

Корректировка траектории движения роботизированного объекта с учетом поля источников-репеллеров

В.А. Костюков, И.Д. Евдокимов, В.Г. Гисцов

НКБ Робототехники и систем управления, г. Таганрог

Аннотация: Движение робототехнических систем может происходить в условиях помеховых возмущений, разных по качеству и мощности. В этом случае актуальной задачей является корректировка исходной спланированной траектории движения робота для уклонения последнего от действия указанных источников с целью максимизации некоторого функционала качества. Последний целесообразно связать с вероятностью успешного прохождения целевой траектории в поле помеховых воздействий.

Особенностью такой корректировки является сложность оптимизации соответствующих функционалов вероятности, что приводит к необходимости развития приближенных методов оптимизации, базирующихся, однако, на достаточно точном расчете самих вероятностей успешного прохождения для каждой конкретной траектории.

В настоящей статье предлагается такая приближенная методика корректировки, позволяющая эффективно обходить источники помех, заданных своими известными областями действия и характеристическими вероятностными функциями. Эта методика базируется на итерационной процедуре последовательных приближений к такой траектории, которая обладает заданной вероятностью успешного прохождения.

Ключевые слова: робототехнический комплекс, источники-репеллеры, планирование движения, вероятность успешного прохождения, итерационная процедура, целевой функционал.

Введение

В настоящий момент достаточно развиты методы обхода препятствий на базе потенциальных полей. Как правило, в пространстве перемещения робототехнических комплексов (РТК) выделяются точки двух типов: репеллеры и аттракторы, каждому из которых ставится своя обобщенная потенциальная функция. Эти функции выбираются так, чтобы на подвижный объект со стороны каждого аттрактора действовала сила, направленная в сторону последнего, а со стороны репеллера, наоборот, - в сторону объекта [1-2]. При этом используется электростатическая аналогия. Однако корректное решение проблем оптимального выбора настроечных коэффициентов, а также выхода из локальных минимумов требуют специальной модификации этих полей [3]. Корректные же модификации,

работающие в достаточно широком классе препятствий и режимов движения, синтезируются только при строгом обосновании устойчивости обрабатываемых траекторий в условиях воздействия вводимых виртуальных сил, а также при рассмотрении нелинейных многосвязных математических моделей движения.

Одно из серьезных ограничений метода потенциальных полей (МПП) заключается в том, что для реальной траектории можно только в лучшем случае гарантировать не столкновение с препятствиями, однако конкретный вид получающихся траекторий на данный момент не поддается достаточно точному прогнозу. Вместе с тем, для ряда задач реализации движений РТК в различных средах необходимо заранее спланировать целевую траекторию с учетом всех имеющихся ограничений. Для решения таких задач необходимо использовать оптимизационные методы, которые, как правило, подразумевают сведение исходной непрерывной задачи к соответствующей задаче нелинейного программирования с конечным набором параметров. В приложениях известны задачи минимизации энергетических функционалов, быстродействия, длины траектории и проч.

Кроме метода потенциальных полей, распространены методы на базе функций риска.

Возможности использования обобщенных функций риска в решении оптимизационных задач при наличии неопределенностей подробно рассмотрены в общем обзоре [4].

В работе [5] вводится функция риска, заданная в каждой точке области пространства, в которой расположены источники. Решается задача минимизации интеграла от функции риска при движении вдоль целевой траектории, при различных условиях, среди которых можно выделить ограничения по длине пути. Для одного источника данная задача решается аналитически методами вариационного исчисления. Для многих источников

в [6] предложен алгоритм нелинейного программирования, применяемый для графа, учитывающего весовые коэффициенты ребер и соответствующие стоимости прохождения.

В настоящей работе для класса кусочно-линейных траекторий рассматривается специальный глобальный функционал, зависящий от текущей оптимизируемой траектории, а также параметрически зависящий от положений источников возмущений и траектории на предыдущей итерации. Причем максимизация этого функционала означает уклонение от источников-репеллеров с требованием ограничения отклонения от исходной кривой. Последнее обусловлено тем, что часто необходимо обеспечить минимальность отклонения от исходной траектории, предварительно полученной на основании других важных критериев (например, карта механических препятствий движения). Это ограничение и допустимая степень уклонения от источников-репеллеров регулируется специальными взвешенными коэффициентами. Строится итерационная процедура, которая базируется на построении и оптимизации указанного функционала на каждом шаге, исходя из промежуточного положения оптимизируемой кривой на предыдущем шаге. Перед такой оптимизацией происходит адаптивное перестроение параметров функционала как коэффициентов его настройки в зависимости от взаимной ориентации траектории на предыдущей итерации и областей действия источников с учетом их известных ХВФ. Итерационный процесс останавливается при достижении вероятности успешного прохождения, не меньшей заданного значения, либо при превышении определенного числа шагов.

Проводится численное моделирование, полностью подтверждающее полученные аналитические результаты.

Характеристическая вероятностная функция источников-репеллеров

Рассмотрим K источников $\{S_k\}, k = 1, 2, \dots, K$, область действия каждого из которых $U_{S,k}$ представляет собой круговой сектор с центром в точке $O^{(k)}$, направляющим вектором средней линии $n_S^{(k)}$, радиусом $d_0^{(k)}$, углом $\Delta\alpha_S^{(k)}$, стягивающим этот сектор. Внутри каждой такой области задана характеристическая вероятностная функция (ХВФ) соответствующего источника, представляющая собой вероятность успешного прохождения достаточно малого в пределе элементарного отрезка в течение малого времени T_k ; отрезок считается малым настолько, чтобы можно было пренебречь его ориентацией относительно источника и переменностью воздействия последнего на РТК,двигающийся по указанному отрезку. Центр отрезка находится в точке M с полярными координатами d_k, α_k , заданными в собственной системе отсчета источника. При этих условиях ХВФ есть непрерывное поле на фазовом пространстве $\mathbb{R}_2 \otimes (0, T_\delta)$, \mathbb{R}_2 есть двумерная евклидова плоскость, а $(0, T_\delta)$ есть область на дополнительной евклидовой оси \mathbb{R}_1 , T_δ имеет размерность времени. В настоящей работе предлагается следующее возможное аналитическое представление для ХВФ в случае равномерного азимутального распределения:

$$q_{0,S_k}(d_k, \alpha_k, T_k) = \begin{cases} \exp\{-\varepsilon^{(k)}T_k \exp[-(d_k/d_m^{(k)})^{2p_k}]\}, & \text{при } M \in U_{S,k}; \\ 1, & \text{иначе,} \end{cases} \quad \#(1)$$

где $T_k \in (0, T_\delta)$, параметр T_δ определяется так, чтобы значение $q_{0,S_k}(d_k, \alpha_k, T_k)$ давало с заданной погрешностью вероятность успешного прохождения РТК вдоль указанного отрезка, причем при $T_\delta \rightarrow 0$ эта погрешность стремится к нулю. Величина $\varepsilon^{(k)}$ есть характерная частота воздействия источника на РТК; увеличение $\varepsilon^{(k)}$ снижает вероятность прохождения данного отрезка. Параметр d_k – расстояние от центра источника $O^{(k)}$ до точки M , α_k – угол отклонения вектора $O^{(k)}M$ относительно

нормали $n_S^{(k)}$, причем $\alpha_k \geq 0$ при отклонении влево от нормали; p_k и q_k – положительные числа; $d_m^{(k)}$ – эффективный радиус источника, $d_m^{(k)}$ может быть не равен радиусу сектора $d_0^{(k)}$; $\alpha_m^{(k)}$ – эффективный угол отклонения от нормали. На рисунке 1 для примера приведены исходная траектория $Tr_0 \equiv \{X^{(0)i}(x^{(0)i}, y^{(0)i})\}, i = 1, 2, \dots, N$ и области действия двух источников-репеллеров в виде соответствующих круговых секторов, в поле которых движется РТК.

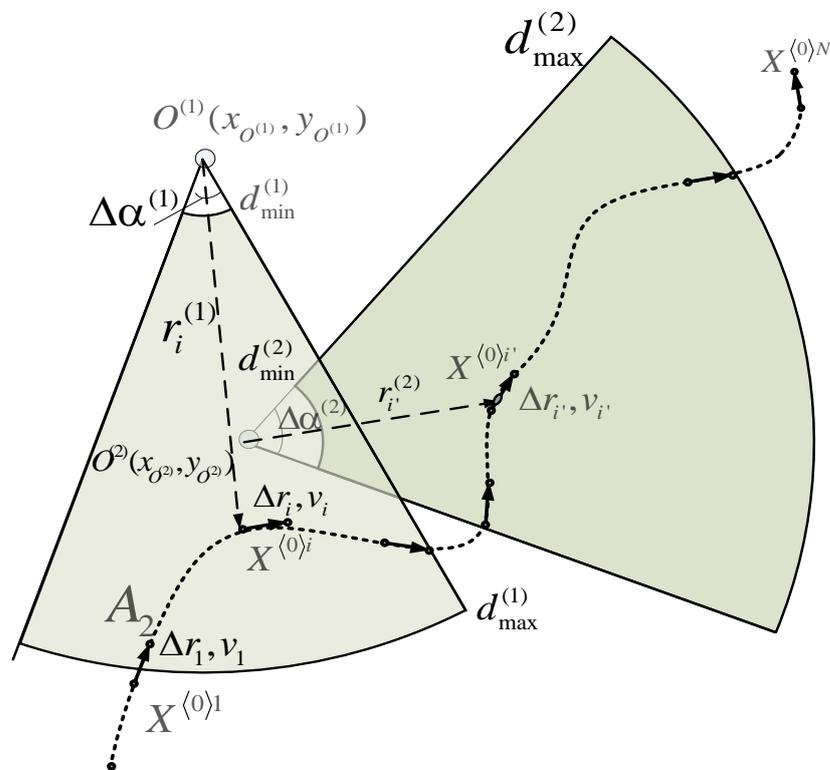


Рис. 1. – Пример прохождения исходной траектории в поле действия двух источников-репеллеров

Синтез функционала оптимизации

В общем случае функционал вероятности успешного прохождения произвольной кусочно-линейной траектории в поле источников с ХВФ типа (1) в приближении постоянной скорости v движения РТК может быть представлен в виде [7]:

$$q(Tr) = \exp \left[- \sum_{k=1}^K \varepsilon^{(k)} \cdot I^{(k)} \right] \#(2)$$

где

$$I^{(k)} \equiv \frac{\sqrt{\pi} d_m^{(k)}}{2v} \sum_{l=1}^{N_0-1} \left\{ \exp \left[- \left(\frac{d_l^{(k)} \sin \varphi_l^{(k)}}{d_m^{(k)}} \right)^2 \right] \left[\operatorname{sign}(\tilde{\rho}_{2,l}^{(k)}) \operatorname{erf} \left(\left| \tilde{\rho}_{2,l}^{(k)} \right| \right) - \operatorname{sign}(\tilde{\rho}_{1,l}^{(k)}) \operatorname{erf} \left(\left| \tilde{\rho}_{1,l}^{(k)} \right| \right) \right] \right\} \quad (3)$$

$$\tilde{\rho}_{1,l}^{(k)} = \frac{d_l^{(k)} \cos \varphi_l^{(k)}}{d_m^{(k)}}, \tilde{\rho}_{2,l}^{(k)} = \tilde{\rho}_{1,l}^{(k)} + \frac{\rho}{d_m^{(k)}} \#(4)$$

Здесь $\varepsilon^{(k)}$ и $d_m^{(k)}$ есть характерная частота и эффективное расстояние действия k -го источника; $d_l^{(k)} = |O^{(k)} A_l|$; $\varphi_l^{(k)}$ - угол между направлением $O^{(k)} A_l$ и вектором $A_l A_{l+1}$.

Оптимизация функционала (2) сталкивается с неоправданной затратностью в вычислительном плане, поэтому рассмотрим более простой, квадратичный функционал, поведение которого, однако, качественно повторяет (2):

$$G_u^* [\{X^{(u)l}\}] = \delta \sum_{k=1}^K \sum_{l=2}^{N-1} a_{lk}^{(u)} |X^{(u)l} - O^{(k)}|^2 - (1 - \delta) \sum_{l=2}^{N-1} b_l^{(u)} |X^{(u)l} - X^{(u-1)l}|^2, \delta \in (0,1) \#(5)$$

где $X^{(u-1)l} = (x^{(u-1)l}, y^{(u-1)l}), l = 2, \dots, N - 1$ - координаты незакрепленных точек траектории на предыдущем шаге приближения; $X^{(u)l} = (x^{(u)l}, y^{(u)l}), l = 2, 3, \dots, N - 1, u \geq 1$ - траектория на следующем шаге; δ параметр общей меры уклонения от центров источников, $\delta \leq 1$. Повышение этой меры одновременно уменьшает влияние ограничения по отклонению точек $Tr(u)$ от соответствующих точек траектории $Tr(u-1)$ на $(u-1)$ -м за счет фактора $1 - \delta$ во втором слагаемом (5). Знак «минус» перед этим слагаемым означает, что

при фиксированных параметрах увеличение отклонения от центров источников должно быть сопряжено с минимизацией/ограничением отклонения от точек $\text{Tr}(u-1)$, причем в степени, регулируемой δ .

Заметим, что (5) отличается от соответствующего квадратичного функционала с наличием коэффициентов: $\{a_{ik}^{(u)}\}$, $i = 2, 3, \dots, N - 1$, $k = 1, 2, \dots, K$, характеризующих степень влияния k -го источника при определении локального отклонения i -го узла исходной кусочно-ломаной, порожденной оптимизацией (2); $\{b_i^{(u)}\}$, $i = 1, 2, \dots, K$, b_i – коэффициенты подвижности узлов траектории $\text{Tr}(u-1)$, чем меньше b_i , тем меньше сдвигается i -й узел в результате оптимизации (2). Востребованность этих коэффициентов обусловлена возможным наличием у исходной траектории участков/узлов, которые не подлежат изменению/сдвигу по какой-либо причине.

Коэффициенты $\{a_{ik}^{(u)}\}$ и $\{b_i\}$ будем считать нормированными в следующем смысле:

$$\sum_{i=2}^{N-1} \sum_{k=1}^K a_{ik}^{(u)} = \sum_{i=2}^{N-1} a_i^{\prime(u)} = 1 \# (6)$$

$$\sum_{i=2}^{N-1} b_i^{(u)} = 1 \# (7)$$

где $a_i^{\prime(u)} \equiv \sum_{k=1}^K a_{ik}^{(u)}$ – коэффициент суммарного влияния всех источников на i -й узел кусочно-ломаной на u -й итерации.

Будем перестраивать набор этих коэффициентов на каждом u -м шаге таким образом, чтобы учитывать каждый k -й источник с большей мерой воздействия на i -й узел $X^{(u-1)i}$, соответственно, с большим коэффициентом $a_{ik}^{(u)}$, – если этот узел больше приближен к центру источника S_k при условии, что $X^{(u-1)i} \in U_{S,k}$. Для этого, с учетом условий нормировки (6), достаточно

ввести следующие зависимости коэффициентов $a_{ik}^{(u)}$ от соответствующих расстояний $d_{ik}^{(u)} \equiv |O^{(k)}X^{(u-1)i}|$:

$$a_{ik} = \frac{\frac{1}{d_{ik}}}{\sum_{l=2}^{N-1} \sum_{k=1}^K \left(\frac{1}{d_{ik}}\right)} \#(8)$$

Будем решать оптимизационную задачу для функционала (5):

$$G_u^*[\{X^{(u)l}\}] \rightarrow \max \#(9)$$

Приравнивая производные функционала (2) по координатам узлов $x^{(u)i}, y^{(u)i}, i = 2, 3, \dots, N - 1$, к нулю, решая полученные уравнения относительно этих координат, найдем следующие выражения для единственной стационарной точки $\{X_{st}^{(u)i}\}, i = 2, 3, \dots, N - 1$:

$$X_{st}^{(u)i} = \frac{\delta \sum_{k=1}^K a_{ik}^{(u)} O^{(k)} + (1 - \delta) b_i^{(u)} X^{(u-1)i}}{(1 - \delta) b_i^{(u)} - \delta a_i^{\prime(u)}} \#(10)$$

Функционал (2) достигнет локального максимума в точке (10), если главные миноры матрицы Гессе будут знакопередающимися, причем первый из них будет отрицательным [8]. Отсюда получаем следующее ограничение на выбор параметра δ на каждой u -й итерации:

$$\delta^{(u)} < \min_i \left(\frac{b_i^{(u)}}{b_i^{(u)} + a_i^{\prime(u)}} \right) \#(11)$$

Данный локальный максимум является и глобальным, поскольку других стационарных точек, кроме (10), функционал (5) не имеет.

На каждом u -м шаге, начиная с $u=1$, производится расчет параметров функционала по (8) и (11) с последующим расчетом следующего приближения по формуле (10). После этого производится расчет для полученной кусочно-ломаной траектории $Tr_u = \{X^{(u)l}\}$ вероятности по (2). Процесс прекращается, как только на некоторой итерации $u_{opt} \geq 1$

выполняется неравенство: $q(Tr_{u_{opt}}) \geq q_{pr}$, где q_{pr} есть некоторое целевое, заданное значение вероятности успешного прохождения.

Заметим, что если изначальная кусочно-ломаная имеет недостаточное количество линейных участков для того, чтобы ее корректировка прошла достаточно точно, тогда целесообразно произвести дискретизацию некоторых или всех её прямолинейных отрезков с достижением некоторой заданной предельной мелкости $\Delta_{d,max}$, т.е. максимально допустимой длины каждого из таких отрезков.

Численные результаты

На рисунке 2 представлены результаты оптимизации исходной спланированной траектории с помощью развитой итерационной процедуры для трех случаев взаимного расположения начальной кусочно-ломаной траектории (черная сплошная кривая), характерных кривых, получающихся в ходе итерационного процесса (синим пунктиром показаны промежуточные кривые, а конечная кривая показана зеленым цветом), и геометрических областей препятствий (красные кружки).

Для всех примеров было выполнено: максимальное число итераций $N_{max}=15$, начальное значение параметра δ : $\delta_0 = 0,08$; мелкость дробления $\Delta_{d,max} = 0,3$; допустимая (предельная) вероятность $q_{pr} = 0,95$; скорость движения РТП, условно постоянная вдоль всех траекторий: $v=0.1$. Единицы измерения для всех фигурирующих в этих примерах величин не приводятся, поскольку размеры областей источников в рассматриваемых примерах условны.

Параметры задачи для Примера 1:

Координаты узлов исходной траектории:

$$\{X^{(0)l}\} = [1, 5, 6, 10, 12, 17, 26, 30, 40, 50; 4, 7, 8, 9, 13, 11, 10, 6, 7, 8];$$

Координаты центров препятствий:

$$\{O^{(k)}\} = [4, 16, 24, 43, 1, 20; 5, 8, 5, 3, 5, 6];$$

Характерные частоты, эффективные и граничные радиусы полей источников:

$$\{\varepsilon^{(k)}\} = [0.6, 0.6, 0.4, 0.4, 0.32, 0.32];$$

$$\{d_m^{(k)}\} = [0.18, 4.18, 4.18, 4.18, 3.83, 3.66], \{d_0^{(k)}\} = [3, 4, 6, 6, 7, 5].$$

Начальное и конечное значения вероятности успешного прохождения:

$$q_0 = 0.51, q_{u=14} = 0.97.$$

Параметры задачи для Примера 2:

$$\{X^{(0)l}\} = [1, 2, 5, 6, 17, 21, 26, 50; 4, 5, 7, 5, 15, 11, 10, 16];$$

$$\{O^{(k)}\} = [4, 16, 24, 40, 33; 5, 12, 5, 15, 15];$$

$$\{\varepsilon^{(k)}\} = [0.6, 0.6, 0.4, 0.4, 0.32]; \{d_m^{(k)}\} = [0.18, 4.18, 4.18, 4.18, 3.83],$$

$$\{d_0^{(k)}\} = [3, 4, 6, 6, 7].$$

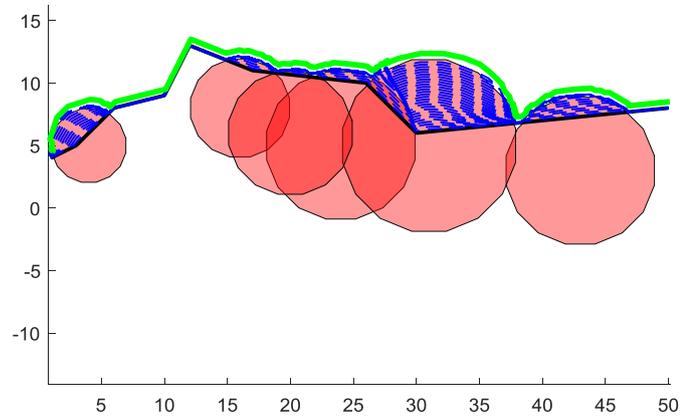
Начальное и конечное значения вероятности успешного прохождения:

$$q_0 = 0.47, q_{u=13} = 0.98;$$

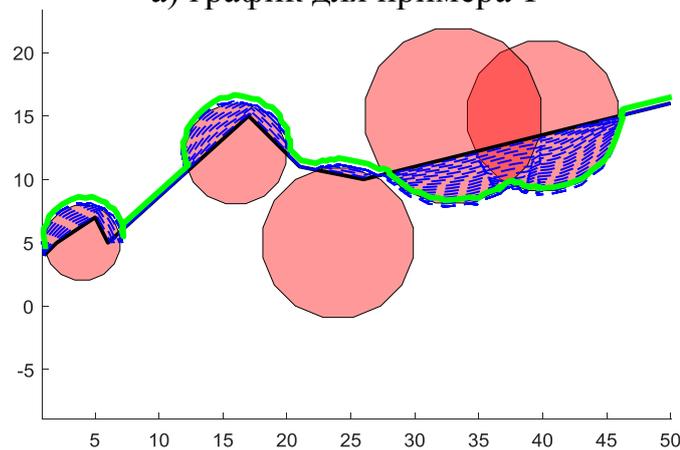
Условия Примера 3 отличаются от соответствующих условий Примера 2 смещением области действия одного из источников вниз по вертикальной оси; при этом скорректированная траектория вынуждена проходить между двух источников. Здесь наблюдается эффект локального минимума, имеющего место, например, для метода потенциальных полей: на определенной итерации для ряда узлов траектории суммарное влияние всех источников приближенно уравнивается. Из рисунка 2, в видно, что для преодоления этого эффекта необходимо переместиться узлам, попавшим в область указанного минимума, - на значительное расстояние.

Если требовать, чтобы отклонение скорректированной траектории от исходной $\{X^{(0)l}\}$ не было сильным, тогда проведенная корректировка может быть приемлемой.

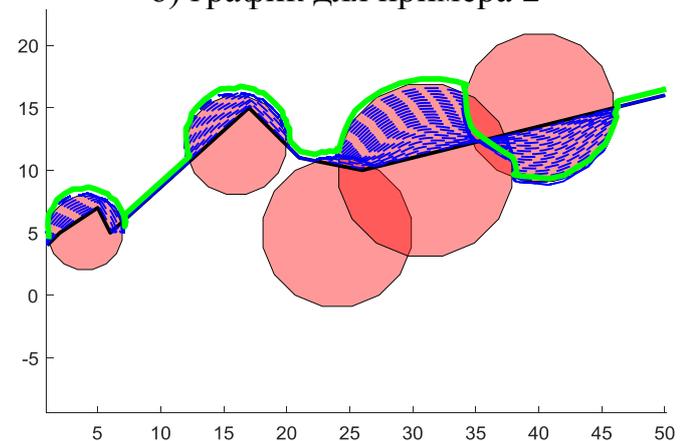
Для примера 3 рассмотренная корректировка траектории дает положительное и значительное изменение вероятности успешного прохождения от $q_0 = 0.36$ до $q_{u=15} = 0.76$.



а) график для примера 1



б) график для примера 2



в) график для примера 3

Рис. 2. – Взаимное расположение характерных кривых, получающихся в ходе итерационного процесса, и геометрических областей препятствий

Из анализа поведения результирующих кусочно-ломаных, приведенных на рис. 2, видно, что разработанная методика позволяет значительно повышать вероятности успешного прохождения исходных траекторий после процедуры корректировки, описанной выше. При этом, однако, имеется ограничение, связанное с возможностью попадания в локальные минимумы, что, однако, может быть нивелировано, если допустимое отклонение целевой траектории от исходной невелико.

Заключение.

Все возрастающее функционирование современных робототехнических комплексов в конфликтных средах, включающих разного рода источники помеховых возмущений, требует решения, по крайней мере двух основных задач. Первая заключается в разработке адекватного аппарата для описания вероятностных свойств влияния источников на движущиеся в их характерных областях РТК. Вторая задача сводится к нахождению эффективных методик корректировки предварительно спланированных траекторий, которые не учитывают либо недостаточно учитывают влияние источников конфликтной среды. При этом вторая задача должна использовать критерии, следующие из решения первой.

В настоящей статье предлагается приближенная и простая, а потому эффективная в вычислительном плане методика указанной корректировки, позволяющая эффективно обходить источники помех, заданных своими известными областями действия и характеристическими вероятностными функциями. Эта методика базируется на итерационной процедуре последовательных приближений к такой траектории, которая обладает заданной вероятностью успешного прохождения.

Развитая методика может быть эффективно интегрирована в планировщик перемещения роботизированных объектов, движущихся в условиях препятствий с фиксированными границами, а также

соответствующих источников-репеллеров.

Предлагаемый в статье метод корректировки кусочно-линейных кривых может быть внедрен в планировщик перемещения роботизированных объектов, движущихся в условиях ветровых и прочих возмущений с параметрами, поддающимися оценке, непосредственно на борту аппарата или же на этапе моделирования [9].

Разработка такого комплексного планировщика перемещений позволит создать адекватную для управления математическую модель движения робототехнического комплекса, обладающего сложной динамикой, в условиях возможных конфликтных сред [10].

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-29-00337 «Разработка вероятностных методов оптимизации траекторий группы подвижных робототехнических комплексов в априори неопределенной среде», rscf.ru/project/22-29-00337/ на базе АО «НКБ Робототехники и систем управления».

Литература

1. Ge S.S., Cui Y.J. New potential functions for mobile robot path planning. IEEE Trans. on Robotics and Automation, 2000, vol. 16, no. 5, pp. 615–620.
 2. Jing R., McIsaac K.A., Patel R.V. Modified Newton's method applied to potential field-based navigation for mobile robots. IEEE Trans. on Robotics, 2006, vol. 22, no. 2, pp. 384–391.
 3. Mabrouk M.H., McInnes C.R. Solving the potential field local minimum problem using internal agent states. Robotics and Autonomous Systems, 2008, vol. 56, no. 12, pp. 1050-1060.
 4. Krokmal P., Zabaranin M., Uryasev S. Modeling and optimization of risk. 2001. Surveys in Operations Research and Management Science. V. 16, pp. 49–66.
-

5. Zabarankin M., Uryasev S., Pardalos P. Optimal Risk Path Algorithms. 2002. Cooperative Control and Optimizatон. Dordrecht: Kluwer Acad., pp. 271 – 303.
6. Галяев А.А., Маслов Е.П., Рубинович Е.Я. Об одной задаче управления движением объекта в конфликтной среде. Известия РАН. Теория и системы управления. 2009. Т. 3, с. 134 – 140.
7. Костюков В.А. Медведев М.Ю., Пшихопов В.Х. Процедура оптимизации траектории мобильного робота на плоскости с учетом критерия максимума вероятности её прохождения в поле источников-репеллеров. Труды СПИИРАН. 2021, Т. 20(3), pp. 690-726.
8. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа (в 3 томах): т.2, М: Дрофа, 2004, 720 с.
9. Костюков В.А., Гисцов В.Г., Евдокимов И.Д. Инженерный вестник Дона, 2022, №12. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2022/8072.
10. Пшихопов В.Х., Кульченко А.Е., Чуфистов В.М. Инженерный вестник Дона, 2013, №2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1650.

References

1. Ge S.S., Cui Y.J. New potential functions for mobile robot path planning. IEEE Trans. on Robotics and Automation, 2000, vol. 16, no. 5, pp. 615–620.
 2. Jing R., McIsaac K.A., Patel R.V. Modified Newton's method applied to potential field-based navigation for mobile robots. IEEE Trans. on Robotics, 2006, vol. 22, no. 2, pp. 384–391.
 3. Mabrouk M.H., McInnes C.R. Solving the potential field local minimum problem using internal agent states. Robotics and Autonomous Systems, 2008, vol. 56, no. 12, pp. 1050-1060.
 4. Krokhmal P., Zabarankin M., Uryasev S. Modeling and optimization of risk. 2001. Surveys in Operations Research and Management Science. V. 16, pp. 49–66.
-



5. Zabarankin M., Uryasev S., Pardalos P. Optimal Risk Path Algorithms. 2002. Cooperative Control and Optimizatон. Dordrecht: Kluwer Acad., pp. 271 – 303.
6. Galyaev A.A., Maslov E.P., Rubinovich E.Ya. Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya. 2009. V. 3, pp. 134 – 140.
7. Kostyukov V.A. Medvedev M.Yu., Pshikhopov V.H. Trudy` SPIIRAN. 2021, T. 20(3), pp. 690-726.
8. Kudryavcev L.D. Kurs matematicheskogo analiza [Course of mathematical analysis] (v 3 tomax): t.2, M: Drofa, 2004, 720 p.
9. Kostyukov V.A., Giscov V.G., Evdokimov I.D. Inzhenernyj vestnik Dona, 2022, №12. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2022/8072.
10. Pshikhopov V.H., Kul`chenko A.E., Chufistov V.M. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013, №2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1650.

Дата поступления: 30.10.2023

Дата публикация: 9.12.2023