Инженерный вестник Дона, №3 (2014)
ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2493

Теория динамических напряжений, возникающих в верхней подвеске аэростатно-канатной системы.

А.В. Абузов[1], Н.В. Казаков[1], В.И. Иванов[2]

[1]Тихоокеанский государственный университет
[2]Дальневосточный государственный университет путей сообщений

Аннотация: В статье описывается возможность использования системы аэростатно-канатный спуск на транспортных операциях в труднодоступных горных условиях. Отражена зависимость системы от ветровых воздействий. Исходя из этого, приводится методика расчета динамических напряжений, которые возникают в верхней подвеске системы, с учетом подвижности аэростата под действием ветра. Методика позволяет оценивать напряжение, возникающее в верхней и нижней точки подвески при изменении силы ветра, длины подвески, угла и скорости отклонения аэростата.
Ключевые слова: аэростатно-канатная система, лесотранспортные операции, колебания каната, динамические напряжения каната.

Лесозаготовительные операции в труднодоступных горных условиях требуют внедрения в процесс первичной транспортировки древесины технологий, обеспечивающих максимальный грузопоток древесины, но с минимальными трудозатратами на строительство подъездных путей [1-4].Одним из перспективных направлений, основанным на способе воздушной транспортировки древесины, является использование системы аэростатно-канатный спуск, которая способна выполнять переброску подтрелеванных к ней пачек заготовленной древесины на расстояние до 2-3 км [5, 6]. Основная схема аэростатно-канатного спуска представлена на рис. 1.

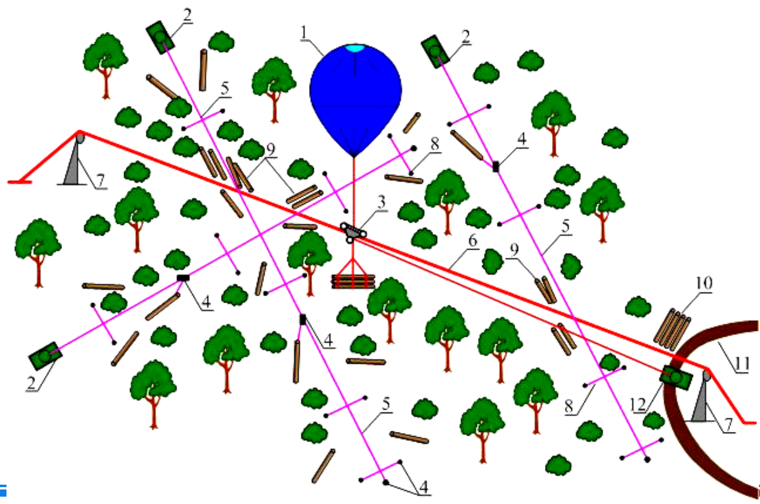

Рис. 1. – Аэростатно-канатный спуск для транспортировки древесины

Однако, в условиях горной местности, где присутствуют нисходящие и восходящие потоки ветра, влияющие на подвижность аэростата, требуются дополнительные исследования по оценке динамических усилий, возникающие в месте крепления подвески аэростата с кареткой, закрепленной на направляющем несущем канате [7, 8].

Основная расчетная схема, отражающая движение аэростата под действием порыва ветра, представлена на рис. 2.

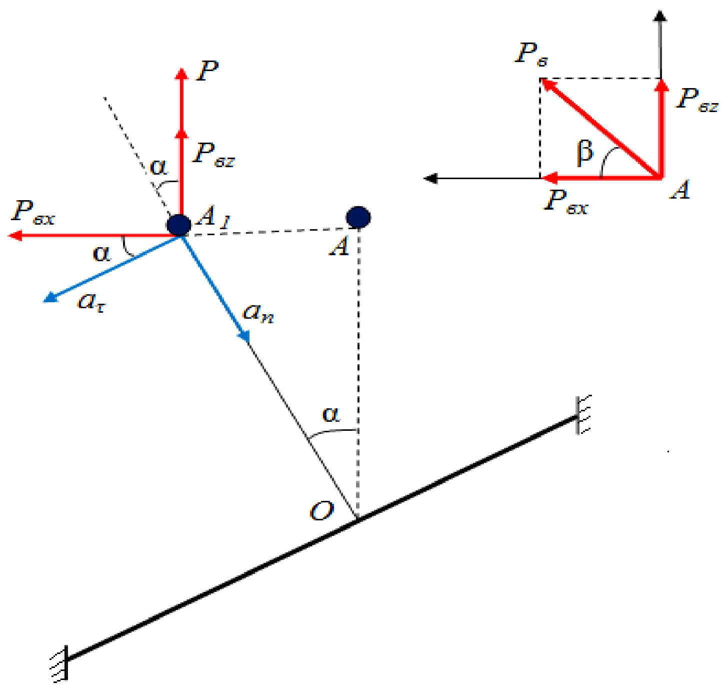

Рис. 2. – Основная расчетная схема

Зададим, что точка *A* – это положение аэростата без ветра, точка A_1 положение аэростата в произвольный момент времени *t*. Считаем, что в точке *O* верхняя подвеска закреплена неподвижно. Величину ветровой нагрузки P_B и её направление считаем постоянной при $t>0$, тогда горизонтальная составляющая ветровой нагрузки $P_{BX} = P_B \cos\beta$, вертикальная $P_{BZ} = P_B \sin\beta$.

Поскольку аэростат движется по окружности радиуса $L_в$ ($L_в$ – длина верхней подвески), запишем уравнение движения в естественных координатах

$$Ma_\tau = P_B\cos\beta\cos\alpha - (P + P_B\sin\beta)\sin\alpha \qquad (1)$$

$$Ma_n = S_B - (P + P_B)\cos\alpha - P_B\cos\beta\sin\alpha \qquad (2)$$

где $M = (m_a + m_{пр})$ – суммарная масса аэростата с газом (m_a) и присоединенной массы воздуха $(m_{пр})$ [9]; P – подъемная сила аэростата; α – угол отклонения верхней подвески от вертикали; $P_в$ – результирующая ветровой нагрузки; S_B – сила натяжения верхней подвески в точке A_1; β -угол отклонения вектора ветровой нагрузки от горизонтальной оси x; a_n – ускорение нормальное, a_τ – ускорение тангенциальное.

Используя источник [10], выразим ускорения через угловую скорость $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$, тогда:

$$a_n = \omega^2 L_в \qquad (3)$$

$$a_\tau = L\frac{d\omega}{dt} \qquad (4)$$

При этом уравнения (1-2) преобразуются к виду:

$$ML_в\frac{d\omega}{dt} = P_B\cos\beta\cos\alpha - (P + P_B\sin\beta)\sin\alpha \qquad (5)$$

$$M\omega^2 L_в = S_B - (P + P_B\sin\beta)\cos\alpha - P_B\cos\beta\sin\alpha \qquad (6)$$

Рассмотрим уравнение (5). При некотором значении $\alpha = \alpha_S$ правая часть равна нулю, что указывает на положение равновесия:

$$tg\alpha_S = \frac{P_B\cos\beta}{P + P_B\sin\beta} \qquad (7)$$

Введем новую переменную $\gamma = (\alpha_S - \alpha)$, тогда уравнение (5) примет вид:

$$ML_в\frac{d\omega}{dt} = (P + P_B\sin\beta)\cos\alpha_S(tg^2\alpha_S + 1)\sin\gamma \qquad (8)$$

Полученное уравнение описывает нелинейные колебания вокруг положения равновесия:

$$\frac{d^2\gamma}{dt^2} = -\omega_0^2 \sin\gamma \qquad (9)$$

где введено обозначение:

$$\omega_0^2 = \frac{(P + P_B \sin\beta)\cos\alpha_S (tg^2\alpha_S + 1)}{ML_в} \qquad (10)$$

Время движения аэростата до положения точки равновесия равно четверти периода и выражается через эллиптический интеграл:

$$\tau = \omega_0^{-1} K(\sin(\frac{\alpha_S}{2})) \qquad (11)$$

где $K\,(k\,)$ – полный эллиптический интеграл первого рода:

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x}} \qquad (12)$$

Значение интеграла табулировано, однако, для практики (при $\alpha_s \leq \pi/2$) достаточно следующего приближения (с учетом разложения функции K(k)):

$$\tau = \frac{\pi}{2\omega_0}(1 + \frac{\alpha_0^2}{16} + ...) \qquad (13)$$

При $\alpha_S \leq \dfrac{\pi}{2}$ можно ограничиться первым слагаемым с достаточной точностью.

Тогда для определения силы натяжения $S_в$ верхней подвески рассмотрим уравнение (6), преобразованное с учетом замены $\gamma = (\alpha_S - \alpha)$

$$\omega^2 L_в = S_B - (P + P_B \sin\beta)\cos\alpha_S (tg^2\alpha_S + 1)\cos\gamma \qquad (14)$$

При этом максимальное значение S_B достигается при γ =0:

$$S_B^{\max} - (P + P_B \sin\beta)\cos\alpha_S (tg^2\alpha_S + 1) + M\omega^2 L_B \qquad (15)$$

Первое слагаемое $S_в$ соответствует покою в состоянии равновесия (аэростат не движется). Для оценки второго слагаемого найдем решение уравнения (9), преобразуя его в уравнение 1-го порядка:

$$\omega\frac{d\omega}{d\gamma}=\omega_0^2\sin\gamma \qquad (16)$$

Интегрируя уравнение с разделяющимися переменными, имеем:

$$-\frac{\omega^2}{2}=(\omega_0^2\cos\gamma+c) \qquad (17)$$

где константу интегрированияC определяем из начальных условий (при t=0 $\omega(t)=0)$:

$$0=\omega_0^2\cos\gamma+c \qquad (18)$$

Окончательно получаем:

$$\omega^2=2\omega_0^2(\cos\alpha_S-\cos\gamma) \qquad (19)$$

Подставляя $\omega_{\max}^2=2\omega_0^2\cos\alpha_S$ в отношение 2-го слагаемого S_B к S_{B_S} получим отношение:

$$\frac{S_B}{S_{B_S}}=2\cos\alpha_S \qquad (20)$$

Для малых углов отклонения (α<0,1) можно провести более детальное аналитическое исследование. На практике это соответствует случаям малых ветровых нагрузок, когда $\frac{P_B}{P}\le 0{,}1$. В этом случае при расчете S_B можно учесть затухание возникших колебаний подвески. Учитывая, что для малых углов α можно положить $\sin\alpha=\alpha$, $\cos\alpha\approx 1$, из уравнения (5) имеем:

$$ML_в\frac{d^2\alpha}{dt^2}=P_B\cos\beta-(P+P_B\sin\beta)\alpha \qquad (21)$$

Найдем скорость движения аэростата относительно воздушной среды:

$$V_{отн} = (V_{BX} - \omega L_{в}) \qquad (22)$$

где $V_{вх}$ – горизонтальная скорость ветра.

Зная, что:

$$P_B = C_B(V_{BX} - \omega L_{в}) \approx C_B V_{BX}^2 - 2C_B V_{BX} \omega L_B \qquad (23)$$

Тогда выражение (21) можно переписать в виде:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + (\frac{2P_B \cos\beta}{MV_{BX}})\frac{d\alpha}{dt} + (\frac{P + P_B \sin\beta}{ML})\alpha = \frac{P_B \cos\beta}{ML} \qquad (24)$$

Полученное уравнение (24) является уравнением затухающих колебаний, которое можно записать в стандартном виде:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + 2\chi\frac{d\alpha}{dt} + \gamma_0^2\alpha = F_0 \qquad (25)$$

где введены обозначения:

$\gamma_0 = \sqrt{\dfrac{(P + P_B \sin\beta}{ML}}$ – частота «свободных» колебаний;

$X = \dfrac{P_B \cos\beta}{MV_{BX}}$ – постоянная затухания;

$F_0 = \dfrac{P_B \cos\beta}{ML}$ – постоянная сила.

Решение (25) ищем как сумму общего решения однородного уравнения $(F_0 = 0)$ и частного решения неоднородного уравнения. Решение однородного уравнения ищем в виде $\alpha = e^{pt}$, подставляя которое в (25) при $F_0 = 0$ получаем характеристическое уравнение:

$$\nu_{1,2} = -\chi \pm \sqrt{\chi^2 - \nu_0^2} \qquad (26)$$

Вид решения зависит от соотношения χ и ν_0. Для малого затухания (χ $< \nu_0$) решение носит колебательный характер с затухающей амплитудой:

$$\alpha = A_1 e^{\nu_1 t} + A_2 e^{\nu_2 t} \qquad (27)$$

В этом случае можем записать общее решение уравнения (25), как сумму общего решения однородного уравнения (27) и частного решения неоднородного уравнения, например $\alpha = \alpha_S$, где α_S – угол отклонения, соответствующий равновесному положению, когда, $\frac{d\alpha}{dt} = 0$:

$$\alpha = Be^{-\chi t}\cos(\nu t + \varphi_0) + \alpha_S \qquad (28)$$

где B и φ_0 – постоянные интегрирования, которые определены из начальных условий $(\alpha(0) = 0, \omega(0) = 0)$:

$$B\cos\varphi_0 + \alpha_S = 0 \qquad (29)$$

$$-\chi\cos\varphi_0 + \nu\sin\varphi_0 = 0 \qquad (30)$$

Окончательно для общего решения получаем:

$$\alpha(t) = \alpha_S(1 - e^{-\chi t}(\cos\nu t + \frac{\chi}{\nu}\sin\nu t) \qquad (31)$$

$$\omega = \alpha^1 = \alpha_S e^{-\chi t}\nu(\frac{\chi^2}{\nu^2} + 1)\sin\nu t \qquad (32)$$

Для большого затухания ($\chi > \nu_0$) движение апериодично и корни ν_{12} - действительные. Для отношения χ и υ_0 имеем:

$$\frac{\chi}{\nu_0} = \sqrt{\frac{P_B\cos\beta L L_B}{M(P + P_B\sin\beta)}} \qquad (33)$$

$$\frac{\chi}{\nu_0} = \sqrt{\frac{L_B\cos\beta P_B}{RP}} \qquad (34)$$

где R – радиус аэростата.

Таким образом, затухание колебаний происходит для случая:

$$\frac{P_B\cos\beta}{P} \geq \frac{R}{L_B} \qquad (35)$$

Для этого случая решение ищем в виде:

$$\alpha = A_1 e^{-(\chi+\delta)t} + A_2 e^{-(\chi-\delta)t} \tag{36}$$

где $\delta = \sqrt{\chi^2 - \nu_0^2}$; A_1 и A_2 – константы интегрирования.

Частное решение уравнения (25) будет иметь вид:

$$\alpha_S = \frac{F_0}{\nu^2} \tag{37}$$

где α_S соответствует установившемуся углу отклонения при t→∞.

Тогда общее решение уравнения (25) примет вид:

$$\alpha = A_1 e^{-(\chi+\delta)t} + A_2 e^{-(\chi-\delta)t} + \frac{F_0}{\nu^2} \tag{38}$$

Используя начальные условия, для определения A_1 и A_2 $(\alpha(0)=0, \omega(0)=0)$ запишем:

$$0 = A_1 + A_2 + \frac{F_0}{\nu^2} \tag{39}$$

$$0 = -A_1(\chi+\delta) - A_2(\chi-\delta) \tag{40}$$

Подставляя A_1 и A_2, имеем в итоге:

$$\alpha = \alpha_S \left\{ \frac{(\chi-\delta)e^{-(\chi-\delta)t}}{2\delta} - \frac{(\chi+\delta)e^{-(\chi-\delta)t}}{2\delta} + 1 \right\} \tag{41}$$

или

$$\alpha = \alpha_S \left\{ \frac{e^{-\chi t}(\chi S_B(\delta t) - \delta S_B(\delta t))}{\delta} + 1 \right\} \tag{42}$$

Для получения зависимости силы натяжения S_B используем (41-42) для $\omega(t)$:

$$\omega(t) = \frac{\alpha_S}{2\delta}(\chi^2 - \delta^2)e^{-\chi t}\left[e^{\chi t} - e^{-\chi t}\right] \tag{43}$$

или

$$\omega(t)=\frac{\alpha_S}{2\delta}(\chi^2-\delta^2)e^{-\chi t}S_B(\delta t) \quad (44)$$

Итого окончательно из выражения (6) используя уравнения (43-44) можно найти S_B:

$$S_B=P_B\cos\beta\alpha+(P+P_B\sin\beta)+ML_B\omega^2 \quad (45)$$

Заключение

Предложенная методика позволяет выполнять расчеты динамических напряжений, возникающих в канате верхней подвески аэростата с учетом:

1. Отклонения и колебания подвески в определенный период времени;
2. Изменения подъемной силы аэростата, а также силы и направления ветра;
3. Изменения длины каната верхней подвески.

Литература

1. Абузов А.В. Лесотранспортные системы: новые возможности и перспективы развития // Состояние лесов и актуальные проблемы лесоуправления: материалы Всерос. конф. с междунар. участием. Хабаровск: Изд-во ФБУ «ДальНИИЛХ», 2013. С. 101 – 104.
2. Абузов А.В. Основные технологические направления по освоению горных лесов Дальневосточного региона // Вестник ТОГУ. 2013. №3(30). С. 92–100.
3. Галактионов О.Н., Кузнецов А.В. Исследование взаимосвязи технологической проходимости лесозаготовительных машин с параметрами лесной среды // Инженерный вестник Дона, 2012, №4 (часть 1) URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1145.
4. Шегельман И.Р., Кузнецов А.В., Скрыпник В.И., Баклагин В.Н. Методика оптимизаций транспортно-технологического освоения лесосырьевой базы с минимизацией затрат на заготовку и вывозку древесины // Инженерный вестник Дона, 2012, №4 (часть 2) URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1284.
5. Абузов А.В. Альтернативные транспортные системы, как направление рационального лесозаготовительного процесса // Актуальные проблемы

развития лесного комплекса: материалы международной научно-технической конференции. Вологда: ВоГТУ, 2012. С. 60 – 63.
6. Буткин В.Д. Аэростатно-канатные транспортные системы для открытых горных работ // Горный журнал, 1998. №6. С. 56 – 57.
7. Guimier, D.Y. and G. Vern, 1984. Well Burn Logging with heavy-lift airships. FERIC, Technical Report, TR-58, May: 115 p.
8. Gregory L. Bearty, 1983. Pendulum Balloon Logging System: Dynamic Model. Oregon State University, November: 40 p.
9. Бойко Ю.С. Воздухоплавание: Привязное. Свободное. Управляемое. М: МГУП, 2001. 462 с.
10. Аппель П. Теоретическая механика. Статика. Динамика точки (том 1). М: Физмагиз, 1960. 515 с.

References

1. Abuzov A.V. Lesotransportnye sistemy: novye vozmozhnosti i per-spektivy razvitiya [Ecotransport systems: new possibilities and prospects of development]. Sostoyanie lesov i aktual'nye problemy lesoupravleniya: materialy Vseros. konf. s mezhdunar. uchastiem. Khabarovsk: Izd-vo FBU «Dal'NIILKh», 2013. pp. 101 – 104.

2. Abuzov A.V. Vestnik TOGU. 2013. №3(30). pp. 92–100.

3. Galaktionov O.N., Kuznetsov A.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, №4 (chast' 1) URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1145.

4. Shegel’man I.R., Kuznetsov A.V., Skrypnik V.I., Baklagin V.N. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, №4 (chast' 2) URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1284.

5. Abuzov A.V. Al'ternativnye transportnye sistemy, kak napravlenie ratsional'nogo lesozagotovitel'nogo protsessa [Alternative transportation system, as the direction of rational logging process]. Aktual'nye problemy razvitiya lesnogo kompleksa: materialy mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii. Vologda: VoGTU, 2012. pp. 60 – 63.

6. Butkin V.D. Gornyy zhurnal, 1998. №6. pp. 56 – 57.

7. Guimier, D.Y. and G. Vern, 1984. Well Burn Logging with heavy-lift airships. FERIC, Technical Report, TR-58, May: 115 p.

8. Gregory L. Bearty, 1983. Pendulum Balloon Logging System: Dynamic Model. Oregon State University, November: 40 p.

9. Boyko Yu.S. Vozdukhoplavanie: Privyaznoe. Svobodnoe. Upravlyaemoe [Aeronautics: Tied. Free. Managed]. M: MGUP, 2001. 462 p.

10. Appel' P. Teoreticheskaya mekhanika. Statika. Dinamika tochki (tom 1) [Theoretical Mechanics. Statics. Dynamics of a point (Volume 1)]. M: Fizmagiz, 1960. 515 p.