

## Математические модели производительности, надежности и стоимости функционирования системы хранения дедуплицированных данных на SSD-дисках

*В.А. Пономарев*

*Петрозаводский государственный университет*

**Аннотация:** Статья посвящена разработке и созданию комплекса математических моделей, описывающих функционирование системы хранения данных на основе твердотельных накопителей с применением технологии дедупликации. Математическая модель пользовательского приложения генерирует нагрузку на систему в виде потока запросов со случайным размером запроса и интервалом времени между запросами. Из-за особенностей SSD-накопителей производительность системы в режимах чтения и записи моделируется отдельно. Математическая модель надежности функционирования RAID-массива основывается на системе уравнений Колмогорова-Чепмена для расчета стационарных вероятностей, описывающих переходы между состояниями в дискретной марковской цепи. Долговечность системы определяется через модель оценки выработки ресурса записи твердотельных накопителей. Итоговым результатом является математическая постановка задачи подбора параметров системы хранения данных, оптимальных с точки зрения сочетания факторов надежности, скорости и стоимости хранения.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, система хранения данных, производительность, надежность, твердотельные накопители, RAID-массив, оптимизация

### Введение

В последнее время все большим спросом на рынке услуг по хранению данных пользуются решения на основе твердотельных накопителей, например, для корпоративных облаков, обеспечивающие высокую производительность [1]. Из-за относительно высокой стоимости хранения информации на SSD-дисках, возникает актуальная проблема автоматизации подбора параметров систем хранения данных (СХД) и конфигурации их компонентов, которые бы были оптимальны с точки зрения сочетания факторов надежности, скорости и стоимости хранения данных.

Проведение натурного эксперимента является достоверным способом определения производительности системы и подбора правильных параметров [2], но и самым затратным, и не позволяет оценить надежность системы.

Автор считает, что рациональное решение данной проблемы возможно только с использованием научного подхода к проектированию СХД, который заключается в построении математических и имитационных моделей работы СХД с последующей оптимизацией их параметров для удовлетворения требований потенциальных пользователей системы [3].

Согласно изложенной концепции, система представлена в виде четырех основных укрупненных компонент, последовательно связанных друг с другом: сетевой сервис; система дедупликации на основе технологии VDO; программный RAID; массив из SSD дисков. Поток запросов проходит сквозь систему с задержкой на каждом участке, величина времени которой должна определяться соответствующей математической моделью. Выходными параметрами системы являются такие показатели качества функционирования, как емкость и производительность хранилища, длительность и стоимость хранения, долговечность и безотказность [3].

С учетом изложенного, для расчета значений выходных показателей, характеризующих СХД, необходимо построить комплекс математических моделей, включающий в себя модели производительности, надежности и стоимости работы СХД, которые бы связывали входные и выходные параметры каждого компонента системы, и создать модель пользовательского приложения, которое бы задавало входное воздействие на систему.

Модель производительности основана на поэтапной оценке времени задержки прохождения запросов пользовательских приложений сквозь все связанные подсистемы: запросы поступают на вход системы хранения данных в модель сетевого сервиса, далее в модель системы дедупликации VDO, далее в модель программного RAID и, в завершение, поступают в модель твердотельного накопителя для осуществления операции чтения или записи.

---

Модель производительности СХД является основой для построения моделей оценки остальных интегральных показателей СХД.

### 1. Математическая модель производительности СХД

Модель пользовательского приложения генерирует запросы, которые создают нагрузку на систему.

Каждый запрос  $q_i = (t_i, o_i, s_i)$  в потоке характеризуется следующими признаками:  $t_i \in \mathbb{Z}$  – время поступления запроса на вход СХД (timestamp) с момента начала эксперимента;  $o_i \in \{r, w\}$  – тип запроса ( $r$  – чтение,  $w$  – запись);  $s_i \in \mathbb{N}$  – количество байт (размер запроса), которое необходимо записать или прочесть.

Основные характеристики потока запросов  $\{q_i\}$ :

$i = 1, \dots, I$  – порядковый номер запроса;  $I \in \mathbb{N}$  – общее количество запросов;  $t_i, i \geq 1$  – момент поступления запроса в СХД;  $o_i, i \geq 1$  – тип запроса;  $\tau_i = t_{i+1} - t_i, i \geq 1, t_0 = 0$  – независимые одинаково распределенные интервалы времени между запросами;  $s_i, i \geq 1$  – независимые одинаково распределенные размеры запросов;  $t_0$  – время начала эксперимента;  $t_1$  – время окончания эксперимента.

Для удобства опустим порядковый индекс у случайной величины  $\tau_i$  и у случайной величины  $s_i$ , для чего обозначим через  $\tau$  типичный интервал времени между запросами, а через  $s$  – типичный размер запроса. Предположим, что  $\tau$  – случайная величина с экспоненциальным законом распределения  $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}, x > 0$ , а  $s$  – случайная величина с

однопараметрическим законом распределения Парето  $F(x) = 1 - \left(\frac{1}{x}\right)^\theta$ ,  $x \geq 1$ . Данное допущение основывается на результатах исследований экспоненциального характера распределения интервалов времени между запросами [4], а также Парето распределения размера файла в интернет-трафике по ТСР-протоколу [5]. Тогда пусть поток запросов в СХД имеет интенсивность  $\eta = 1/M[\tau] \in (0, \infty)$ , а размер запроса характеризуется параметром  $\theta = M[s]/(M[s] - 1) \in (0, \infty)$ . Чередование типа запросов ( $\sigma_i = r$  – чтение или  $\sigma_i = w$  – запись) задается из допущения о дискретном равномерном распределении:  $F(x) = [x]$ ,  $0 \leq x < 1$ .

Среднее время выполнения типового запроса  $q_i$  на чтение/запись  $\Delta t_i^{rw}$  складывается из слагаемых времен обслуживания соответствующих компонент системы:

$$\Delta t_i^{rw} = \Delta t_i^{NS} + \Delta t_i^{DED} + \Delta t_i^{RAID} + \Delta t_i^{DISK}. \quad (1)$$

Время  $\Delta t_i^{NS}$  обработки запроса сетевым сервисом  $\Delta t_i^{NS}$  положим прямо пропорционально размеру запроса, при допущении о постоянном размере блока:

$$\Delta t_i^{NS} = k^{NS} s_i, \quad (2)$$

где  $k^{NS}$  – коэффициент пропорциональности, оцениваемый по результатам натурального эксперимента.

Система дедупликации затрачивает на поиск и анализ копий данных время  $\Delta t_i^{DED}$  следующим образом:

$$A^{DED}: \{q_i\} \rightarrow \{\Delta t_i^{DED}\}, \quad (3)$$

где  $A^{DED}$  – алгоритмический оператор функционирования системы дедупликации, переводящий входные параметры модели – поток запросов  $\{q_i\}$  в выходные – множество времен обслуживания  $\{\Delta t_i^{DED}\}$ .

Время  $\Delta t_i^{RAID}$  обработки запроса в RAID называется время отклика (*Latency*) и зависит от следующих параметров, характеризующих RAID:  $Rl = \{RAID-5, RAID-6, RAID-10\}$  – уровень RAID;  $o_i \in \{r, w\}$  – тип запроса ( $r$  – чтение,  $w$  – запись);  $n \in \mathbb{N}$  – число дисков в RAID (в данном случае эквивалентно числу дисков СХД);  $V \in \mathbb{N}$  – объем диска (одинаков для всех дисков массива), байт;  $B \in \mathbb{N}$  – размер блока чтения/записи, байт;  $I^r \in \mathbb{Z}$ ,  $I^w \in \mathbb{Z}$  – средняя IOPS чтения и средняя IOPS записи типового диска RAID соответственно.

Выбор указанных трех уровней RAID  $\{RAID-5, RAID-6, RAID-10\}$  обуславливается хорошим сочетанием их показателей надежности, эффективности и производительности, по сравнению с другими известными уровнями RAID [6].

Из-за особенностей SSD-накопителей производительность системы в режимах чтения и записи моделируется отдельно. Средняя IOPS чтения и записи RAID-массива зависит от его уровня  $Rl$  и вычисляется с учетом значения соответствующего штрафа  $Rp$  за кратность записи это уровня [7]:

$$I_{Rl}^r = I^r n, \quad I_{Rl}^w = I^w \frac{n}{Rp}, \quad (4)$$

где  $Rp(Rl = 5) = 4$ ;  $Rp(Rl = 6) = 6$ ;  $Rp(Rl = 10) = 2$ .

В общем случае, с учетом полученных выражений для средних IOPS (4), оценка среднего времени записи в RAID-массив имеет вид

$$\Delta t_i^{RAID} = \begin{cases} \frac{k_{RD}^r(qd, nj, ch, tr)}{I_{RI}^r} | (o_i = r) \\ \frac{k_{RD}^w(qd, nj, ch, tr)}{I_{RI}^w} | (o_i = w) \end{cases}, \quad (5)$$

где  $k_{RD}^r(qd, nj, ch, tr)$  и  $k_{RD}^w(qd, nj, ch, tr)$  – функциональные зависимости, оцениваемые по результатам натурального эксперимента.

В оценку времени обработки запроса в RAID  $\Delta t_i^{RAID}$  косвенно уже включено время записи на диск  $\Delta t_i^{DISK}$ , поэтому исключаем этот фактор как слагаемое из модели времени отклика (3)

$$\Delta t_i^{DISK} = 0. \quad (6)$$

Итоговая модель основного показателя производительности СХД – скорости передачи данных – с учетом выражений (1–6) запишется в виде

$$\begin{cases} v^r = \frac{\sum_i s_i | (o_i = r)}{\sum_i (\Delta t_i^{NS} + \Delta t_i^{DED} + \Delta t_i^{RAID})} \\ v^w = \frac{\sum_i s_i | (o_i = w)}{\sum_i (\Delta t_i^{NS} + \Delta t_i^{DED} + \Delta t_i^{RAID})} \end{cases}, \quad (7)$$

## 2. Математическая модель надежности СХД

Модели оценки надежности СХД основываются на вычислении таких показателей надежности, как  $T_F$  – среднее время наработки на отказ **MTTF** (Mean Time To Failures),  $K_A$  – коэффициент готовности **AR** (Availability Rate);  $T_R$  – среднее время восстановления **MTTR** (Mean Time To Recovery), средний ресурс  $T_{ML}$  (Mean Life), вероятность безотказной работы  $R(t)$  (Reliability Function) (ГОСТ 27.002-89 Надежность в технике).

Методы и модели оценки надежности программного и аппаратного обеспечения систем хорошо известны специалистам по системам хранения данных, поскольку надежность хранилища является зачастую одним из самых основных требований, выдвигаемых пользователями СХД.

Так, например, работы [8–9] посвящены оценке надежности программного обеспечения на основе выделения функциональных блоков, и методам ее повышения, использующим временную и программную избыточность.

Оценка безотказности уровней массивов **{RAID-5, RAID-6, RAID-10}** проводилась в работе [6] наряду с другими показателями эффективности. В качестве показателя безотказности использовалась вероятность безотказной работы (ВБР), которая связана с вероятностью отказа  **$PF(t)$**  (Probability of Failure) соотношением  **$PF(t) + R(t) = 1, t > 0$** .

В свою очередь, вероятность отказа  **$PF(t)$**  связана со средним временем наработки на отказ  **$MTTF$**  соотношением

$$PF(t) = 1 - e^{-\frac{t}{MTTF}}, \quad t > 0. \quad (8)$$

В статье [6] вероятность безотказной работы (ВБР) рассчитывается в соответствии с формулой Бернулли на основе показателя максимально допустимого числа вышедших из строя дисков, при котором массив продолжает работу.

В отличие от подхода [6] в статье [10] для RAID-массивов уровней RAID-5 и RAID-6 дается оценка такого параметра надежности, как среднее время до потери данных  **$MTTDL$**  (Mean Time To Data Loss).

Математическая модель надежности современных распределенных отказоустойчивых системах хранения данных представлена в работе [11], где

---

не были учтены особенности SSD накопителей, в частности, ограничение ресурса по записи вследствие износа.

Накопители SSD имеют увеличивающуюся скорость поступления ошибок, поскольку они изнашиваются с большим количеством операций стирания, и поэтому моделировать поступление ошибок как пуассоновский процесс с постоянной скоростью [12–13] является недостаточным.

В работе [14] предлагается «первая» аналитическая модель на основе неоднородной непрерывной модели цепи Маркова (СТМС model) для количественной оценки динамики надежности RAID-массивов на SSD, что представляет собой более верный подход к оценке отказов, чем (8). Изучается проблема изнашивания SSD накопителей от битовых ошибок, частота которых зависит от времени и увеличивается по мере износа SSD.

Перспективные базовые модели надежности массивов RAID-0, RAID-5 и RAID-6 впервые были описаны в работе [15], а в работе [16] этих же авторов были представлены модели надежности для массивов RAID-10 и RAID-01. Указанные математические модели представляют собой системы уравнений Колмогорова-Чепмена для расчета стационарных вероятностей, описывающих переходы между состояниями в дискретной марковской цепи.

Данные модели [15–16] предлагается дополнить с целью учета специфики SSD накопителей и использовать для расчета показателей надежности исследуемой СХД. Доработка моделей будет осуществляться в отношении износа, который вырабатывает ресурс и снижает вероятность безотказной работы. Будет рассматриваться модель с последовательной регенерацией информации на замененных дисках, так же, как и в работе [14].

Входными параметрами моделей надежности являются группа параметров, характеризующая RAID, и следующие показатели надежности:

$\lambda$  – интенсивность отказов дисков в RAID-массиве (одинакова для всех дисков);  $\mu$  – интенсивность регенерации данных для диска в RAID-массиве;  $\varepsilon$  – интенсивность ошибок чтения диска  $URE$  в RAID-массиве;  $\sigma$  – интенсивность ошибок программного RAID;  $\gamma$  – интенсивность полного восстановления системы из аварийного состояния;

Выходными параметрами моделей являются:

$T_F$  – среднее время наработки на отказ  $MTTF$ ;  $K_A$  – коэффициент готовности  $AR$ ;  $T_R$  – среднее время восстановления  $MTTR$ .

Массив RAID-5 обладает однодискковой отказоустойчивостью и собирается из  $n \geq 3$  дисков. Исправное состояние системы – «0». При внезапном отказе одного из дисков система переходит в состояние «1» – «отказавший» (Degraded); далее происходит замена и запускается процесс регенерации данных на замененном диске; далее возможен сценарий, когда, до завершения регенерации и возврата обратно в состояние «0», возможен отказ еще одного из дисков системы и переход в аварийное состояние «2». После этого требуется полное восстановление массива с переносом данных из резервной копии.

Математическая модель расчета показателей надежности для RAID-5 приведена ниже [15]

$$\begin{cases} M_5 = \mu + (2n - 1)\lambda + (n - 1)\varepsilon + \sigma; \\ D_5 = \mu\sigma + (n\lambda + \sigma)((\lambda + \varepsilon)(n - 1) + \sigma); \\ K_{A5} = \frac{\gamma M_5}{\gamma M_5 + D_5}; T_{F5} = \frac{M_5}{D_5}; T_{R5} = \frac{1}{\gamma}. \end{cases} \quad (9)$$

Массив RAID-6 обладает двухдискковой отказоустойчивостью и собирается из  $n \geq 4$  дисков. При отказе одного или двух дисков система

сохраняет работоспособность, при отказе трех дисков или ошибке управляющего ПО система переходит в аварийное состояние. После этого требуется полное восстановление массива из резервной копии.

Математическая модель расчета показателей надежности для RAID-6 имеет вид [15]

$$\left\{ \begin{array}{l} M_6 = \mu(\mu + n\lambda + \sigma) + (\mu + (2n - 1)\lambda + (n - 1)\varepsilon + \sigma) \times \\ \quad \times ((n - 2)(\lambda + \varepsilon) + \sigma) + n(n - 1)\lambda(\lambda + \varepsilon); \\ D_6 = \mu(\mu\sigma + (n\lambda + \sigma)\sigma) + \\ \quad + (\mu\sigma + (n\lambda + \sigma)((n - 1)(\lambda + \varepsilon) + \sigma)) \times \\ \quad \times ((n - 2)(\lambda + \varepsilon) + \sigma); \\ K_{A6} = \frac{\gamma M_6}{\gamma M_6 + D_6}; T_{F6} = \frac{M_6}{D_6}; T_{R6} = \frac{1}{\gamma}. \end{array} \right. \quad (10)$$

Для модели RAID-10 с числом дисков  $2n$  максимальное число состояний, в которых может побывать система в процессе отказов, ограничивается  $n$ . Примем допущение, что, в процессе натурных испытаний, количество дисков для каждого уровня RAID-массива будет ограничено минимальным возможным числом. Таким образом, для RAID-5 это будет  $n - 3$ , для RAID-6 –  $n - 4$  и для RAID-10 также  $2n - 4$ .

Математическая модель RAID-10 с четырьмя дисками ( $2n = 4$ ), минимально может обеспечить однодисковую отказоустойчивость, а максимально – двухдисковую.

Ниже приводится математическая модель расчета показателей надежности для RAID-10, разработанная в [16].

Математическая модель записывается в виде поэтапных систем выражений для каждого из состояний RAID-10: «0» – исправное, «1», «2» – Degraded и «3» – аварийное.

Переход из состояния «0» в состояние «1»:

$$\begin{cases} U^{(1)} = 2n\lambda; & V^{(1)} = 1; & M^{(1)} = 1; \\ W^{(1)} = \sigma; & D^{(1)} = 2n\lambda + \sigma. \end{cases} \quad (11)$$

Переход в состояние «2» с учетом (11):

$$\begin{cases} U^{(2)} = 4n\lambda^2(n-1); \\ V^{(2)} = \lambda(2n+1) + \sigma + \varepsilon + \mu; \\ M^{(2)} = 2\lambda(2n-1) + \sigma + \lambda + \varepsilon + \mu; \\ W^{(2)} = (\sigma + \lambda + \varepsilon)(2n + \sigma) + \mu\sigma; \\ D^{(2)} = (2n\lambda + \sigma)(2\lambda(n-1) + \sigma + \lambda + \varepsilon) + \mu\sigma. \end{cases} \quad (12)$$

Переход в состояние «3» с учетом (12):

$$\begin{cases} U^{(3)} = 2(n-2)\lambda U^{(2)}; \\ V^{(3)} = (\sigma + 2(\lambda + \varepsilon))M^{(2)} + 2\mu V^{(2)} + U^{(2)}; \\ M^{(3)} = (2\lambda(n-2) + \sigma + 2(\lambda + \varepsilon))M^{(2)} + 2\mu V^{(2)} + U^{(2)}; \\ W^{(3)} = (\sigma + 2(\lambda + \varepsilon))D^{(2)} + 2\mu W^{(2)}; \\ D^{(3)} = (2\lambda(n-2) + \sigma + 2(\lambda + \varepsilon))D^{(2)} + 2\mu W^{(2)}. \end{cases} \quad (13)$$

На основе состояния «3» (13) определяются показатели надежности массива RAID-10:

$$K_{A10} = \frac{\gamma M^{(3)}}{\gamma M^{(3)} + D^{(3)}}; \quad T_{F10} = \frac{M^{(3)}}{D^{(3)}}; \quad T_{R10} = \frac{1}{\gamma}. \quad (14)$$

Итоговая математическая модель зависимости выходных показателей надёжности от уровня RAID-массива (9–10), (13–14) записывается в виде

$$\begin{cases} K_A = K_{A5}; & T_F = T_{F5}; & T_R = T_{R5} & | & Rl = \text{RAID-5}; \\ K_A = K_{A6}; & T_F = T_{F6}; & T_R = T_{R6} & | & Rl = \text{RAID-6}; \\ K_A = K_{A10}; & T_F = T_{F10}; & T_R = T_{R10} & | & Rl = \text{RAID-10}. \end{cases} \quad (15)$$

Долговечность (ресурс) каждого диска зависит от такого конструктивного параметра SSD, как общий ресурс записи  $TBW_{DISK}$ , [байт] (Total Bytes Written) и от средней интенсивности потока записи/перезаписи данных. В качестве основного показателя долговечности для СХД рассматривается средний ресурс  $T_{ML}$ , [час] (Mean Life). Для СХД на основе

RAID-массива из SSD дисков средний ресурс может быть оценен через время выработки полного ресурса  $T_{DSS}^W$ , [час] СХД до предельного состояния вследствие износа.

Постепенный износ RAID-массива из SSD дисков осуществляется в процессе операций записи, что ведет к усиленному потоку отказов по мере увеличения выработки ресурса твердотельного накопителя [14].

Для учета этого автором предлагается к интенсивности внезапных отказов диска  $\lambda_S$  прибавить интенсивность постепенных отказов вследствие ошибок чтения/записи  $\lambda_W$ , возникающей в результате износа SSD диска.

Данный подход согласуется с подходом [10], в котором выделяется два типа отказов дисков: первый – функциональный (явный) отказ, и второй – скрытая ошибка. Функциональный отказ обнаруживается на аппаратном уровне, а скрытые ошибки явно не проявляются. Величина функциональных отказов определяет надежность диска как устройства и выражается через показатель среднее время наработки на отказ  $MTTF$ . Фактическим параметром, характеризующим скрытые ошибки данных, является  $URE$  (Unrecoverable Read Errors). В итоге, для определения среднего времени до потери данных предлагается сложить обе интенсивности, отвечающие за различные типы независимых отказов.

Таким образом, в полученные выше уравнения (9–13), параметр интенсивности отказов  $\lambda$  представляется в виде суммы интенсивностей

$$\lambda = \lambda_S + \lambda_W, \quad (16)$$

каждая из которых оценивается исходя из своей природы.

Параметр  $\lambda_W$  будет зависеть от скорости выработки ресурса как диска, так и всей СХД в целом.

Пусть  $TBW_{DISK}$  – ресурс каждого из дисков RAID-массива, который является специализированным конструктивным параметром твердотельного накопителя, устанавливаемым при изготовлении производителем. Данный ресурс вырабатывается в процессе износа вследствие записи/перезаписи информации в СХД. При этом данные записываются на диски системы, относящиеся к полезному или эффективному объему RAID-массива. Эффективно используемое число дисков [6]  $E(n)$  определяется уровнем RAID-массива  $Rl$  и количеством дисков  $n$  (Таблица 1).

Таблица 1. Эффективно используемое число дисков RAID-массива

$Rl$	$E(n)$	$E = E(n)   n$
5	$n - 1$	3
6	$n - 1$	2
10	$n/2$	2

Полезная емкость RAID-массива или СХД, в этом случае, равна

$$V_{DSS} = E \cdot V. \quad (17)$$

Аналогичным образом определяется число байт, определяющее полный ресурс записи в СХД:

$$TBW_{DSS} = E \cdot TBW_{DISK}.$$

Пусть  $\alpha = 0.1$  – коэффициент запаса устойчивости по ресурсу записи.

Тогда полный ресурс записи с учетом запаса  $\alpha$  будет равен

$$ERW_{DSS} = TBW_{DSS}(1 - \alpha). \quad (18)$$

Показателем текущего использования СХД является такой показатель, как израсходованный ресурс  $RC_i^W$

$$RC_i^w = \sum_{k=1}^i s_k | (o_k = w). \quad (19)$$

Показатель  $RC_i^w$  из (19) целесообразно использовать для контроля выработки полного ресурса СХД из (18), наступающего вследствие износа SSD-дисков в RAID-массиве, к моменту времени  $t_i$ :

$$RC_i^w < ERW_{DSS}. \quad (20)$$

Показатель (19) характеризует долговечность работы СХД. Выполнение условия (20) свидетельствует о наличии остаточного ресурса записи; при приближении значения  $RC_i^w$  к  $ERW_{DSS}$  следует принять меры по плановой замене твердотельных накопителей.

Показатель израсходованного ресурса  $RC_i^w$  отражает суммарный объем данных, записанных на SSD с начала эксперимента. При делении его на время, прошедшее с начала эксперимента, получается показатель  $Iv_i^w$  текущей интенсивности потока записи/перезаписи данных:

$$Iv_i^w = \frac{\sum_{k=1}^i s_k | (o_k = w)}{t_i - t_0}. \quad (21)$$

Показатель средней интенсивности потока записи/перезаписи данных  $Mv^w$  рассчитывается путем осреднения показателя (21) по времени:

$$Mv^w = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I Iv_i^w. \quad (22)$$

Выражения (18) и (22) позволяют получить приблизительную временную оценку выработки полного ресурса  $T_{DSS}^w$  до достижения предельного состояния из-за износа вследствие операций записи/перезаписи:

$$T_{DSS}^{TW} = \frac{ERW_{DSS}}{3600 \cdot M_T^{TW}} \quad (23)$$

Выражение (23) дает оценку полного ресурса во временном измерении, что будет необходимо для оценки входных параметров надежности системы.

Одним из важных показателей надежности является вероятность безотказной работы в период эксплуатации  $R_t^{DSS}$  – вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не наступает (ГОСТ 27.002-89). Отсюда следует, что определение периода эксплуатации СХД  $T_E$ , в течение которого ВБР не будет менее заданного значения, является важным показателем надежности.

Пользователем СХД, в процессе формулирования требований к показателям качества функционирования СХД, определяется, в том числе, критическое значение вероятности безотказной работы  $R_{CR}^{SF}$ , значение меньше которого ВБР  $R_t^{DSS}$  не должна принимать на протяжении времени функционирования RAID-массива  $T_{DSS}^R$ .

Значение времени функционирования  $T_{DSS}^R$  оценивается, исходя из величины критического значения ВБР  $R_{CR}^{SF}$  и среднего времени наработки на отказ  $T_F$ , и определяется из равенства:

$$R_t^{DSS} = P(T_{DSS}^R < t_i < \infty) = e^{-\frac{1}{T_F} \cdot T_{DSS}^R} - e^{-\frac{1}{T_F} \cdot \infty} = R_{CR}^{SF} \approx 1. \quad (24)$$

Из (24) следует, что время функционирования RAID-массива равно

$$T_{DSS}^R = -T_F \cdot \ln(R_{CR}^{SF}). \quad (25)$$

В итоге, значение величины периода эксплуатации  $T_E$  СХД определяется, как наименьшее из (25) и (23):

$$T_E = \min\{T_{DSS}^R, T_{DSS}^W\}. \quad (26)$$

### 3. Математическая модель стоимости хранения данных в СХД

Модель оценки стоимости хранения данных является одним из необходимых пунктов для постановки задачи проектирования СХД с заданными свойствами.

На основе данной модели можно будет оценивать такое свойство, как экономичность СХД, важное для потенциального пользователя системы.

Определим слагаемые, которые будут входить в  $C_i^{DSS}$  – общую стоимость хранения данных пользователя в СХД:  $C_i^{RES}$  – стоимость ресурсов,  $i = 1, \dots, I$ ;  $C_i^{H&S}$  – стоимость СХД,  $i = 1, \dots, I$ ;  $C_i^{SRV}$  – стоимость обслуживания СХД,  $i = 1, \dots, I$ ;

Стоимость ресурсов  $C_i^{RES}$  рассчитывается по формуле

$$C_i^{RES} = C^{INT} \cdot t_i + C^{ELC} \cdot t_i + C^{RNT} \cdot t_i \quad | \quad t_i \in [t_0, t_f], \quad (27)$$

где  $C^{INT}$  – плата за безлимитный Интернет, [руб/с];  $C^{ELC}$  – плата за электроэнергию, [руб/с];  $C^{RNT}$  – плата за аренду помещения, [руб/с].

Плата за электроэнергию  $C^{ELC}$  зависит от тарифа потребления  $C_h^{kW}$ , [руб/КВтч], и потребляемой мощности сервера, и отдельно дисков SSD, а также мощности установки климат-контроля :

$$C_i^{ELC} = \frac{C_h^{kW} \cdot t_i}{1000 \cdot 3600} (W^{CMP} + nW^{SSD} + W^{CLM}) \quad | \quad t_i \in [t_0, t_f], \quad (28)$$

где  $W^{CMP}$  – потребляемая мощность сервера, [Вт];  $W^{SSD}$  – потребляемая мощность одного SSD-диска, входящего в RAID-массив, [Вт];  $W^{CLM}$  – потребляемая мощность установки климат-контроля, [Вт].

Стоимость СХД  $C_i^{H\&S}$  включает в себя затраты на покупку аппаратных комплектующих  $C^{HRD}$ , [руб] и программного обеспечения  $C^{SFT}$ , [руб] с учетом затрат на регулярное обновление лицензионного ПО  $C^{LIC}$ , [руб/с], а также затратами  $C^{DES}$ , [руб] на проектирование СХД и разработку ПО:

$$C_i^{H\&S} = C^{HRD} + C^{SFT} + C^{DES} + C^{LIC} \cdot t_i \quad | \quad t_i \in [t_0, t_f]. \quad (29)$$

Стоимость обслуживания СХД оценивается выражением

$$C_i^{SRV} = C^{ADM} \cdot t_i \quad | \quad t_i \in [t_0, t_f], \quad (30)$$

где  $C^{ADM}$  – затраты на настройку и администрирование СХД, [руб/с].

В итоге, общая стоимость хранения  $C_i^{DSS}$ , [руб] данных в СХД, с учетом составляющих (27–30), описывается выражением

$$C_i^{DSS} = C_i^{RES} + C_i^{H\&S} + C_i^{SRV} \quad | \quad t_i \in [t_0, t_f]. \quad (31)$$

#### 4. Метод выбора оптимальной архитектуры СХД

Рассмотрим постановку задачи оптимального проектирования параметров скоростной СХД. Зададим множество ограничений на показатели функционирования, критические значения которых имеют индекс  $CR$ :

По емкости и производительности хранилища, с учетом (17) и (7):

$$V_{DSS} \geq V_{DSS}^{CR}; \quad v^r \geq v_{CR}^r, \quad v^w \geq v_{CR}^w. \quad (32)$$

По удельной стоимости хранения  $UC_{DSS}$ , с учетом (31):

$$UC_{DSS} = \frac{1}{V_{DSS} \cdot I} \sum_t \frac{\sum_{k=1}^I C_k^{DSS}}{t_i - t_0} \leq UC_{DSS}^{CR}. \quad (33)$$

По длительности хранения  $T_s$ , с учетом (26):

$$T_S^{CR} \leq T_S \leq T_E, \quad | \quad t_i \in [t_0, t_i], T_E < t_i. \quad (34)$$

По безотказности СХД, с учетом (24):

$$R_i^{DSS} = P(T_E < t_i < \infty) = e^{-\frac{1}{T_F} T_E} - e^{-\frac{1}{T_F} \infty} \geq R_{CR}^{DSS}. \quad (35)$$

По коэффициенту готовности и долговечности, с учетом (15) и (20):

$$K_A \geq K_A^{CR}; \quad RC_i^{IV} < ERW_{DSS}. \quad (36)$$

Ограничения (32)–(36) формируют множество  $G_{DSS}(v_m(\mu)) \geq 0$ , где  $\mu \in \Omega_\mu$  – вектор проектных параметров;  $\Omega_\mu$  – множество допустимых значений;  $v_m(\mu)$  – вектор модельных значений показателей функционирования.

Постановка задачи оптимизации, в данном примере, сводится к поиску такого вектора оптимальных значений проектных параметров  $\mu^*$ , который бы обеспечил максимум целевой функции  $F(v_d, v_m(\mu))$ :

$$\mu^* = \underset{\mu \in \Omega_\mu}{\operatorname{arg\,max}} \{ F(v_d, v_m(\mu)) \} \mid G_{DSS}(v_m(\mu)) \geq 0, \quad (37)$$

где  $v_d$  – вектор желаемых значений показателей функционирования.

Таким образом, выражение (37) показывает пример постановки задачи оптимального проектирования СХД с максимальной производительностью, при заданных областных и функциональных ограничениях.

### Заключение

Разработанный комплекс математических моделей может применяться для расчета показателей производительности, надежности и стоимости функционирования СХД.

Важным результатом является математическая постановка задачи оптимального проектирования системы хранения данных, позволяющая

подбирать архитектуру и параметры системы, оптимальные с точки зрения сочетания факторов надежности, скорости и стоимости хранения данных.

Полученный в данном виде комплекс математических моделей дает возможность применить к нему технологии имитационного моделирования систем массового обслуживания с целью проведения вычислительного эксперимента по определению оптимальных параметров системы.

*Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (соглашение № 14.580.21.0009, уникальный идентификатор RFMEFI58017X0009).*

### Литература

1. Переходим на SSD: как строили систему хранения данных в виртуализированной среде // "Хакер" – Безопасность, разработка, DevOps URL: [haker.ru/2016/11/02/ssd-migration](http://haker.ru/2016/11/02/ssd-migration).

2. Трофимова П.В. СХД для потоковых данных: проблемы и решения // Storage News. 2011. № 2 (46). С. 23–25.

3. Пономарев В.А., Питухин Е.А. Концептуальная модель функционирования системы хранения данных на основе твердотельных накопителей с технологией дедупликации // Инженерный вестник Дона, 2019, №5. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2019/5905](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2019/5905).

4. Каретник В.О. Статистический анализ информационных сетей // Вестник ТГЭУ. 2008. №4 (48) . С. 21–30.

5. William J. Reed et al., «The Double Pareto-Lognormal Distribution – A New Parametric Model for Size Distributions», Communications in Statistics: Theory and Methods 33(8), 1733–1753, 2004 p 18 et seq.

6. Атрощенко В.А., Тымчук А.И. К вопросу выбора наилучшего уровня RAID для хранилищ данных информационной системы, обеспечивающей быструю обработку больших данных // Современные наукоемкие технологии. 2017. № 4. С. 12–16.

7. Understanding RAID Penalty // Theithollow.com. URL: [theithollow.com/2012/03/21/understanding-raid-penalty](http://theithollow.com/2012/03/21/understanding-raid-penalty).
  8. Степович-Цветкова Г.С. Оценка надежности программного обеспечения посредством применения функционального подхода // Инженерный вестник Дона, 2015, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3206](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3206).
  9. Наумов А.А., Айдинян А.Р. Надежность программного обеспечения и методы ее повышения // Инженерный вестник Дона, 2018, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2018/4946](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2018/4946).
  10. Афонин И. Надёжность избыточных дисковых массивов // Современные технологии автоматизации. М.: №3. 2019. С. 94–103.
  11. Ivanichkina, L.V., Neporada A.P. The reliability model of a distributed data storage in case of explicit and latent disk faults. Journal of Engineering and Applied Sciences. 2015, Vol.10, №20, pp. 9713–9724.
  12. Muntz R. R. and Lui J. C. S. Performance Analysis of Disk Arrays under Failure. In Proc. of VLDB, Aug 1990. pp. 162-173.
  13. Schulze M., Gibson G., Katz R. and Patterson D. A. How reliable is a RAID? Digest of Papers. COMPCON Spring 89. Thirty-Fourth IEEE Computer Society International Conference: Intellectual Leverage, San Francisco, CA, USA, 1989, pp.118-123.
  14. Li, Yongkun & Lee, Patrick & Lui, John C.s. (2013). Stochastic Analysis on RAID Reliability for Solid-State Drives. Proceedings of the IEEE Symposium on Reliable Distributed Systems. 10.1109/SRDS.2013.16.
  15. Рахман П.А., Каяшев А.И., Шарипов М.И. Модель надежности отказоустойчивых систем хранения данных // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2015. Т. 19. № 1 (67). С. 155–166.
-

16. Рахман П.А., Муравьева Е.А. Марковские модели надежности каскадных дисковых массивов RAID-01 и RAID-10 // Вестник молодого ученого УГНТУ. 2015. № 1 (1). С. 52–60.

### References

1. Perekhodim na SSD: kak stroili sistemu hraneniya dannyh v virtualizirovannoy srede [Go to the SSD: how to build a storage system in a virtualized environment]. URL: [xakep.ru/2016/11/02/ssd-migration](http://xakep.ru/2016/11/02/ssd-migration).
2. Trofimova P.V. Storage News. 2011. № 2 (46). pp. 23–25.
3. Ponomarev V.A., Pitukhin E.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2019, №5. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2019/5905](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2019/5905).
4. Karetnik V.O. Vestnik TGJeU (Rus) [Bulletin TGJeU], 2008, №4 (48). pp. 21-30.
5. William J. Reed et al., «The Double Pareto-Lognormal Distribution — A New Parametric Model for Size Distributions», Communications in Statistics: Theory and Methods 33(8), 1733–1753, 2004 p.18 et seq.
6. Atroshhenko V.A., Tymchuk A.I. Sovremennye naukojomye tehnologii(Rus) [Modern high technologies]. 2017. № 4. pp. 12–16.
7. Understanding RAID Penalty. Theithollow.com URL: [theithollow.com/2012/03/21/understanding-raid-penalty](http://theithollow.com/2012/03/21/understanding-raid-penalty).
8. Stepovich-Tsvetkova G. S. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2015, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3206](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3206).
9. Naumov A.A., Aidinian A.R. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2018, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2018/4946](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2018/4946).
10. Afonin I. Sovremennye tehnologii avtomatizacii [Modern automation technology]. Moscow. №3. 2019. pp. 94–103.
11. Ivanichkina, L.V., Neporada A.P. Journal of Engineering and Applied Sciences. 2015, Vol.10, №20, pp. 9713–9724.



12. Muntz R. R. and Lui J. C. S. Performance Analysis of Disk Arrays under Failure. In Proc. of VLDB, Aug 1990. pp. 162–173.

13. Schulze M., Gibson G., Katz R. and Patterson D. A. How reliable is a RAID? Digest of Papers. COMPCON Spring 89. Thirty-Fourth IEEE Computer Society International Conference: Intellectual Leverage, San Francisco, CA, USA, 1989, pp.118–123.

14. Li, Yongkun & Lee, Patrick & Lui, John C.s. (2013). Proceedings of the IEEE Symposium on Reliable Distributed Systems. 10.1109/SRDS.2013.16.

15. Rahman P.A., Kajashv A.I., Sharipov M.I. Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviacionnogo tehnikeskogo universiteta. 2015. T. 19. № 1 (67). pp.155–166.

16. Rahman P.A., Murav'eva E.A. Vestnik mladogo uchenogo UGNTU. 2015. № 1 (1). pp. 52–60.