

## Определение параметров полупроводниковых терморезисторов системы пуска электрических двигателей

*Н.П. Воронова, М.А. Трубицин*

*Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону*

**Аннотация:** В статье проведен краткий анализ процессов, происходящих при запуске электрического двигателя. Представлены математические соотношения, моделирующие процесс пуска двигателя постоянного тока. Получены графические зависимости, позволяющие определить параметры терморезистора, обеспечивающие оптимальный пуск машины постоянного тока.

**Ключевые слова:** пусковой ток, терморезистор, пусковой реостат, тепловая характеристика, двигатель постоянного тока, граничные условия, момент сопротивления, идеализированный реостат, потери тепла, экономичный запуск.

В настоящее время, несмотря на массовое применение полупроводниковых элементов (входящих в состав различных преобразователей, выполняющих функцию регуляторов и одновременно ограничителей пусковых токов) широко используются полупроводниковые терморезисторы, выполняющие различные функции [1,2].

Для ограничения пусковых токов, контроля температуры двигателя в процессе пуска в ранее разработанных элементах автоматики используются пусковые реостаты на полупроводниковых терморезисторах (ПТР) [3,4], величина которых уменьшатся с ростом температуры по закону:

$$R = R_{\infty} e^{\frac{B}{T_0 + \theta}} \quad (1)$$

где :  $R_{\infty}$  -сопротивление ПТР при бесконечно большой температуре;

$T_0$  – температура окружающей среды;

$B$  – константа, определяемая свойствами полупроводникового материала;

$\theta$  – температура перегрева.

Особенность соответствующих реостатов, обусловленное свойствами терморезисторов уменьшать своё сопротивление при нагреве пусковыми

токами, аналогично плавному выведению пускового (тормозного) реостата. Опыт эксплуатации подтвердил их успешность, как перспективного средства обеспечения плавного управления и регулирования электропривода при относительно небольших затратах и простоте конструкций.

При повторно-кратковременных режимах работы электродвигателей за счет рациональной компоновки пусковых реостатов на ПТР, можно добиться существенного снижения потерь электроэнергии, определить параметры применяемых реостатов с учетом оптимизации пусковых процессов [3,4].

#### Математическая формулировка задачи и уравнения оптимальных пусковых процессов.

Будем рассматривать пусковой процесс применительно к двигателю постоянного тока параллельного возбуждения; полученные здесь закономерности в принципе распространяются на все другие типы двигателей [3,4].

- Процесс пуска двигателя постоянного тока может быть описан уравнением вида:

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \dot{v} = i - \mu_0 - \mu_1 v \quad (2)$$

где:  $i, \mu_0, \mu_1$  - соответственно, ток двигателя, постоянная и линейная составляющие момента сопротивления, отнесенные к номинальным параметрам;

$v$  - скорость в относительных единицах при принятой за единицу времени механической постоянной  $T_{мн}$ .

В процессе пуска электродвигателя в обмотке якоря выделяется тепло. Снизить величину тока в обмотке и, следовательно, выделение тепла можно путем регулирования величины регулируемого сопротивления включенного в цепь двигателя. В качестве регулируемого сопротивления используется терморезистор, который участвует в процессе пуска двигателя в течение

---

времени  $\Delta\tau_n$ . Величину терморезистора необходимо подобрать таким образом, чтобы тепло, выделяемое в обмотках двигателя, было минимальным [1-4]. Соответствующую задачу сформулируем на основе известных методов вариационного исчисления [5,6], что позволит минимизировать следующее выражение:

$$Q = \int_0^{\Delta\tau_n} (\dot{v} + \mu_0 + \mu_1 v)^2 \tau_n dt \quad (3)$$

при условии, что:

$$\int_0^{\Delta\tau_n} v dt = \alpha \quad (4)$$

и следующих граничных условиях:

$$i = 0, v = 0, \tau = \Delta\tau_n, v = 1, \dot{v}_{\tau=\Delta\tau_n} = 0 \quad (5)$$

Процесс работы двигателя состоит из двух этапов: работа в установившемся режиме, когда при  $\tau = \Delta\tau_n, v = 1$ , и переходном режиме, сопровождающемся набором оборотов  $v(\tau)$  и пусковым током  $i(\tau)$  в течение  $0 \leq \tau \leq \Delta\tau_n$ .

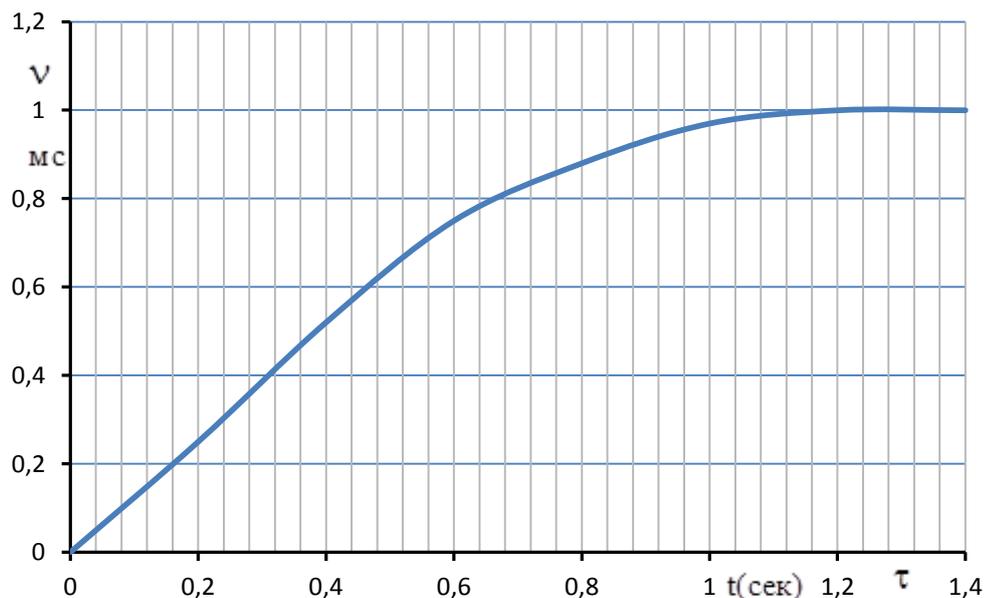


Рис.1 Диаграмма скорости

Очевидно, что искомая экстремаль  $\dot{v}^*(\tau)$  должна сопрягаться со стационарным участком  $v=1$ , при  $\tau = \Delta\tau_n$ , по известному принципу трансверсальности. Обеспечивать такое сопряжение позволяет изоперметрическое условие (4), поскольку в случае его отсутствия, как нетрудно показать, экстремаль  $\dot{v}^*(t)$  будет иметь все возрастающее ускорение (пунктирная кривая на диаграмме скорости рис.1).

При этом, некоторое заданное число оборотов  $\alpha$  в (4) обеспечивает условие трансверсальности (5).

Одновременную оптимизацию следует проводить также и по параметру  $\Delta\tau_n$  поскольку существует такое оптимальное значение  $\Delta\tau_n^*$  при котором имеет место абсолютный минимум потерь  $Q^*$ . Целесообразно комплексную оптимизацию рассматриваемой задачи проводить поэтапно:

1) для некоторого, фиксированного  $\Delta\tau_n$  определяется экстремаль  $\dot{v}^*$ , вид которой безотносителен к конкретному численному значению  $\Delta\tau_n$ ;

2) подстановка этой экстремали в (3) и последующее интегрирование дает тепловую характеристику  $Q = f(\Delta\tau_n)$ , из которой путем элементарного поиска экстремума определяется величина  $\Delta\tau_n^*$ .

Для решения первой части задачи выполним минимизацию функционала Лагранжа следующего вида [6]:

$$F_1 = \int_0^{\Delta\tau_n} \left[ (\dot{v} + \mu_0 + \mu_1 + v)^2 + \lambda v \right] dt \quad (6)$$

где  $\lambda$  – неопределенный множитель Лагранжа.

Уравнение Эйлера для (8) приводит к следующему выражению:

$$\dot{v}^* = C_1 e^{\mu_1 \tau} - C_2 e^{-\mu_1 \tau} - \frac{\mu_0}{\mu_1} - \frac{\lambda}{2\mu_1^2} = C_1 e^{\mu_1 \tau} - C_2 e^{-\mu_1 \tau} - b \quad (7)$$

Используя ранее рассмотренные граничные условия и полученные в [5] постоянные ( $b, C_1$  и  $C_2$ ), можно записать выражение пускового тока в следующем виде:

$$i^* = \dot{v} + \mu_0 + \mu_1 v = \mu_1 (2C_1 e^{\mu_1 \tau} - b) + \mu_0 \quad (8)$$

С учетом вышесказанного, закон изменения сопротивления идеализированного реостата во времени для рассматриваемого электродвигателя:

Поскольку

$$i^* = \frac{1 + m' - v}{m'(1 + \tau_p)} \quad (9)$$

$$\tau_p^* = \frac{1 + m - v}{m' i^*} - 1 \quad (10)$$

Зависимости  $v^*$  для моментов сопротивления (в ограниченном диапазоне) практически совпадают, поэтому на рисунке показана одна из них.

Для момента времени  $\tau = 0$  величина тока  $i_0$  определится из выражения :

$$i_0 = \mu_1 (b - 2C_1) + \mu_0; \quad (11)$$

Выполнив ряд преобразований (подставив в данное уравнение величины  $b$  и  $C_1$ ), получим следующее выражение:

$$\Delta \tau_n = \frac{\ln \frac{i_0 + \mu_1 - \mu_0}{i_0 - \mu_1 - \mu_0}}{\mu_1} \quad (12)$$

Представляет самостоятельный интерес решение данной задачи для частного случая, не зависящего от скорости момента сопротивления  $\mu_0$ . Соответствующие экстремали представляют следующие упрощенные аналоги только что рассмотренных:

$$v = \frac{2}{\Delta\tau_n} \tau - \frac{1}{\Delta\tau_n^2} \cdot \tau^2 \quad (13)$$

$$i = \dot{v} + \mu_0 = \frac{2}{\Delta\tau_n} \left( 1 - \frac{\tau}{\Delta\tau_n} \right) + \mu_0 \quad (14)$$

$$i_0 = \frac{2}{\Delta\tau_n} + \mu_0 \quad (15)$$

С помощью ПТР не всегда удается в точности реализовать оптимальный запуск, отвечающий уравнениям (9), (10), поскольку закон изменения сопротивления ПТР в зависимости от температуры перегрева не согласуется с законом (10) оптимального изменения во времени сопротивления идеализированного реостата. Поэтому речь может идти лишь о максимальном приближении к оптимуму. В этой связи весьма важен характер поведения тепловой характеристики  $Q = f(\tau_n)$  в около оптимальной зоне [7,8,9]. Эту характеристику получим, проинтегрировав квадрат пускового тока (9) в интервале пускового процесса:

$$Q = \int_0^{\Delta\tau_n} i^2 \Delta\tau_n dt = \Delta\tau_n (\mu_1 b - \mu_0)^2 - 4C_1 (\mu_1 b - \mu_0) (e^{\mu_1 \Delta\tau_n} - 1) + 2\mu_1 C_1^2 (e^{2\mu_1 \Delta\tau_n} - 1) \quad (16)$$

Аналогичная характеристика для постоянного момента сопротивления имеет вид:

$$Q = 2\mu_0 + \mu_0^2 \Delta\tau_n + \frac{4}{3\Delta\tau_n} \quad (17)$$

Полученные соотношения говорят о том, что время оптимального запуска двигателя  $\Delta\tau_n^*$ , отвечающее минимальным потерям  $Q^*$  в якорной цепи, мало зависит от соотношения  $\mu_0$  и  $\mu_1$ , непродолжительно и приблизительно равно  $\Delta\tau_n^* = 1,3T_{MH}$ . Такая кратковременность оптимального запуска, очевидно, не выходит по времени за допустимые пределы.

Анализируя рассмотренные выражения, следует отметить, что

оптимальной величиной пускового тока следует считать четырехкратное значение номинального тока двигателя. В пределах выбранной величины пускового тока длительность пускового процесса может изменяться в достаточно широких временных интервалах [10,11]. Если в эту зону включить пусковые процессы с потерями тепла, превосходящими минимум  $Q^*$  не более чем на 30%, последняя оказывается весьма широкой и ограничена слева и справа временем пуска  $0,4 \leq \Delta\tau_n \leq 3,5$ .

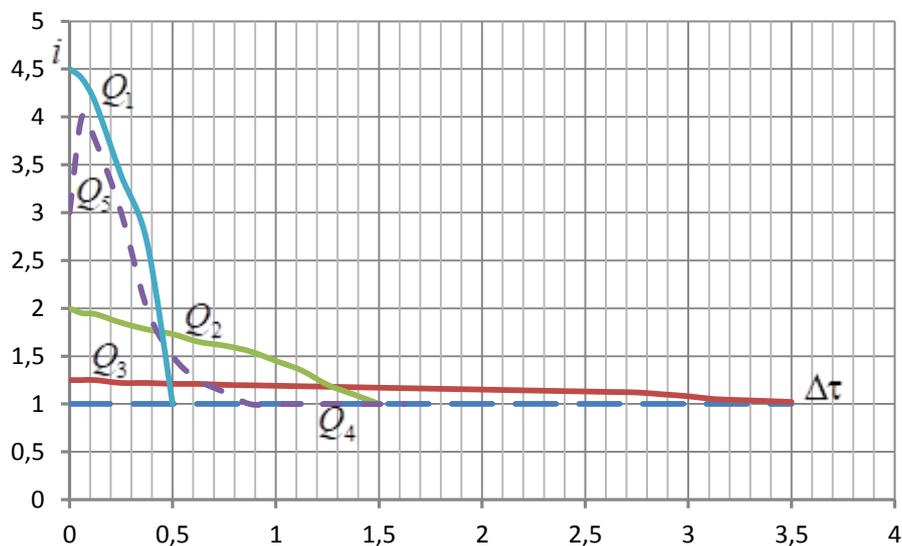


Рис.2 Выделение тепловой энергии при пуске МПТ

На рис.2 представлены зависимости тока  $i$  при различных моментах сопротивления и времени протекания пусковых процессов. Выделение тепловой энергии в процессе пуска практически одинаково и лишь незначительно превышают оптимальную величину  $Q^*$ . На рис.2 пунктиром показана одна возможная разновидность пускового тока при применении реостатов на ПТР. Отсюда видно, что последние, не реализуя математически оптимальную кривую пускового тока, позволяют осуществлять все-таки достаточно экономичный запуск.

## Литература

1. Мэклин Э.Д. Терморезисторы. М.: Радио и связь, 1983. 203 с.
  2. Шефтель И.Т. Терморезисторы. М.: Наука, 1973. 416 с.
  3. Пупко В.В. Автоматизация управления электродвигателями с помощью мощных терморезисторов. М. ГОСИНТИ, №9-68-1216/127, 1968. с.7-10.
  4. Пупко В.В. Бесконтактные пускорегулирующие устройства на мощных терморезисторах. М. ГОСИНТИ, №9-68-1216/127, 1968 с.15-19.
  5. Веников В.А. Теория подобия и моделирования применительно к задачам электротехники. М.: Высшая школа, 1984. 510 с.
  6. Цлаф Л.Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения. Издательство «Наука». М.1966, 176 с.
  7. Зорич В.А. Математический анализ. Часть 1, изд. 2-е и доп. М: Физматлит, 1997. 711 с.
  8. Henry, M.P., Clarke D.W. The self-validating sensor: rationale, definitions and examples – Oxford: Department of Engineering Science, 1993. 585-610 pp.
  9. Krause P.C., Wasynczuk O., Sudhoff S.D. Analysis of Electric Machinery and Drive Systems.–Wiley-IEEE Press, USA, 2002. 198p.
  10. Воронова Н.П., Трубицин М.А., Микаэльян Е.Ю. Поликристаллические термозависимые полупроводниковые сопротивления коаксиального типа и пусковые устройства на их основе // Инженерный вестник Дона, 2015, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3101](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3101)
  11. Воронова Н.П., Трубицин М.А. Алгоритмы синтеза терморезисторных реостатов при учете ограничений по температуре// Инженерный вестник Дона, 2021, №10. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n10y2021/7214](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n10y2021/7214)
-

## References

1. Mjeklin Je. D. Termorezistory [Thermoresistors and their usage]. M., Radio isvjaz', 1983. 203 p.
2. Sheftel I.T. Termorezistory [Thermoresistors]. Moskva: Nauka, 1973. 416p.
3. Pupko V.V. Automation of electric motors control system by means of powerful thermistors. M. VINITI, №9-68-1216/127, 1968. pp. 7-10.
4. Pupko V.V. Noncontact start-controlling device on powerful thermistor. M. VINITI, 9-68-1216/127, 1968. pp.15-19.
5. Venikov V.A. Teoriya podobiya i modelirovaniya primenitel'no k zadacham e'lektrotexniki. [The theory of similarity and modeling as applied to problems of electrical engineering]. M.: Vysshaya shkola, 1984. 510 p.
6. Claf L.YA. Variacionnoe ischislenie i integral'nye uravneniya [Calculus of variations and integral equations]. Izdatel'stvo «Nauka», M., 1966, 176 p.
7. Zorich V.A. Matematicheskij analiz. [Mathematical analysis] CHast' 1, izd.2e i dop. M, Fizmatlit, 1997, 711 p.
8. Henry, M.P., Clarke D.W. The self-validating sensor: rationale, definitions and examples. Oxford: Department of Engineering Science, 1993. 585-610 pp.
9. Krause P.C., Wasynczuk O., SudhoffS D. Analysis of Electric Machinery and Drive Systems. Wi-ley-IEEE Press, USA, 2002. 198p.
10. Voronova N.P., Trubicin M.A., Mikajel'jan E.Ju. Inzhenernyj vestnik Dona, 2015, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3101](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3101).
11. Voronova N.P., Trubicin M.A., Inzhenernyj vestnik Dona, 2021, №10. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n10y2021/7214](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n10y2021/7214)