

Вероятностный расчёт систем сооружение-основание на сейсмостойкость

В.А. Пшеничкина, Г.В. Воронкова, М.Х.А. Алкнеуме

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград

Аннотация: В статье рассматривается методика вероятностного расчета на сейсмостойкость с применением стохастического линейного уравнения, решение которого ведется методом канонических разложений. Приведены полученные выражения для спектральной плотности выхода и коэффициента динамичности.

Ключевые слова: вероятностный расчет, метод канонических разложений, сейсмика, коэффициент динамичности, стохастическое уравнение.

При решении практических задач инженерной сейсмологии, как правило, не учитывается совместная работа сооружения и основания. Такой подход может приводить к некорректным определениям в ряде важных задач [1-3]. В данной работе рассматривается методика вероятностного расчёта систем сооружение-основание на сейсмостойкость.

Для вывода определяющих соотношений спектральных величин ускорения в основу расчётной схемы сооружения взят вертикальный упругий невесомой стержень с жёсткостью c_1 , на верхнем конце которого сосредоточена масса сооружения M , а нижний конец закреплён в жёсткий невесомый фундамент, лежащий на поверхности упругого однородного инерционного основания (рис.1), с началом неподвижной системы координат в центре подошвы фундамента сооружения.

Общее перемещение $W(t)$ массы M складывается из перемещения $V(t)$, возникающего в результате деформации вертикального невесомого стержня, перемещения центра подошвы фундамента сооружения $U(t)$ относительно неподвижной системы координат, а также перемещения $\alpha\varphi(t)$, возникающего в результате поворота сооружения относительно начала системы координат [4]

$$W(t) = V(t) + U(t) + \alpha\varphi(t), \quad (1)$$

где α - координат центра тяжести сооружения.

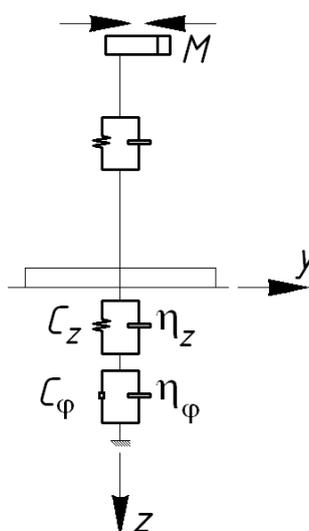


Рис. 1. – Расчетная схема сооружения

Перемещение центра подошвы фундамента сооружения $U(t)$ складывается из относительного перемещения подошвы фундамента сооружения $U_C(t)$ и перемещения свободной поверхности основания $U_0(t)$ при ожидаемом землетрясении до возведения сооружения

$$U(t) = U_C(t) + U_0(t). \quad (2)$$

Принимая обозначение

$$Y(t) = V(t) + U_C(t) + \alpha\varphi(t), \quad (3)$$

получаем:

$$W(t) = Y(t) + U_0(t).$$

Уравнение движения сооружения в обобщённых координатах имеет вид:

$$\ddot{Y}(t) + 2\varepsilon^* \dot{Y}(t) + \omega^{*2} Y(t) = -\ddot{U}_0(t), \quad (4)$$

где $\ddot{U}_0(t)$ - случайная функция сейсмических ускорений грунтового основания; ε^* , ω^* - коэффициент затухания и частота собственных колебаний системы «сооружение-основание», включающие в себя как характеристики сооружения, так и характеристики грунтового основания. Они определяются по формулам:

$$\varepsilon^* = \left(\frac{2}{a_c \omega_c} + \frac{1}{\varepsilon_0} + \frac{1}{\varepsilon_{\varphi 0}} \right)^{-1};$$
$$\omega^* = \left(\frac{2}{\omega_c^2} + \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\omega_{\varphi 0}^2} \right)^{-1}, \quad (5)$$

где a_c, ω_c - соответственно коэффициент затухания и частота собственных колебания; $\varepsilon_0, \varepsilon_{\varphi 0}$ - коэффициенты затухания колебаний, характеризующие излучение волн в основании, возникающие соответственно при поступательном и вращательном перемещениях сооружения; $\omega_0, \omega_{\varphi 0}$ - соответственно частоты поступательных и вращательных колебаний сооружения при предположении, что жёсткость сооружения $C_c \rightarrow \infty$.

Выражения, определяющие коэффициенты затухания и частоты собственных колебаний получены А.Е. Саргсяном [5]:

$$\varepsilon_0 = \frac{\eta_i}{2M}; \quad \varepsilon_{\varphi 0} = \frac{\eta_{\varphi}}{aM}; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{C_i}{M}}; \quad \omega_{\varphi 0} = \sqrt{\frac{c_{\varphi}}{a^2 M}}, \quad (6)$$

где $j=x, z$.

Выражения, определяющие квазистатические C_i, C_{φ} и мгновенные η_i, η_{φ} жёсткости основания имеют вид [6]:

$$c_x = C_x F, \quad c_z = C_z F, \quad c_{\varphi} = C_{\varphi} I_F, \quad \eta_x = \rho P F, \quad \eta_z = \rho S F, \quad \eta_{\varphi} = \rho P I_F, \quad (7)$$

где C_x, C_z и C_{φ} - соответственно коэффициент упругого равномерного сдвига и упругого равномерного и неравномерного сжатия; F и I_F - соответственно площадь подошвы и момент инерции площади подошвы фундамента сооружения; ρ - плотность грунта основания; P и S - соответственно скорости распространения продольных и поперечных волн грунта.

Решая уравнения (4) при нулевых начальных данных $Y(0) = \dot{Y}(0) = 0$ получаем:

$$\ddot{Y}(t) = \frac{1}{\sqrt{\omega^{*2} - \varepsilon^{*2}}} \int_0^t \ddot{U}^{(0)}(\tau) e^{-\varepsilon^*(t-\tau)} \sin \sqrt{\omega^{*2} - \varepsilon^{*2}} (t - \tau) d\tau. \quad (8)$$

Ускорения грунтового основания $\ddot{U}^{(0)}$ аппроксимируется в виде квазистационарного случайного процесса по методике В. В. Болотина [7]:

$$\ddot{U}^{(0)}(t) = A_0 e^{-\gamma t} \sum_{i=1}^n [\tilde{A}_i \cos \omega_i t + \tilde{B}_i \sin \omega_i t], \quad (9)$$

где A_0 - коэффициент, зависящий от балльности землетрясения.

Спектральная плотность

$$S(\omega) = \frac{2\alpha}{\pi} \frac{\omega^2 + m^2}{\omega^4 + 2\alpha\omega^2 + m^2}, \quad (10)$$

где $m^2 = \alpha^2 + \beta^2$; $m^2 = \alpha^2 + \beta^2$.

Решение стохастического линейного уравнения (1) возможно различными методами [8,9], в данном случае используем методом канонических разложений В. С. Пугачева [10], который позволяет данную задачу решить во временной области, что значительно расширяет область применения данного метода, как для стационарных, так и нестационарных систем (вызывающих изменение спектров во времени).

Выражение для определения дисперсии обобщённых координат имеет вид:

$$D_y(t) = D_{\ddot{y}_0} \sum_{i=1}^n d_i \left\{ \left[\ddot{Y}^c(t) \right]^2 + \left[\ddot{Y}^s(t) \right]^2 \right\}, \quad (11)$$

где d_i - коэффициент канонического разложения; $D_{\ddot{y}_0}$ - дисперсия ускорения грунтового основания.

Спектральная плотность выхода

$$S_y(\omega_i, t) = D_{\ddot{y}_0} d_i(\omega_i) \left\{ \left[\tilde{Y}_i^C(\omega_i, t) \right]^2 + \left[\tilde{Y}_i^S(\omega_i, t) \right]^2 \right\}. \quad (12)$$

Коэффициент динамичности системы сооружение-основание имеет вид:

$$\beta_D(\omega_i, t) = \sqrt{[\omega^{*4} - \varepsilon^{*4}] S_y(\omega_i, t)}. \quad (13)$$

Рассмотрим расчёт металлической водонапорной башни на сейсмическое воздействие интенсивностью 9 баллов. Масса сооружения $M=15,9$ кН, Отметка центра тяжести сооружения $a=21,75$ м, частота собственных колебаний сооружения $\omega_c=15,87$ с⁻¹, $A_0=1$, $D_{\ddot{y}_0}=1$ (для 9-и бального землетрясения), $\alpha_c=0,025$ (для металлоконструкций), $\gamma=0,3$ с⁻¹, параметры спектральной плотности $\alpha=6$ с⁻¹ и $\beta=14$ с⁻¹. Фундамент - столбчатый площадью $F=10,24$ м² и моментом инерции площади подошвы $I_F=79,62$ м⁴. Результаты численного расчета представлены на рис.2.

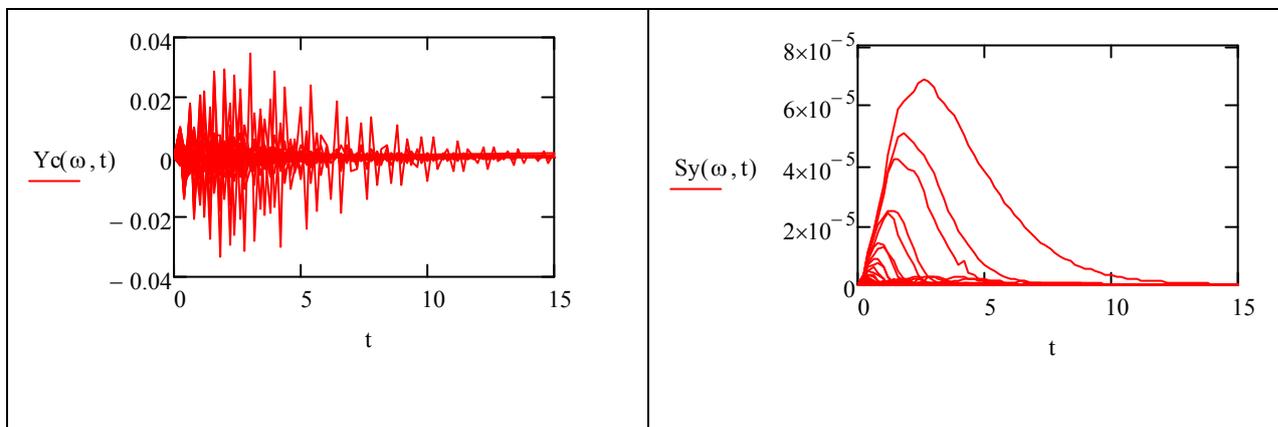


Рис.2 – Графики колебания системы (а) и спектральной плотности выхода (б)

Результаты расчета показали, что при учёте совместной работы здания и основанием коэффициент динамичности зависит от жёсткости основания, чем меньше жёсткость основания тем меньше значение коэффициента. Это объясняется тем, что часть сейсмической нагрузки поглощается грунтовым основанием.

Литература

1. Пшеничкина В.А. Вероятностный расчёт зданий повышенной этажности на динамические воздействия. Волгоград. ВолгГАСА, 1996. - 118 с.

2. Аксенов Н.Б., Аушев М.В. Исследование влияния соотношения жесткостей конструктивной системы на динамические параметры многоэтажного здания в зависимости от сейсмичности площадки // Инженерный вестник Дона. 2017. №4. - URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4416.

3. Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures // ACI 440.2R-08. American Concrete Institute, 2008, p. 76.

4. Бурцев А.Г., Мельников А.В. Численное моделирование и анализ спектра системы прерывающихся сигналов // Инженерный вестник Дона. 2014. №2. - URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2314

5. Саргсян, А. Е. Оценка интенсивности сейсмического воздействия на сооружение с учётом податливости его основания // Строительная механика и расчёт сооружений. 1986 - № 4. - С. 55-59.

6. Рекунов, С.С. Формирование матриц откликов конечных элементов с учетом упругого основания // Интернет-журнал Науковедение. - 2014. - № 5 (24). - С. С. 1-11. - URL: naukovedenie.ru.

7. Болотин, В. В. Случайные колебания упругих систем. М.: Наука, 1979. -336 с.

8. Guo-Xin Fan, Qing Huo Liu. Fast Fourier transform for discontinuous functions //Antennas and Propagation / IEEE Transactions on, - V. 52, Issue: - Feb. 2004. - pp. 461-465.

9. Borisova N.I., Borisov A.V., Dushko O.V. Modern problems of energy efficiency programs implementation at the enterprises of mechanical engineering //

MATEC Web of Conferences Сер. "International Conference on Modern Trends in Manufacturing Technologies and Equipment, ICMTMTE 2017" 2017. P. 01040.

10. Пугачёв В.С. Теория случайных функций и её применение в задачах автоматического уравнения. М., Физмат-гиз, 1962. 884с.

References

1. Pshenichkina V.A. Veroyatnostnyj raschjot zdaniy povyshennoj jetazhnosti na dinamicheskie vozdejstvija [Probabilistic calculation of high-rise buildings on dynamic effects]. Volgograd. VolgGASA, 1996. 118 p.

2. Aksenov N.B., Aushev M.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus). 2017. №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4416.

3. Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures. ACI 440.2R-08. American Concrete Institute, 2008, p. 76.

4. Burcev A.G., Mel'nikov A.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus). 2014. №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2314

5. Sargsjan, A. E. Structural Mechanics and Analysis of Constructions. 1986, № 4. pp. 55-59.

6. Рекунов, С.С. Naukovedenie. 2014. № 5 (24). pp. 1-11. URL: naukovedenie.ru.

7. Bolotin V. V. Sluchajnye kolebanija uprugih system [Random vibrations of elastic systems]. М.: Nauka, 1979. 336 p.

8. Guo-Xin Fan, Qing Huo Liu. Fast Fourier transform for discontinuous functions. Antennas and Propagation. IEEE Transactions on. V. 52, Issue: Feb. 2004. pp. 461-465.

9. Borisova N.I., Borisov A.V., Dushko O.V. Modern problems of energy efficiency programs implementation at the enterprises of mechanical engineering. MATEC Web of Conferences Сер. "International Conference on Modern Trends in Manufacturing Technologies and Equipment, ICMTMTE 2017" 2017. p. 01040.



10. Pugachjov V.S. Teorija sluchajnyh funkcij i ejo primenenie v zadachah avtomaticheskogo uravnenija [The theory of random functions and its application in the problems of the automatic equation]. М., Fizmat-giz, 1962. 884 p.