

## Методика вычисления интервальных значений коэффициентов передаточной функции систем автоматического управления

*А.В. Жуков*

*Институт водного транспорта имени Г.В. Седова – филиал Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Государственный морской университет имени адмирала Ф.Ф. Ушакова», Ростов – на – Дону*

**Аннотация:** В работе предложена методика вычисления интервальных значений коэффициентов полиномов числителя и знаменателя передаточной функции. Приведен алгоритм, описывающий последовательность выполняемых действий, позволяющий осуществить получение интервальных коэффициентов для исследования как линейных, так и нелинейных систем. Рассмотрен иллюстративный пример, в котором показано вычисление интервальных значений передаточных функций, как непрерывной, так и дискретной систем на основе использования системы Matlab.

**Ключевые слова:** неопределённости систем управления, робастная устойчивость, морские подвижные объекты, передаточная функция с интервальными коэффициентами.

### Введение

При решении задачи исследования неопределенностей систем управления ряд авторов предлагают различные подходы [1]. В работе [2] предложен синтез адаптивного управления по выходу роботизированного судна с параметрическими и функциональными неопределенностями. Большое внимание уделяется разработке методов синтеза робастных законов управления морскими подвижными объектами [3,4]. Большинство работ при исследовании робастности опираются на использование интервальных значений параметров исследуемого объекта [5-7]. Для этого при исследовании робастной устойчивости САУ необходимо получать коэффициенты передаточной функции с интервальными значениями. Это значит, что вместо любого коэффициента полинома числителя либо знаменателя передаточной функции с точечным значением должно быть представлено два значения этого коэффициента – одно, имеющее минимальное значение, другое максимальное. В настоящей работе предлагается алгоритм получения интервальных значений коэффициентов

передаточной функции, которые в дальнейших исследованиях могут быть использованы для исследования как непрерывных, так и дискретных систем.

### **Постановка задачи**

В математических моделях исследования робастной устойчивости систем управления морскими подвижными объектами часто возникает необходимость проверять полиномы числителя и знаменателя передаточной функции, коэффициенты которой представляют интервальные значения. Здесь под интервальными значениями понимаются коэффициенты, ограниченные множеством вещественных чисел в промежутке от минимального до максимального значения, между которыми располагается значение некоторого параметра. Поскольку морские подвижные объекты относятся к динамическим управляемым объектам, то для них характерна параметрическая неопределенность. Наиболее общие причины возникновения интервальных значений для передаточной функции были рассмотрены в работе [8]. В [9] предложено использование символьных переменных для получения интервальных значений передаточных функций.

### **Решение задачи**

В связи с тем, что исследуемые системы разделяются на непрерывные и цифровые, необходимо начинать получение интервальных значений для передаточной функции непрерывной системы. Для решения этой задачи, из уравнений, описывающих математическую модель системы, получаем передаточную функцию системы в символьном виде. В качестве инструментария для этого обычно используется система Matlab. Затем, зная диапазоны значений постоянных времени, входящих в коэффициенты полиномов и задаваясь либо минимальными значениями, либо максимальными, получаем передаточную функцию с интервальными значениями. В качестве инструментария для этого вычисления можно

---

использовать также системы компьютерной математики (СКМ) Maple и Mathcad. Если предполагается дальнейшее исследование системы осуществлять в цифровом виде необходимо провести переход к  $z$ -преобразованию, например, использовать преобразование Тастина, применяя систему Matlab.

Таким образом, алгоритм получения интервальных значений коэффициентов передаточной функции системы может быть представлен следующими этапами:

1. Получить систему уравнений, описывающую математическую модель системы.
2. Из системы уравнений определить передаточную функцию исследуемой системы с символьными значениями коэффициентов полиномов числителя и знаменателя.
3. Определить численные интервальные значения каждого параметра входящего в коэффициенты полиномов числителя и знаменателя передаточной функции непрерывной системы.
4. Используя систему компьютерной математики, осуществить вычисления интервальных значений коэффициентов полиномов числителя и знаменателя передаточной функции.
5. Если предполагается исследовать непрерывную систему, например, на устойчивость, то алгоритм на этом завершается.
6. Если предполагается рассмотреть данную систему как линейную цифровую, то необходимо привести передаточную функцию с номинальными коэффициентами к  $z$ -преобразованию и исследовать полученную функцию имеющимися методами. Аналогичную процедуру проделать как для минимальных, так и максимальных значений. Алгоритм на этом завершается.

7. В случае, если требуется исследовать систему как нелинейную импульсную, то необходимо осуществить перевод передаточной функции с номинальными значениями коэффициентов в  $w$ -преобразование. Аналогичную процедуру проделать как для минимальных, так и максимальных значений. Выполнение алгоритма на этом завершается.

### Иллюстративный пример

1. Руководствуясь пунктами 1-4 представленного алгоритма, получим интервальные коэффициенты передаточной функции непрерывной модели. Рассмотрим математическую модель морского подвижного объекта [10], описываемую математической моделью Номото 2-го порядка:

$$T_1 T_2 \frac{d^2 r}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{dr}{dt} + r = K \left( \delta + T_0 \frac{d\delta}{dt} \right), \quad (1)$$

где  $r$  – угловая скорость судна (град/с);

$\delta$  – угол поворота пера руля (град);

$T_0, T_1, T_2, K$  – константы.

Данное уравнение может быть представлено следующей передаточной функцией:

$$W(s) = \frac{k(\tau_0 s + 1)}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}. \quad (2)$$

В зависимости от параметров управляемости судна, коэффициенты, входящие в полиномы числителя и знаменателя, представляют собой интервальные значения со следующими диапазонами [11]:

$$k = [0,014 \dots 0,017], \tau_0 = [5 \dots 8], \tau_1 = [12 \dots 22], \tau_2 = [3 \dots 12].$$

Подставляя эти значения в (2), получим передаточную функцию непрерывной системы с интервальными коэффициентами:

$$W_c(s) = \frac{(0,0005151..0,00194)s+(0,000644..0,000388)}{s^3+(0,1288..0,4167)s^2+(0,00378..0,0278)s}. \quad (3)$$

2. Руководствуясь пунктом 6 алгоритма, получим передаточную функцию системы управления судном в  $z$  – форме. Для этого используем, как и для всех последующих расчетов, пакет прикладных программ MATLAB-Control System Toolbox. Примем период дискретности, равным 0,1 с, и вычислим дискретную передаточную функцию объекта управления с учетом экстраполятора нулевого порядка.

$$W_c(z) = \frac{(2,575e^{-6}..9,631e^{-6})z^2+(3,102e^{-8}..1,22e^{-7})z-(9,372e^{-6}..2,542e^{-6})}{(1,0..1,0)z^3-(2,986..2,959)z^2+(2,918..2,973)z-(0,9592..0,9865)}. \quad (4)$$

3. Руководствуясь пунктом 7 алгоритма, получим передаточную функцию системы управления судном в  $w$  – форме. Для этого подвергнем полученные дискретные передаточные функции разомкнутой системы (4) билинейному преобразованию методом Тастина, используя прикладную программу MATLAB TUSTIN.

$$W_c(w) = \frac{-(1,747e^{-8}..2,42e^{-10})w^3-(9,665e^{-5}..2,575e^{-5})w^2+(5,119e^{-4}..1,92e^{-3})w+(6,44e^{-5}..3,89e^{-4})}{(1,0..1,0)w^3+(0,1363..0,4167)w^2+(0,00378..0,0278)w+(2,268e^{-14}..1,021e^{-13})}. \quad (5)$$

Полученные передаточные функции с интервальными коэффициентами (3-5) позволяют продолжить требуемые расчеты с исследуемой системой управления МПО.

### Заключение

Представленная методика получения интервальных значений передаточной функции позволяет перейти к исследованию как абсолютной, так и робастной абсолютной устойчивости систем управления различного назначения, что является гарантией работоспособности системы управления.

## Литература

1. Целигорова Е.Н. Современные информационные технологии и их использование для исследования систем автоматического управления // Инженерный вестник Дона. 2010. № 3. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2010/222](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2010/222).
  2. Власов С.М., Громов В. С., Пыркин А. А., Бобцов А. А. Алгоритмы адаптивного и робастного управления по выходу роботизированным макетом надводного судна // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. № 1. С. 18–25. doi: 10.17587/mau.17.18-25.
  3. Du J., Hu X., Krstić M., Sun Y. Dynamic positioning of ships with unknown parameters and disturbances // Control Engineering Practice. 2018. Vol. 76. Pp. 22-30. DOI: 10.1016/j.conengprac.2018.03.015.
  4. Andrikov D., Dereviankina A. Control Design of Ship Robust Active Rolling Stabilizer // Procedia Computer Science. 2017. Vol. 103. Pp. 470-474. DOI: 10.1016/j.procs.2017.01.027
  5. Сотникова М.В., Томилова А.С. Алгоритмы анализа робастных свойств многоцелевых законов управления подвижными объектами // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2018. Т. 14. № 2. С. 374–381.
  6. Томилова А.С. Анализ робастных свойств закона управления движением судна по курсу // Процессы управления и устойчивость. 2018. Т. 5. № 1. С. 371–375.
  7. Осокина Е.Б. Синтез робастного пи-регулятора на основе степени устойчивости системы управления курсом судна// Вестник Морского государственного университета. 2016. № 75. С. 45-49.
  8. Целигоров Н.А., Мафура Г.М. Причины возникновения интервальных значений в математических моделях исследования робастной устойчивости систем управления // Инженерный вестник Дона. 2012. № 4-1. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n4p1y2012/1277](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4p1y2012/1277).
-



9. Целигорова Е.Н. Применение символьных вычислений при исследовании робастной абсолютной устойчивости нелинейных импульсных автоматических систем // Известия ЮФУ. Технические науки. 2011. № 7 (120). С. 197-203.
10. Nomoto K., Taguchi T., Honda K., Hirano S. On the steering qualities of ships // International Shipbuilding Progress. 1957. V. 4. № 35. pp. 354–370. doi: 10.3233/ISP-1957-43504
11. Дыда А.А., Дыда П.А., Осокина Е.Б., Оськин Д.А. Синтез робастного авторулевого по критерию степени устойчивости//Морские интеллектуальные технологии. 2017. № 3-2 (37). С. 151-155.

### References

1. Tseligorova E.N. Inzhenernyj vestnik Dona, 2010. № 3. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2010/222.
  2. Vlasov S.M., Gromov V. S., Pyrkin A. A., Bobtsov, A. A. Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravleniye. 2016. T. 17. № 1. pp. 18–25. doi: 10.17587/mau.17.18-25.
  3. Du J., Hu X., Krstić M., Sun Y. Control Engineering Practice. 2018. Vol. 76. Pp. 22-30. DOI: 10.1016/j.conengprac.2018.03.015.
  4. Andrikov D., Dereviankina A. Procedia Computer Science. 2017. Vol. 103. Pp. 470-474. DOI: 10.1016/j.procs.2017.01.027
  5. Sotnikova M.V., Tomilova A.S. Sovremennye informatsionnye tekhnologii i IT-obrazovaniye. 2018. T. 14. № 2. pp. 374–381.
  6. Tomilova A.S. Protsessy upravleniya i ustoychivost'. 2018. T. 5. № 1. pp. 371–375.
  7. Osokina E.B. Vestnik Morskogo gosudarstvennogo universiteta. 2016. № 75. pp. 45-49.
-



8. Tseligorov N.A., Mafura G.M. Inzenernyj vestnik Dona (Rus), 2012. № 4-1. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n4p1y2012/1277](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4p1y2012/1277).
9. Tseligorova E.N. Izvestiya YUFU. Tekhnicheskiye nauki. 2011. № 7 (120). pp. 197-203.
10. Nomoto K., Taguchi T., Honda K., Hirano S. International Shipbuilding Progress. 1957. V. 4. № 35. pp. 354–370. doi: 10.3233/ISP-1957-43504.
11. Dyda A.A., Dyda P.A., Osokina E.B., Os'kin D.A. Morskiye intellektual'nye tekhnologii. 2017. № 3-2 (37). pp. 151-155.