Существующие способы формализации нечеткостей в транспортных процессах

Ю.О. Чернышев[1], *А.В. Требухин*[1], *П.А. Панасенко*[2], *Д.Г. Белоножко* [2]

[1] *Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*
[2] *Краснодарское высшее военное училище им. генерала армии С.М. Штеменко, Краснодар*

Аннотация: Недостаток сведений об условиях реализации транспортных процессов не позволяет строить математические модели, оперирующие исключительно точными входными данными. Поэтому разрабатываются способы, формализующие входные неопределенности для построения математических моделей транспортных процессов. Для описания неопределенностей, на ряду со статическими, стохастическими и интервальными подходами активно используются способы, основанные на нечетких множествах.

Представленное Заде обобщение принадлежности элемента позволило размыть границы множества. Размытие границ множеств позволяет формализовать недостаточно полные, в информационном смысле, суждения и факты с целью последующего использования этих сведений при построении математических моделей.

Для выявления формальных подходов к работе с неопределенностями проведен анализ зарубежной периодической литературы за последние годы и выделены известные два подхода. Первый базируется на теории нечетких множеств – обобщенные понятия принадлежности элемента множеству, приводящему к размыванию границ множества. Второй подход предполагает описание нечеткости с помощью иерархии – семейства упорядоченных четких множеств.

В рамках первого подхода авторами выделено пять способов формализации. Первый включает нечеткие множества (числа) с различной n-угольной формой функции принадлежности. Второй состоит из интуиционистских нечетких множеств (чисел) с n-угольными функциями принадлежности. Третий содержит гетерогенные нечеткие множества типа 2. Четвертый представляет нестандартные нечеткие множества (колеблющиеся, пифагорейские и др.). Пятый способ является комбинацией нечетких чисел с интервалами, интуиционистских нечетких чисел с интервалами и т.п. Приводятся ссылки на источники, содержащие описание способов формализации и их применение при решении некоторых нечетких транспортных задач, сформулированы возможные направления исследований по рассмотренной тематике.

Ключевые слова: нечеткая задача маршрутизации транспорта, оптимизация, нечеткие методы, нечеткие числа, нечеткие множества, эвристические алгоритмы, гибридные алгоритмы, транспортные процессы.

Введение

Транспортно-распределительные системы отличаются большим количеством элементов и связей между ними, высокой степенью динамичности, что приводит к тому, что они функционируют в условиях неопределенности внутренней и внешней среды. Источниками данных неопределенностей являются отсутствие достаточных сведений о процессах и условиях их протекания, действие случайных факторов, которые нельзя точно определить [1].

Можно выделить многие динамические характеристики, которые привносят непостоянство в классическую задачу маршрутизации транспорта – vehicle routing problem (VRP): дороги между двумя клиентами могут быть заблокированы, клиенты могут изменять свои заказы, время в пути для некоторых маршрутов может быть увеличено из-за плохих погодных условий и т.д. Присутствие подобных характеристик является признаком динамической задачи маршрутизации транспорта – dynamic VRP (DVPR) [2].

В зависимости от входных данных, решаемых динамических транспортных задач, их можно классифицировать на детерминированные и недетерминированные. Под недетерминированностью обычно подразумевается стохастичность (случайность), хотя возможны и иные формы неопределенности (нечеткость, грубость). В стохастических задачах неопределённые данные связаны с запросами клиентов и представлены случайными величинами [2].

В отличие от детерминированных закономерностей, когда при осуществлении некоторых условий обязательно наступит определенное событие, то есть величины связаны между собой так, что значения одних определяют значения других, недетерминированность характеризуется неопределенностью. Неопределенность возникает из-за недостатка знаний, относящихся к появлению некоторого события. В некоторых источниках термин «неопределенность» является эквивалентом «недетерминированности» [3].

В [4] приведены определение и классификация недетерминированных задач маршрутизации транспорта, исследованы современные методы оптимального решения нечетких, случайных и грубых задач.

В работах авторов рассмотрены динамические задачи маршрутизации [2], нечеткие задачи маршрутизации транспорта, нечеткие распределительные (транспортные) задачи [3,4], современные методы и алгоритмы их решения, представленные в зарубежной литературе [5].

На ряду с анализом нечетких постановок транспортных задач и алгоритмов их решения актуальным является анализ подходов к оценке и формализации неопределенностей, являющихся объективным следствием природы транспортных процессов.

Виды неопределенностей

Неопределённость систем связана с возникновением неоднозначных событий или явлений, что приводит к множеству альтернатив их реализаций.

Неопределенность бывает стохастической, статистической, интервальной и нечеткой [3]. Стохастическая применяется тогда, когда факторам можно приписать вероятностный (случайный) характер. Случайность – один из видов неопределенности. Статистическая применяется, когда модель объекта определяется по результатам выборочных экспериментов в условиях действия случайных помех и ошибок. Она отличается от стохастической тем, что в условиях ограниченного эксперимента удается получить лишь выборочные оценки параметров плотности распределения. Интервальная применяется тогда, когда нет оснований или недостаточно информации для рассмотрения факторов неопределенности как случайных (отсутствуют возможности многократного проведения эксперимента). Нечеткая неопределенность применяется, когда информация о параметрах задачи задается экспертом вербальным языком, то есть задается множество возможных значений параметров, основной характеристикой которых является функция принадлежности.

Нечеткая задача маршрутизации возникает, когда данные неясны или недостаточны. Использование методов теории нечетких множеств позволяет успешно моделировать задачи, содержащие элементы неопределенности и субъективности. В качестве меры неточности или неопределенности Заде ввел энтропию [6].

Формализация нечетких понятий

В теории нечетких множеств (НМ) известны следующие способы формализации нечетких понятий [1].

Первый способ основывается на работах Заде [6,7], где вводится специальная характеристическая функция множества – функция принадлежности (ФП), которая принимает значения на интервале [0,1] и приводит к континуальной логике.

Расширением понятия интервала $\{x|a \leq x \leq b\}$ является понятие множество уровня. Оно представляет собой объединение не более чем счетного числа интервалов. Соответственно, алгебра интервалов является частным случаем алгебры множеств уровня.

Второй, более общий, предполагает, что характеристические функции множества принимают значения в конечной или бесконечной дистрибутивной решетке.

Третий способ формализации представляют Р-нечеткие множества. При этом обобщении каждый элемент универсального множества связан не с точкой в интервале [0,1], а с подмножеством, или частью этого интервала.

Четвертый способ основан на гетерогенных нечетких множествах. Здесь, в общем случае, элементам универсального множества ставятся в соответствие значения в различных дистрибутивных решетках. Каждый элемент может быть связан с наиболее подходящей к нему оценкой. При этом, сами значения оценок могут быть нечеткими. Таким образом, приходим к нечетким множествам типа 2 и, обобщая, можем получить нечеткое множество типа n, где n=1,2, ... для которого значения оценок являются нечеткие множества типа n-1.

Принцип обобщения в теории НМ носит эвристический характер и позволяет расширить область определения исходного отображения на классе нечетких множеств типа 1 на НМ типа 2 и выше.

Выделяются следующие основные классификационные признаки способов формализации нечеткости [1]:

-по виду представления нечеткой субъективной оценки какой-либо величины (нечеткого множества);

-по виду области значений ФП;

-по виду области определения ФП;

-по виду соответствия между областью определения и областью значений (однозначное, многозначное);

-по признаку однородности или неоднородности значений ФП.

Анализ зарубежной литературы показал, что при формализации нечеткостей, обусловленных неопределённостью (недетерминированностью) при решении распределительных (транспортных) задач, используются известные два подхода [1].

Первый базируется на обобщении понятия принадлежности элемента множества множеству, приводящему к размыванию границ множества. К нему можно отнести следующие способы формализации.

1. Способ n-угольных нечетких множеств (чисел). Нечеткие множества (числа-НЧ) с разными n-угольными функциями принадлежности: треугольная – треугольное нечеткое число (ТНЧ); трапециевидная – трапециевидное НЧ (ТрНЧ); пятиугольная – пятиугольное НЧ (ПНЧ); шестиугольная – шестиугольное НЧ (ШНЧ); восьмиугольная – восьмиугольное НЧ (ВНЧ); ромбовидная (алмазная) – ромбовидное НЧ (РНЧ) и пирамидальная – пирамидальное НЧ (ПНЧ).

2. Способ n-угольных интуиционистских нечетких множеств (чисел). Интуиционистское нечеткое множество (число - ИНЧ) с

различными n-угольными функциями принадлежности: треугольное интуиционистское нечеткое число (ТИНЧ); трапециевидное ИНЧ (ТрИНЧ); пятиугольное ИНЧ (ПИНЧ); шестиугольное ИНЧ (ШИНЧ); восьмиугольное ИНЧ (ВИНЧ) и т.п. по аналогии с первым способом.

3. Способ гетерогенных нечетких множеств, например, нечеткие множества типа 2.

4. Способ нестандартных нечетких множеств, например, колеблющиеся и пифагорейские нечеткие множества.

5. Способ комбинированных нечетких множеств (чисел), например, нечеткие множества и интуиционистское нечеткое множество, ИНЧ и НЧ с интервалами. Особый случай представляет комбинация, учитывающая как нечеткость, так и стохастичность. В частности, вероятность нечеткого множества рандомизированной функции предпочтения.

Второй подход предполагает описание нечёткости, т.е. формализацию нечетких данных с помощью набора иерархически упорядоченных четких множеств, например, приближенных множеств.

В практике широкое применение получил первый подход, поэтому более подробно остановимся на нём.

1. Способ нечетких множеств (чисел)

Понятие нечеткого множества ввел и исследовал Заде [7-9]. Д. Дюбуа и Х. Прад определили нечеткое число как нечеткое подмножество действительных чисел. Концепция нечетких чисел является обобщением концепции действительных чисел [10].

Нечеткое число - это инструмент для численного определения субъективной неточности.

В зависимости от полноты знаний о проблемной области и некоторых других факторов при задании параметров нечеткой математической модели, используются широко известные треугольные и трапецеидальные функции принадлежности, а также в последнее время и более сложные пятиугольные, шестиугольные и восьмиугольные нечеткие числа.

Треугольное НЧ исследовано в [11,12], треугольное число с интервалом в [13], при использовании треугольного представления нечетких чисел каждое исходное нечеткое число, а также результат арифметических операций над ними описывается тремя скалярными значениями, что существенно упрощает вычислительный процесс. Данный подход позволяет осуществлять поиск решений в нечетких пространствах, оперируя переменными вида «близких к X», не прибегая к лингвистическому анализу. Поэтому отличительной чертой работ с треугольными нечеткими числами является организация интеллектуального процесса поиска в нечетком пространстве решений, образованном треугольным представлением нечетких чисел [14].

Трапециевидные НЧ исследованы в [15-17], трапециевидные НЧ с внутренними значениями в [18,19]. Во многих случаях треугольные и трапециевидные представления нечетких чисел оказываются недостаточными для определения точности неопределенности. В большинстве случаев невозможно представить плохо определенные члены, либо возрастающей, либо убывающей функцией. Иногда ФП трапециевидного нечеткого числа не отражает всей реальности. В связи с этим, в качестве альтернативы изучены пятиугольные нечеткие числа, которые гораздо точнее отражают неопределенности [20].

В 2014 г. Т. Патхинатан и К. Поннивалаван ввели пятиугольное нечеткое число [21,22].

В [23] с помощью треугольного НЧ представлено описание алмазного нечеткого числа, определено ромбовидное НЧ.

Шестиугольные, восьмиугольные, пирамидальные и в виде ромба Т. Патхинатан и К. Поннивалаван изучили в [23-25].

Вводятся различные обобщения нечетких чисел, например, обобщение ТрНЧ [26], обобщенное понятие пятиугольного НЧ вместе с теоретико-множественными операциями в 2015 г. [24].

Определение треугольных, трапециевидных и пятиугольных НЧ обратного порядка даны в [24,25].

2. Способ интуиционистских нечетких множеств (чисел)

Интуиционистское нечеткое множество (ИНМ) - одно из обобщений теории нечетких множеств [8]. ИНМ, впервые введенные К. Атанасовым [27,28], как обобщение нечетких множеств, совместимых с нечеткостью. Концепция ИНМ может рассматриваться как подходящий / альтернативный подход в случае, когда доступной информации недостаточно для определения неточности с помощью обычного нечеткого множества. В нечетких числах учитывается только степень принятия, а ИНМ характеризуется функцией принадлежности и функцией отсутствия принадлежности, так что сумма обоих значений меньше единицы [28]. Среди исследований по ИНМ необходимо упомянуть К. Атанасова [29-32], Атанасова и Гаргова [33], Шмидта и Кацпшика [34], Бухаеску [35], Бана [36], Дешриджвера и Керре [37], Стоянова [38]. Бустинс, Бурилло и др. в 1996 г. [39, 40], предложили определение интуиционистского нечеткого числа, изучили возмущения ИНЧ и первые свойства корреляции между этими числами. Кроме этого ИНМ исследованы в [41,42], ТИНЧ в [43], а ТрИНЧ в [44].

Шу, Ченг и Чанг в 2006 г. дали определение и доказали законы работы треугольного интуиционистского нечеткого числа [39]. В 2008 г. Ван ввел определение трапециевидного интуиционистского нечеткого числа, которое является расширением треугольного интуиционистского нечеткого числа. Треугольные интуиционистские нечеткие числа и трапециевидные интуиционистские нечеткие числа являются расширениями ИН-множеств и другим способом расширения дискретного множества до непрерывного.

В [45] продолжено изучение пятиугольного интуиционистского нечеткого числа. Симметричные ИНЧ, например, ТрИНЧ описаны в [30]. Интуиционистическое нечеткое ожидание различных форм ИНЧ представлено в [46]. Обобщение шестиугольных ИНЧ для решения задач в интуиционистической нечеткой среде приведено в [47]. LR-интуиционистические нечеткие числа для решения транспортных задач представлены в [48].

3. Способ гетерогенных нечетких множеств

В 1984г. Чанас и др. [49] предложили постановки нечетких транспортных задач. С тех пор проводятся исследования их решения в различных нечетких средах.

В транспортных задачах, если потребности задаются нечеткими числами, а стоимость - нечеткое интуиционистское число, то, чтобы, справиться с неопределенностью и колебаниями в прогнозировании стоимости перевозки используются нечеткие множества типа 2. Поэтому они называются интуиционистическими нечеткими транспортными задачами (ИНТЗ) типа 2. Для их решения, например, в [50] применяется метод нечеткой нулевой точки.

Полная нечеткая транспортная задача типа 2 с нечеткими переменными описана в [51].

Нечеткая транспортная задача (НТЗ) с фиксированной стоимостью перевозки с нечеткими переменными типа 2 решена в [52]. В [53] предложен новый метод для ее решения.

В [54] путем преобразования ТрНЧ в шестиугольные НЧ получена дефаззификации последовательности из симметричных нечетких шестиугольных и несимметричных чисел типа 2 с нечеткими треугольными НЧ.

Другой подход задания нечетких параметров для решения ИНТЗ типа 2 предложен в работе [55]. В ней затраты представлены ИТНЧ, а для функции точности используют функции оценки для функций принадлежности и непринадлежности ИТНЧ, при наличии неопределенности и колебаниях стоимости перевозки.

4.Способ нестандартных нечетких множеств

В работе [56] для представления неточности описаны колеблющиеся нечеткие множества.

Вероятностный подход к сравнению интервалов совместно с аппроксимацией нечетких значений использован для численного решения прямого нечеткого расширения симплекс-метода [57].

В этих способах нечеткое множество принимает только функция принадлежности.

В 2013 г. Р. Ягер представил ещё один способ нестандартных нечетких множеств для формализации неопределенностей в транспортных процессах, назвав его пифагорейским нечетким множеством (ПиНМ) [58, 59], который основан на нечеткой арифметике Пифагора и численных условиях нечеткой среды Пифагора.

5. Способ комбинированных нечетких множеств (чисел)

В [60] авторы столкнулись с таким типом неопределённости, который не может быть обработан с помощью нечетких или интуиционистских нечетких множеств. Поэтому они рассмотрели и применили для решения НТЗ интервальные значения интуиционистских нечетких множеств (ИЗИНМ).

В [61] предложен алгоритм решения НТЗ многозначных интервалов. В [62] разработан точный метод решения целочисленной транспортной задачи на основе полных интервалов.

В [63] решена НТЗ в условиях интервальной многозначной интуиционистской нечеткой среды.

Ко второму подходу для работы с неопределенностями (формализация неточностей) относятся приближенные множества (rought sets), а также можно отнести дефаззификацию, так как фаззификация является процедурой нахождения функций принадлежности нечеткого множества на основе четких данных, т.е. введение нечеткости.

В [5] авторы рассмотрели методы и алгоритмы решения избранных нечетких распределительных (транспортных) задач. Нечеткости в них формализованы изложенными выше способами.

Заключение

Анализ зарубежной литературы за последние годы показал, что по своей сути существует два подхода к формализации неопределенностей. Авторы провели классификацию способов первого подхода и дали им определение. В рамках первого подхода появились новые способы – интуиционистские, комбинированные и нестандартные (пифагорейский), некоторые из которых позволяют увеличивать точность нахождения неопределенностей.

По нашему мнению, необходимо провести исследования по использованию нечетких чисел, например, обратного порядка, симметричных нечетких чисел, обобщений нечетких чисел и интуиционистских нечетких чисел для формализации нечеткостей. Интересно рассмотреть применение n-угольных чисел для определения точности формализации неопределенности, как это сделано в [20] для треугольных, трапециевидных и пятиугольных нечетких чисел (показано что пятиугольное НЧ точнее отражают неопределенности, чем треугольное НЧ и трапециевидное НЧ). Следует изучить новую пифагорейскую среду и предложить другие, возможно, более эффективные способы формализации нечеткостей. Для этих же целей и более точному решению транспортных задач очень заманчивы исследования комбинированных способов.

Литература

1. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта. / Под ред. Поспелова Д.А. – М.: Наука. 1986. – 321с.

2. Кубил В.Н., Чернышев Ю.О. Обзор динамических задач маршрутизации транспорта. // Программные продукты и системы. Т. 33. №3- Тверь. 2020. – С. 491-501.

3. Костенко О.В. Разработка методов и алгоритмов решения многоиндексных распределительных задач в условиях неопределенности. Диссертация на соиск. уч. степени канд. техн. наук. ИРТСУ ЮФУ. Таганрог. 2017. – 172с.

4. Чернышев Ю.О., Кубил В.Н. Требухин А.В. Обзор нечетких задач маршрутизации транспорта, Advanced Engineering Research,Т. 20, № 3., – С. 325-331.

5. Чернышев Ю.О., Требухин А.В., Панасенко П.А. Современные методы и алгоритмы решения нечетких распределительных (транспортных) задач, отображенных в зарубежной литературе. Инженерный вестник Дона, 2020, № 10. ivdon.ru/ru/magazine/archive/n10y2020/6653

6. Заде Л.А. Размытые множества и их применение к принятию приближенных решений / Пер. с англ. М.: Мир, 1976. – 165с.

7. Заде Л.А. Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решения. – Математика сегодня. М. – Знание. 1974. – С. 5-49.

8. Zadeh L.A. Fuzzy Sets. Information and Control 8, (1965). pp. 338-353.

9. Zadeh L.A. Probability measures of fuzzy events. Journal of Mathematical Analysis and Applications. 23. 1968. pp. 421-427.

10. Dubois D., Prade H., Operations on Fuzzy Numbers, International Journal of Systems Science, 9 (6) (1978) 613-626. dx.doi.org/10.1080/00207727808941724

11. Dinagar D., Latha K., Some types of Type-2 Triangular Fuzzy Matrices, International Journal of Pure and Applied Mathematics, 82 (1) (2013). pp. 21-32.

12. Liu P. D., Wang T. J. “Method for multiple attribute decision making with triangular fuzzy number and partial attribute weight information,” Journal of Information and Computational Science, vol. 4, no. 3, pp. 1017–1022, 2007.

13. Dutta P., Tazid A. Ali. Fuzzy Arithmetic with and without α-cut Method; A Comparative Study, International Journal of latest trends in Computing, 3 (2011) E-ISSN: 2045-5364.

14. Wu C., Wang G., Convergence of sequences of fuzzy numbers and fixed point theorems for increasing fuzzy mappings and application, Fuzzy Sets and Systems, 130 (2002) 383-390. dx.doi.org/10.1016/S0165-0114(01)00231-7

15. Parvathi C., Malathi C. Arithmetic operations on Symmetric Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Numbers, International Journal of Soft Computing and Engineering, 2 (2012) ISSN: 2231-2307.

16. Xu Z. Y., Shang S. C., Qian W. B., Shu W. H. “A method for fuzzy risk analysis based on the new similarity of trapezoidal fuzzy numbers”, Expert Systems with Applications, vol. 37, no. 3, pp. 1920–1927, 2010.

17. Abbasbandy S., Hajjari T., “A new approach for ranking of trapezoidal fuzzy numbers”, Computers and Mathematics with Applications, vol. 57, no. 3, pp. 413–419, 2009.

18. Bansal Abhinav. 2011. Trapezoidal Fuzzy Numbers (a,b,c,d); Arithmetic Behavior, International Journal of Physical and Mathematical Sciences, pp. 39-44.

19. Liu P. D., “A weighted aggregation operators multi-attribute group decision-making method based on interval-valued trapezoidal fuzzy numbers,” Expert Systems with Applications, vol. 38, no. 1, pp. 1053–1060, 2011.

20. Pathinathan T., Dison E. M. Similarity Measures of Pentagonal Fuzzy Numbers. International Journal of Pure and Applied Mathematics. Volume 119 No. 9. 2018. pp. 165-175.

21. Pathinathan T., Ponnivalavan K. Pentagonal fuzzy numbers, International journal of computing algorithm, 3 (2014) ISSN: 2278-2397.

22. Pathinathan T., Ponnivalavan K. Pentagonal fuzzy numbers, International journal of computing algorithm, 3, pp. 1003-1005, 2014.

23. Pathinathan T., Ponnivalavan K. Diamond fuzzy numbers, Journal of Fuzzy set Valued Analysis, 1, pp. 36-44, 2015.

24. Pathinathan T., Ponnivalavan K. Reverse order Triangular, Trapezoidal and Pentagonal Fuzzy Numbers. Annals of Pure and Applied Mathematics, Vol. 9. No 1. 2015. pp. 107-117.

25. Pathinathan T., Ponnivalavan K. Reverse order Triangular, Trapezoidal and Pentagonal Fuzzy Numbers, Annals of Pure and Applied Mathematics, 8, pp. 51-58, 2014.

26. Ebrahimnejad A. A simplified new approach for solving fuzzy transportation problems with generalized trapezoidal fuzzy numbers, Applied Soft Computing 19, 2014, pp. 171–176.

27. Atanassov, K.T., Intuitionistic fuzzy sets, VII ITKR’s Session, Sofia, Bulgarian, 1983.

28. Atanassov, K.T., Intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems, vol.20, 1986. pp.87–96.

29. Atanassov, K.T., and G. Gargov, Interval-valued intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems, vol.31, no.3, 1989. pp. 343–349.

30. Atanassov, K.T., More on intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems, vol.33, no.1, 1989. pp.37–46.

31. Atanassov, K.T., Intuitionistic Fuzzy Sets, Physica-Verlag, Heidelberg, New York, 1999.

32. Atanassov, K.T., Two theorems for Intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems, vol.110, 2000. pp.267–269.

33. Atanassov, K.T., and G. Gargov, Elements of intuitionistic fuzzy logic, Part I, Fuzzy Sets and Systems, vol.95, no.1, 1998. pp.39–52.

34. Szmidt, E., and J. Kacprzyk, Distances between intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems, vol.114, no.3, 2000. pp.505–518.

35. Buhaesku, T., Some observations on intuitionistic fuzzy relations, Itinerant Seminar of Functional Equations, Approximation and Convexity, 1989. pp.111–118.

36. Ban, A.I., Nearest interval approximation of an intuitionistic fuzzy number, Computational Intelligence, Theory and Applications, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2006. pp.229–240.

37. Deschrijver, G., and E.E. Kerre, On the relationship between intuitionistic fuzzy sets and some other extensions of fuzzy set theory, Journal of Fuzzy Mathematics, vol.10, no.3, 2002. pp.711–724.

38. Stoyanova, D., More on Cartesian product over intuitionistic fuzzy sets, BUSEFAL, vol.54, 1993. pp.9–13.

39. Burillo, P., H. Bustince, and V. Mohedano, Some definition of intuitionistic fuzzy number, Fuzzy based Expert Systems, Fuzzy Bulgarian Enthusiasts, 1994.

40. Bustine H., Burillo P., “Vague sets are intuitionistic fuzzysets”, Fuzzy Sets and Systems, vol. 79, 1996, pp. 403- 405.

41. H. W. Liu, “New similarity measures between intuitionistic fuzzy sets and between elements,” Mathematical and Computer Modelling, vol. 42, no. 1-2, 2005. pp. 61–70.

42. Xu Z. S., “Some similarity measures of intuitionistic fuzzy sets and their applications to multiple attribute decision making,” Fuzzy Optimization and Decision Making, vol. 6, no. 2, 2007. pp. 109– 121.

43. Li D. F., “A ratio ranking method of triangular intuitionistic fuzzy numbers and its application to MADM problems,” Computers and Mathematics with Applications, vol. 60, no. 6, 2010. pp. 1557–1570.

44. Ye J., “Expected value method for intuitionistic trapezoidal fuzzy multicriteria decision-making problems,” Expert Systems with Applications, vol. 38, no. 9, 2011. pp. 11730–11734.

45. Pathinathan T., Ponnivalavan K. Intuitionistic pentagonal fuzzy number. ARRN Journal of Engineering and Applied Sciences. Vol. 10. No 12. July 2015.

46. Bharati S.K. Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Fractional Transportation Problem, Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 817. Springer, Singapore, 2019, pp. 161-171.

47. Thamaraiselvi A., Santhi R. On intuitionistic fuzzy transportation problem using hexagonal intuitionistic fuzzy numbers. International Journal of Fuzzy Logic Systems (IJFLS) Vol.5, No.1, January 2015, pp. 15-28.

48. Nishad A. A novel ranking approach to solving fully LR-intuitionistic fuzzy transportation problems. New Math Nat Computing 15(01), 2018, pp. 95–112.

49. Chanas S, Kołodziejczyk W, Machaj A (1984) A fuzzy approach to the transportation problem. Fuzzy Sets Syst 13:211–221

50. Kumar P.S. Intuitionistic fuzzy zero point method for solving type-2 intuitionistic fuzzy transportation problem, Int. J. Operational Research, Vol. 37, No. 3, 2020, pp. 418–451.

51. Liu P, Yang L, Wang L, Li S (2014) A solid transportation problem with type-2 fuzzy variables. Appl Soft Comput 24:543–558

52. Kundu P, Kar S, Maiti M (2014) Fixed charge transportation problem with type-2 fuzzy variables. Inf Sci 255:170–186

53. Singh SK, Yadav SP (2016) A new approach for solving intuitionistic fuzzy transportation problem of type-2. Ann Oper Res 243:349–363

54. Sam'an M., Hariyanto S., Surarso B. Optimal solution of full fuzzy transportation problems using total integral ranking, Journal of Physics: Conference Series, Volume 983, Issue 1, 2018, pp. 75-82.

55. Singh S. K., Yadav S. P. A new approach for solving intuitionistic fuzzy transportation problem of type-2, Annals of Operations Research vol. 243, 2016, pp. 349–363.

56. Hanss M., Applied Fuzzy Arithmetic: An Introduction with Engineering Applications, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, (2005).

57. Kaczmarek K., Dymova L., Sevastjanov P. A Two Phase Method for Solving the Distribution Problem in a Fuzzy Setting. Entropy 21, 2019, pp. 12-14.

58. Yager R.R. (2013) Pythagorean fuzzy subsets. In: 2013 joint IFSA world congress and NAFIPS annual meeting (IFSA/NAFIPS), pp 57–61.

59. Yager R.R. (2014) Pythagorean membership grades in multicriteria decision-making. IEEE Trans Fuzzy Syst 22:958–965

60. Bharati S.K., Singh S.R. Transportation problem under interval-valued intuitionistic fuzzy environment. Intellectual J Fuzzy Systems 20, 2018, pp. 1511–1522.

61. Arora J. (2018) An algorithm for interval-valued fuzzy fractional transportation problem. Skit Res J 8:71–75

62. Akilbasha A, Pandian P, Natarajan G (2018) An innovative exact method for solving fully interval integer transportation problems. Inform Med Unlock 11:95–99

63. Bharati S.K., Singh SR (2018) Transportation problem under interval-valued intuitionistic fuzzy environment. Int J Fuzzy Syst 20:1511–1522

References

1. Nechetkie mnozhestva v modeljah upravlenija i iskusstvennogo intellekta [Fuzzy sets in control and artificial intelligence models]. Pod red. Pospelova D.A. M.: Nauka. 1986. 321p.

2. Kubil V.N., Chernyshev Ju.O. T. 33. №3 Tver'. 2020. pp. 491-501.

3. Kostenko O.V. Razrabotka metodov i algoritmov reshenija mnogoindeksnyh raspredelitel'nyh zadach v uslovijah neopredelennosti [Development of methods and algorithms for solving multi-index distribution problems under uncertainty] Dissertacija na soisk. uch. stepeni kand. tehn. nauk. IRTSU JuFU. Taganrog. 2017. 172p.

4. Chernyshev Ju.O., Kubil V.N. Trebuhin A.V., Advanced Engineering Research,T. 20, № 3., pp. 325331.

5. Chernyshev Ju.O., Trebuhin A.V., Panasenko P.A. Inzhenernyj vestnik Dona, 2020, № 10. ivdon.ru/ru/magazine/archive/n10y2020/6653

6. Zade L.A. Razmytye mnozhestva i ih primenenie k prinjatiju priblizhennyh reshenij [Fuzzy Sets and Their Application to Approximate Decision Making] Per. s angl. M.: Mir, 1976. 165p.

7. Zade L.A. Osnovy novogo podhoda k analizu slozhnyh sistem i processov prinjatija reshenija. Matematika segodnja. M. Znanie. 1974. pp. 5-49.

8. Zadeh L.A. Fuzzy Sets. Information and Control 8, 1965. pp. 338-353.

9. Zadeh L.A. Journal of Mathematical Analysis and Applications. 23. 1968. pp. 421-427.

10. Dubois D., Prade H., International Journal of Systems Science, 9 (6) (1978) 613-626. dx.doi.org/10.1080/00207727808941724

11. Dinagar D., Latha K., International Journal of Pure and Applied Mathematics, 82 (1) (2013). pp. 21-32.

12. Liu P. D., Wang T. J. Journal of Information and Computational Science, vol. 4, no. 3, pp. 1017–1022, 2007.

13. Dutta P., Tazid A. Ali. International Journal of latest trends in Computing, 3 (2011) E-ISSN: 2045-5364.

14. Wu C., Wang G., Fuzzy Sets and Systems, 130, 2002, pp. 383-390. dx.doi.org/10.1016/S0165-0114(01)00231-7

15. Parvathi C., Malathi C. International Journal of Soft Computing and Engineering, 2, 2012, ISSN: 2231-2307.

16. Xu Z. Y., Shang S. C., Qian W. B., Shu W. H., Expert Systems with Applications, vol. 37, no. 3, pp. 1920–1927, 2010.

17. Abbasbandy S., Hajjari T., Computers and Mathematics with Applications, vol. 57, no. 3, pp. 413–419, 2009.

18. Bansal Abhinav. 2011., International Journal of Physical and Mathematical Sciences, pp. 39-44.

19. Liu P. D., Expert Systems with Applications, vol. 38, no. 1, pp. 1053–1060, 2011.

20. Pathinathan T., Dison E. M. International Journal of Pure and Applied Mathematics. Volume 119 No. 9. 2018. pp. 165-175.

21. Pathinathan T., Ponnivalavan K., International journal of computing algorithm, 3 (2014) ISSN: 2278-2397.

22. Pathinathan T., Ponnivalavan K., International journal of computing algorithm, 3, pp. 1003-1005, 2014.

23. Pathinathan T., Ponnivalavan K., Journal of Fuzzy set Valued Analysis, 1, pp. 36-44, 2015.

24. Pathinathan T., Ponnivalavan K. Annals of Pure and Applied Mathematics, Vol. 9. No 1. 2015. pp. 107-117.

25. Pathinathan T., Ponnivalavan K., Annals of Pure and Applied Mathematics, 8, pp. 51-58, 2014.

26. Ebrahimnejad A., Applied Soft Computing 19, 2014, pp. 171–176.

27. Atanassov, K.T., Intuitionistic fuzzy sets, VII ITKR's Session, Sofia, Bulgarian, 1983.

28. Atanassov, K.T., Intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems, vol.20, 1986. Pp.87–96.

29. Atanassov, K.T., and G. Gargov, Fuzzy Sets and Systems, vol.31, no.3, 1989. pp. 343–349.

30. Atanassov, K.T., Fuzzy Sets and Systems, vol.33, no.1, 1989. Pp.37–46.

31. Atanassov, K.T., Physica-Verlag, Heidelberg, New York, 1999.

32. Atanassov, K.T., Fuzzy Sets and Systems, vol.110, 2000. Pp.267–269.

33. Atanassov, K.T., and G. Gargov, Fuzzy Sets and Systems, vol.95, no.1, 1998. Pp.39–52.

34. Szmidt, E., and J. Kacprzyk, Fuzzy Sets and Systems, vol.114, no.3, 2000. Pp.505–518.

35. Buhaesku, T., Some observations on intuitionistic fuzzy relations, Itinerant Seminar of Functional Equations, Approximation and Convexity, 1989. Pp.111–118.

36. Ban, A.I., Nearest interval approximation of an intuitionistic fuzzy number, Computational Intelligence, Theory and Applications, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2006. Pp.229–240.

37. Deschrijver, G., and E.E. Kerre, Journal of Fuzzy Mathematics, vol.10, no.3, 2002. Pp.711–724.

38. Stoyanova, D., More on Cartesian product over intuitionistic fuzzy sets, BUSEFAL, vol.54, 1993. Pp.9–13.

39. Burillo, P., H. Bustince, and V. Mohedano, Some definition of intuitionistic fuzzy number, Fuzzy based Expert Systems, Fuzzy Bulgarian Enthusiasts, 1994.

40. Bustine H., Burillo P., “Vague sets are intuitionistic fuzzysets”, Fuzzy Sets and Systems, vol. 79, 1996, pp. 403- 405.

41. H. W. Liu, “New similarity measures between intuitionistic fuzzy sets and between elements,” Mathematical and Computer Modelling, vol. 42, no. 1-2, 2005. pp. 61–70.

42. Xu Z. S., Fuzzy Optimization and Decision Making, vol. 6, no. 2, 2007. pp. 109– 121.

43. Li D. F., Computers and Mathematics with Applications, vol. 60, no. 6, 2010. pp. 1557–1570.

44. Ye J., Expert Systems with Applications, vol. 38, no. 9, 2011. pp. 11730–11734.

45. Pathinathan T., Ponnivalavan K. ARRN Journal of Engineering and Applied Sciences. Vol. 10. No 12. July 2015.

46. Bharati S.K. Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Fractional Transportation Problem, Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 817. Springer, Singapore, 2019, pp. 161-171.

47. Thamaraiselvi A., Santhi R. International Journal of Fuzzy Logic Systems (IJFLS) Vol.5, No.1, January 2015, pp. 15-28.

48. Nishad A. New Math Nat Computing 15(01), 2018, pp. 95–112.

49. Chanas S, Kołodziejczyk W, Machaj A (1984) A fuzzy approach to the transportation problem. Fuzzy Sets Syst 13:211–221

50. Kumar P.S. Int. J. Operational Research, Vol. 37, No. 3, 2020, pp. 418–451.

51. Liu P, Yang L, Wang L, Li S (2014) A solid transportation problem with type-2 fuzzy variables. Appl Soft Comput 24:543–558

52. Kundu P, Kar S, Maiti M (2014) Fixed charge transportation problem with type-2 fuzzy variables. Inf Sci 255:170–186

53. Singh SK, Yadav SP (2016) A new approach for solving intuitionistic fuzzy transportation problem of type-2. Ann Oper Res 243:349–363

54. Sam'an M., Hariyanto S., Surarso B. Optimal solution of full fuzzy transportation problems using total integral ranking, Journal of Physics: Conference Series, Volume 983, Issue 1, 2018, pp. 75-82.

55. Singh S. K., Yadav S. P. A new approach for solving intuitionistic fuzzy transportation problem of type-2, Annals of Operations Research vol. 243, 2016, pp. 349–363.

56. Hanss M., Applied Fuzzy Arithmetic: An Introduction with Engineering Applications, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, (2005).

57. Kaczmarek K., Dymova L., Sevastjanov P. A Two Phase Method for Solving the Distribution Problem in a Fuzzy Setting. Entropy 21, 2019, pp. 12-14.

58. Yager R.R. (2013) Pythagorean fuzzy subsets. In: 2013 joint IFSA world congress and NAFIPS annual meeting (IFSA/NAFIPS), pp 57–61.

59. Yager R.R. (2014) Pythagorean membership grades in multicriteria decision-making. IEEE Trans Fuzzy Syst 22:958–965

60. Bharati S.K., Singh S.R. Transportation problem under interval-valued intuitionistic fuzzy environment. Intellectual J Fuzzy Systems 20, 2018, pp. 1511–1522.

61. Arora J. (2018) An algorithm for interval-valued fuzzy fractional transportation problem. Skit Res J 8:71–75

62. Akilbasha A, Pandian P, Natarajan G (2018) An innovative exact method for solving fully interval integer transportation problems. Inform Med Unlock 11:95–99

63. Bharati S.K., Singh SR (2018) Transportation problem under interval-valued intuitionistic fuzzy environment. Int J Fuzzy Syst 20:1511–1522.