорости будет равен $\varphi\,(x, y)$, и семейство уравнений $\varphi\,(x, y) = C$ будут эквипотенциальными линиями (поверхностями) [6].

Тогда, проекции скорости на оси x и y будут описываться следующими выражениями:

$$u = u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad v = u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}. \tag{1}$$

что удовлетворяет уравнениям неразрывности.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \, \partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \, \partial y} \equiv 0. \tag{2}$$

Данная функция и является функцией тока, а уравнение $\psi\,(x, y) = C$ является уравнением линий тока [7].

Для плоскопараллельного потока комплексный потенциал будет иметь вид [8]:

$$W(z) = a\,z = a(x + i\,y). \tag{3}$$

где, $a = ia_1$, a_1 – вещественно.

Уравнениями линий тока и эквипотенциалей будут:

$$a_2 x + a_1 y = C_1 \text{ или } y = -\frac{a_2}{a_1} x + C_2, \tag{4}$$

$$a_1 x - a_2 y = C_3 \text{ или } y = -\frac{a1}{a_2} x + C_4. \tag{5}$$

Комплексный потенциал поля диполя равен:

$$W(z) = \frac{m}{2\pi} \frac{1}{z} \tag{6}$$

При совмещении однородного аэродинамического потока, параллельного оси OX со скоростью $|\mathrm{v}_\infty|$ и соответствующим комплексным потенциалом со скоростным полем диполя с комплексным потенциалом и положительным моментом ($\mathrm{m} > 0$), что соответствует вытеканию жидкости из диполя навстречу набегающему потоку, получим комплексный потенциал.

Определив величину момента диполя как:

$$\mathrm{m} = 2\pi a^2 |\,\mathrm{v}_\infty|, \tag{7}$$

получим нулевую линию тока в виде окружности радиуса a с центром в начале координат и оси OX [9].

Остальные линии тока получаются заданием различных значений константы в уравнении линий тока (полученным подстановкой значения $m = 2\pi a^2 | v_\infty |$).

$$[1 - a^2 / (x^2 + y^2)]\, y = \text{const}. \quad (8)$$

Данную неявную функцию можно построить при помощи численного метода последовательных приближений (метода простых итераций) в программе, напраленном на обработку сложных математических вычислений, визуализацию данных и моделирование Maple, предназначенной для символьных вычислений и для численного решения дифференциальных уравнений и систем уравнений (рис. 2) [10].

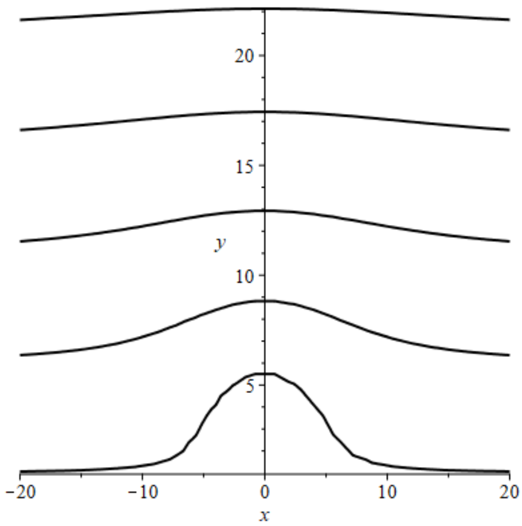

Рис. 2 – Изменение формы линий тока при увеличении расстояния от тела

Из рисунка видно, как с увеличением расстояния от тела форма линий тока приближается к прямой (невозмущенному потенциальному плоскопараллельному потоку), что соответствует действительности.

При уменьшении расстояния линии тока вырождаются в окружность, соответствуя полю диполя (рис. 3).

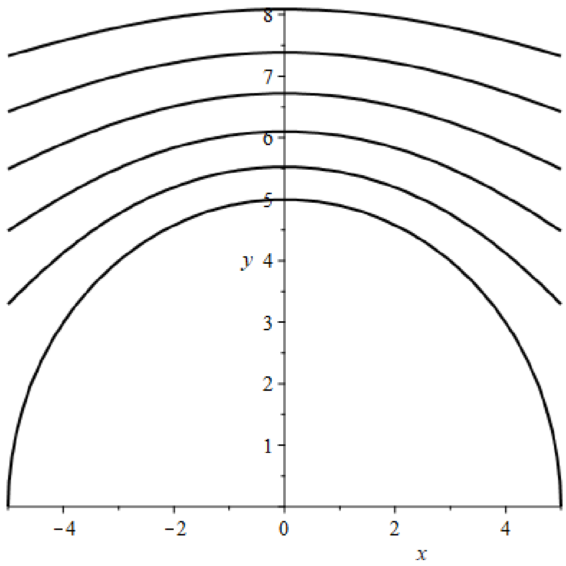

Рис. 3 – Изменение формы линий тока при уменьшении расстояния от тела

Заключение

Произведенное численное исследование оптимизированной формы тела минимального аэродинамического сопротивления показало необходимость ее выполнения по эквипотенциальным поверхностям (линиям тока) при совмещении однородного потока, и соответствующим комплексным потенциалом на поле скоростей диполя с соответствующим комплексным потенциалом и положительным моментом, что будет соответствовать вытеканию жидкости из диполя навстречу набегающему потоку. Тогда мы будем наблюдать безотрывное обтекание тела аэродинамическим потоком заданной скорости, что обеспечивает минимизацию аэродинамического сопротивления.

Литература

1. E.L. Houghton, P.W. Carpenter, Steven H. Collicott, Daniel T. Valentine. Aerodynamics for Engineering Students, Elsevier Ltd, 2013. – 717 p.

2. Alex Townsend. A graduate introduction to numerical methods: From the Viewpoint of Backward Error Analysis. Springer, New York, Heidelberg, 2013. –

252 p.

3. Jamshid Ghaboussi, Xiping Steven Wu. Numerical Methods in Computational Mechanics. CRC Press, 2016. – 313 p.

4. K. Gierens, B. Karcher, H. Mannstein, and B. Mayer. Aerodynamic Contrails: Phenomenology and Flow Physics. Journal of theatmospheric sciences, 2009. Vol. 66. – pp. 217-226.

5. N. J. Higham. Accuracy and Stability of Numerical Algorithms. SIAM, Philadelphia, 2002. – 320 p.

6. Houghton E.L., Carpenter P.W. Aerodynamics for Engineering Students. Designs and Patents Act, 1988. – 614 p.

7. W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, 2007. – 517 p.

8. G. Strang. Introduction to Linear Algebra. Wellesley, MA: Wellesley–Cambridge Press, 2009. – 372 p.

9. Кулагин А.В. Газодинамический подход к оценке потерь на теплоотдачу в простом газопроводе // Инженерный вестник Дона, 2013. № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1736.

10. Палий А.В., Саенко А.В., Бесполудин В.В. Влияние формы выступа и его расположения на поверхности радиатора на температуру источника тепла // Инженерный вестник Дона, 2016. № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3661.

References

1. E.L. Houghton, P.W. Carpenter, Steven H. Collicott, Daniel T. Valentine. Aerodynamics for Engineering Students, Elsevier Ltd, 2013. 717 p.

2. Alex Townsend. A graduate introduction to numerical methods: From the Viewpoint of Backward Error Analysis. Springer, New York, Heidelberg, 2013. 252 p.

3. Jamshid Ghaboussi, Xiping Steven Wu. Numerical Methods in Computational Mechanics. CRC Press, 2016. 313 p.

4. K. Gierens, B. Karcher, H. Mannstein, and B. Mayer. Aerodynamic Contrails: Phenomenology and Flow Physics. Journal of theatmospheric sciences, 2009. Vol. 66. pp. 217-226.

5. N. J. Higham. Accuracy and Stability of Numerical Algorithms. SIAM, Philadelphia, 2002. p 320 p.

6. Houghton E.L., Carpenter P.W. Aerodynamics for Engineering Students. Designs and Patents Act, 1988. p 614 p.

7. W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, 2007. 517 p.

8. G. Strang. Introduction to Linear Algebra. Wellesley, MA: Wellesley–Cambridge Press, 2009. 372 p.

9. Kulagin A.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013. № 2. URL: ivdon.ru/ru/ magazine/archive/n2y2013/1736.

10. Paliy A.V., Saenko A.V., Bespoludin V.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2016. № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3661.