

Определение проницаемости пористой среды, основанной на трижды периодических минимальных поверхностях Неовиуса

А.И. Попов, С.А. Зинина, А.В. Еремин

Самарский государственный технический университет

Аннотация: В настоящей статье приводятся результаты исследования фильтрационного течения в пористом материале, основанном на трижды периодической минимальной поверхности (ТПМП) Неовиуса. Для определения профиля скорости течения жидкости в канале, содержащем ТПМП-вставку, была использована модель Бринкмана. На основе вычислительных экспериментов в ANSYS Fluent определена зависимость проницаемости среды от ее пористости. Результаты исследования могут быть использованы при описании процессов фильтрации в нефтегазовой промышленности, гидрогеологии и других сферах, связанных с фильтрационными течениями в горных породах и других средах.

Ключевые слова: проницаемость, фильтрация, пористая среда, минимальная поверхность, ТПМП, ANSYS, модель Бринкмана, численное моделирование, краевая задача, профиль скорости.

Введение

Исследование течений жидкостей через пористые материалы является важной задачей как с научной, так и с практической точки зрения [1]. Теория фильтрации является теоретической основой для описания процессов течения флюидов через пористые среды.

Большой интерес к изучению фильтрационных процессов связан с многочисленными областями их применения, начиная с нефтегазовой промышленности [2] и заканчивая гидрогеологией [3], материаловедением и биомедициной.

В нефтегазовой промышленности пористые породы служат естественными резервуарами для нефти и газа [4]. Понимание того, как жидкости перемещаются через такие породы, является ключевым для оптимизации методов добычи и эффективного управления ресурсами [5].

Пористые материалы также используются в системах очистки и фильтрации [6,7]. Корректное описание фильтрационных процессов помогает разрабатывать эффективные решения для очистки воды, воздуха и других жидкостей.

Основным законом, описывающим фильтрационное течение в пористых материалах, является классический линейный закон Дарси. К более точным моделям, устанавливающим связь между скоростью потока и градиентом давления, относятся модели Бринкмана, Форхгеймера, Козени-Кармана и др. [8-10].

В настоящей работе на основе модели Бринкмана определена проницаемость особого класса пористых материалов, основанных на трижды периодической минимальной поверхности Неовиуса.

Постановка задачи

Согласно классическому линейному закону Дарси проницаемость пористых материалов определяется, как:

$$\nabla P = -\mu \frac{u}{k}, \quad (1)$$

где P – давление; k – коэффициент проницаемости; u – скорость; μ – динамическая вязкость.

Закон Дарси предполагает линейную зависимость между скоростью потока и градиентом давления, что хорошо работает при низких скоростях потока и ламинарном течении. Однако модель Дарси не позволяет описать процессы, происходящие вблизи границ исследуемой области. Кроме того, данная простейшая модель имеет узкий диапазон применимости. Нарушение закона Дарси происходит при возрастании скорости потока до критического значения, определяемого соответствующим критерием Рейнольдса.

В связи с этим при описании процессов фильтрации, происходящих при высоких скоростях и в средах с высокой пористостью, используются различные модификации закона Дарси, одной из которых является модель Бринкмана:

$$\nabla P = -\mu \frac{u}{k} + \tilde{\mu} \nabla^2 u, \quad (2)$$

где $\tilde{\mu} = \frac{\mu}{\phi\tau}$ – эффективная вязкость; ϕ – пористость; τ – коэффициент извилистости.

В уравнении (2), в отличие от модели Дарси, введено дополнительное вязкое слагаемое, связанное с диффузией импульса. Это позволяет более корректно описывать пограничные слои вблизи стенок и границ разделения сред.

Согласно закону Бринкмана скорость фильтрации определяется, как:

$$u(y) = \frac{k\nabla P}{\mu} \left[1 - \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{\phi L^2}{k}} \frac{y}{L}\right)}{\cosh\left(\sqrt{\frac{\phi L^2}{k}}\right)} \right], \quad (3)$$

где L – половина ширины канала.

Стоит отметить, что в отличие от модели Дарси закон Бринкмана определяет профиль скорости фильтрационного течения в канале, а не среднюю скорость.

Для определения средней скорости течения, соответствующей модели Бринкмана, воспользуемся следующим выражением:

$$u_{\text{cp}} = \frac{1}{L} \int_0^L \left[\frac{k\nabla P}{\mu} \left[1 - \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{\phi L^2}{k}} \frac{y}{L}\right)}{\cosh\left(\sqrt{\frac{\phi L^2}{k}}\right)} \right] \right] dy. \quad (4)$$

Коэффициент проницаемости k в выражении (4) является основным свойством пористой среды, характеризующим способность пористого материала пропускать через себя жидкость или газ.

В рамках настоящей работы рассматривается фильтрационное течение в пористом материале, структура которого основана на трижды периодической минимальной поверхности Неовиуса. Трижды периодическая минимальная поверхность (ТПМП) – это бесконечная и периодически

повторяющаяся во всех направлениях поверхность, которая обладает нулевой средней кривизной [11].

Несмотря на бесконечность, в каждой ТПМП можно выделить минимальный репрезентативный объем или иными словами ячейку, являющуюся единичным структурным элементом для всего пористого материала. На рис. 1 представлена ячейка ТПМП Неовиуса, а также пористая среда, формируемая в результате многократного транслирования ячейки в ортогональных направлениях декартовой системы координат.

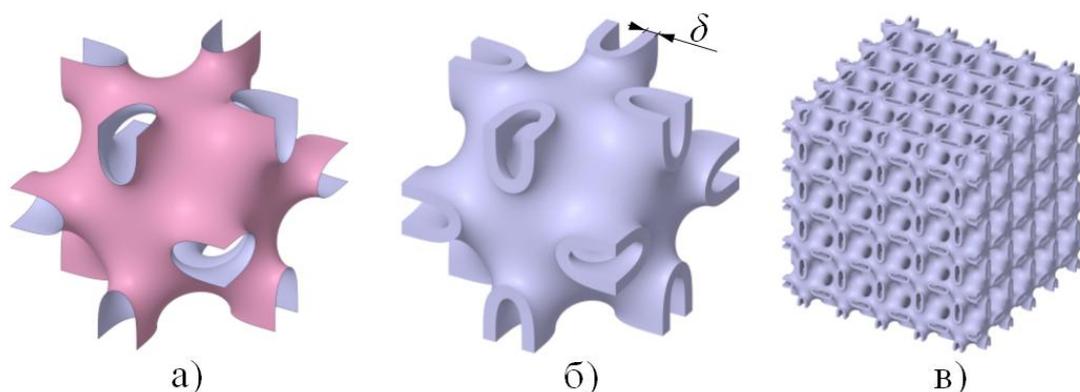


Рис. 1. Трижды периодическая минимальная поверхность Неовиуса:
а) оригинальная ячейка ТПМП; б) ячейка с толщиной; в) пористый ТПМП-материал

Пористость ТПМП-материала может варьироваться путем изменения как размера самой единичной ячейки (масштабирования), так и толщины стенки ячейки δ (см. рис. 1 (б)).

Для определения коэффициента проницаемости пористого ТПМП-материала предлагается численно-аналитическая методика, основанная на интерпретации результатов вычислительных экспериментов в ANSYS Fluent.

Геометрия для численного моделирования течения жидкости методом конечных элементов представлена на рис. 2.

Рассматривается канал с квадратным сечением, в котором расположена ТПМП-вставка. Все характерные геометрические параметры расчетной

геометрии изображены на рис. 2. Рабочей средой является вода с вязкостью $\mu = 0,001003 \text{ кг/м-с}$.

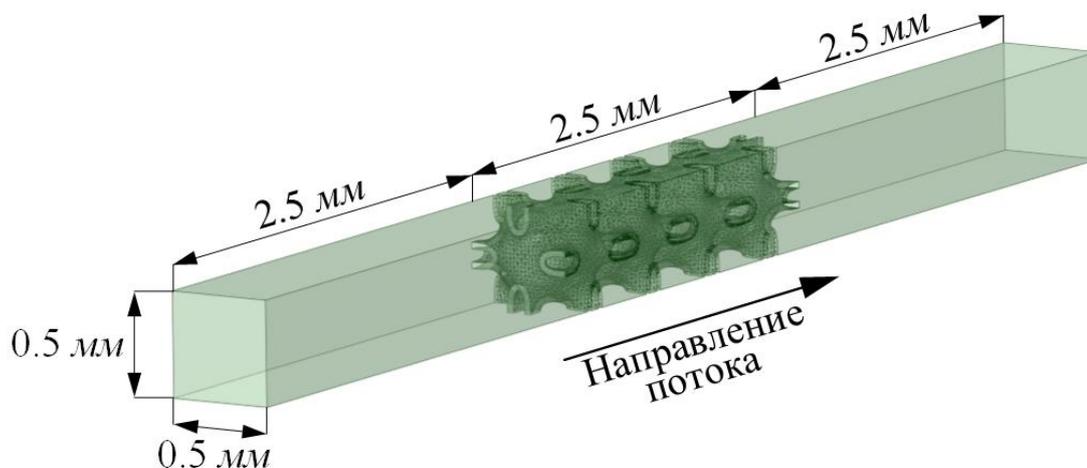


Рис. 2. Расчетная геометрия

Анализ результатов

В рамках исследования был выполнен ряд вычислительных экспериментов при постоянной начальной скорости потока $u_{cp} = 0.005 \text{ м/с}$ и переменной пористости ϕ , которая изменялась путем варьирования толщины стенки δ . В результате была получена зависимость потерь давления от пористости. Подставляя значения пористости и соответствующие им потери давления в выражение (4) при средней скорости потока $u_{cp} = 0.005 \text{ м/с}$ определим зависимость проницаемости от пористости (см. рис. 3).

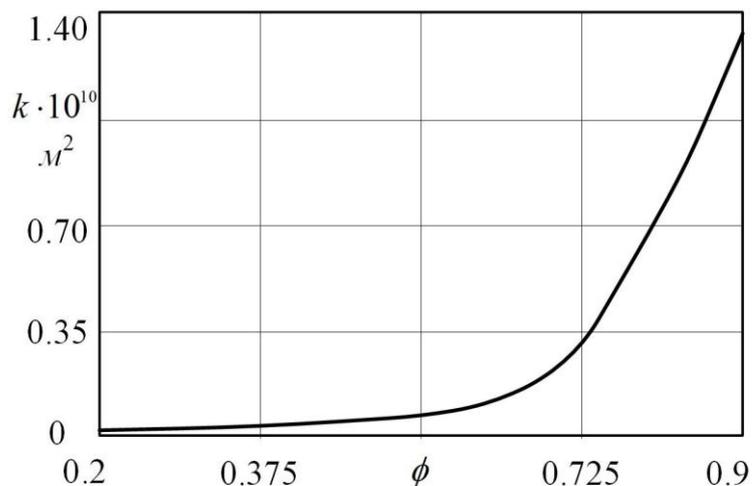


Рис. 3. Зависимость проницаемости от пористости

Данные с графика на рис. 3 могут быть аппроксимированы функцией, которая имеет вид:

$$k(\phi) = 3.022 \cdot 10^{-13} \exp(6.706\phi) - 3.444 \cdot 10^{-12}. \quad (5)$$

Полученная зависимость может быть использована при решении задач фильтрации через пористый материал, структура которого основана на ТПМП Неовиуса.

Рассмотрим, например, краевую задачу фильтрационного течения в бесконечно протяженном пористом ТПМП-канале шириной $2L$, математическая постановка которой имеет вид:

$$\tilde{\mu} \frac{d^2 u(y)}{dy^2} - \frac{\mu}{k(\phi)} u(y) + \nabla P = 0 \quad (0 < y < L); \quad (6)$$

$$u(L) = 0; \quad \left. \frac{du(y)}{dy} \right|_{y=0} = 0. \quad (7)$$

Точное решение задачи (6) – (7) имеет вид:

$$u(y) = \frac{k(\phi)\nabla P}{\mu} \left[1 - \cosh\left(\sqrt{\frac{\phi L^2}{k(\phi)}} \frac{y}{L}\right) \left(\cosh\left(\sqrt{\frac{\phi L^2}{k(\phi)}}\right) \right)^{-1} \right]. \quad (8)$$

Построим профиль скорости в пористом ТПМП-канале при $\phi = 0.8$ и $\nabla P = 78477 \text{ Па}$ (см. рис. 4).

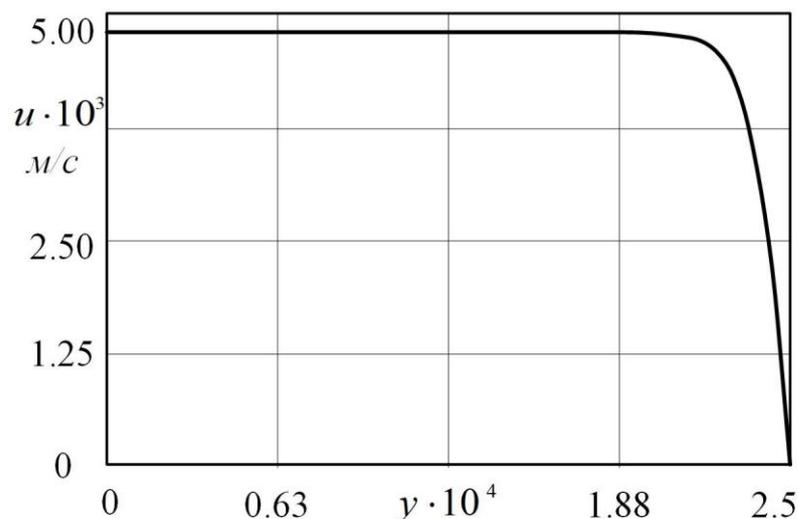


Рис. 4. Профиль скорости в пористом канале

Из анализа графика можно заключить, что скорость имеет постоянное значение в середине канала, однако вблизи стенок наблюдается резкое снижение скорости потока.

Заключение

В настоящей работе выполнен анализ фильтрационного течения в пористом материале, основанном на трижды периодической минимальной поверхности Неовиуса. По результатам численного моделирования определена зависимость коэффициента проницаемости от пористости исследуемого материала. При использовании модели Бринкмана для описания фильтрационного течения жидкости в пористом канале наблюдается стабильный профиль скорости в центральной части канала, однако вблизи стенок происходит резкое снижение скорости потока.

Результаты исследования могут быть применены в практических задачах нефтегазовой промышленности и гидрогеологии для оптимизации фильтрационных процессов. Полученные в работе зависимости представляют большой интерес при моделировании фильтрации в пористых материалах, основанных на ТПМП Неовиуса, и могут служить основой для дальнейших исследований в области фильтрации жидкостей и газов.

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-10044, rscf.ru/project/23-79-10044/.

Литература (References)

1. Liu S., Masliyah J. H. Single fluid flow in porous media //Chemical Engineering Communications. – 1996. – V. 148. – №. 1. – pp. 653-732.
2. Ahmed U., Crary S. F., Coates G. R. Permeability estimation: the various sources and their interrelationships //Journal of Petroleum Technology. – 1991. – V. 43. – №. 05. – pp. 578-587.

3. Zhao C., Hobbs B. E., Ord A. Chemical dissolution-front instability associated with water-rock reactions in groundwater hydrology: Analyses of porosity-permeability relationship effects //Journal of Hydrology. – 2016. – V. 540. – pp. 1078-1087.
4. Esmaeili, S., Sarma, H., Harding, T., & Maini, B. Review of the effect of temperature on oil-water relative permeability in porous rocks of oil reservoirs //Fuel. – 2019. – V. 237. – pp. 91-116.
5. Feng, Q., Xu, S., Wang, S., Li, Y., Gao, F., & Xu, Y. Apparent permeability model for shale oil with multiple mechanisms //Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2019. – V. 175. – pp. 814-827.
6. Taherinejad, M., Gorman, J., Sparrow, E., & Derakhshan, S. Porous medium model of a hollow-fiber water filtration system //Journal of membrane science. – 2018. – V. 563. – pp. 210-220.
7. Rybakov Y. P., Semenova N. V. Generalized Darcy's law in filtration theory //EPJ Web of Conferences. – EDP Sciences, 2018. – V. 173. – pp. 02017.
8. Zaripov S. K., Mardanov R. F., Sharafutdinov V. F. Determination of Brinkman model parameters using Stokes flow model //Transport in Porous Media. – 2019. – V. 130. – pp. 529-557.
9. Darcy H. Les fontaines publiques de la ville de Dijon: exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau. – Victor dalmont, 1856. – V. 1.
10. Wu, J., Hu, D., Li, W., & Cai, X. A review on non-Darcy flow—Forchheimer equation, hydraulic radius model, fractal model and experiment //Fractals. – 2016. – V. 24. – №. 02. – P. 1630001.
11. Al-Ketan O., Abu Al-Rub R. K. Multifunctional mechanical metamaterials based on triply periodic minimal surface lattices //Advanced Engineering Materials. – 2019. – V. 21. – №. 10. – P. 1900524.

Дата поступления: 20.04.2024

Дата публикации: 30.05.2024
