

## Компьютерная модель тепло - влагообмена в зерновом слое при СВЧ – конвективном воздействии

*А.Н. Васильев, Д.А. Будников, А.А. Васильев*

*Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ*

**Аннотация:** Микроволновое воздействие используют для сушки, предпосевной обработки и обеззараживания зерна. Во всех этих процессах очень важно контролировать изменение параметров зернового слоя. Использование датчиков для прямого измерения температуры и влажности зерна и воздуха затруднительно. Поле СВЧ вносит погрешности в измерения, поэтому рассматривается возможность косвенного контроля этих величин. Для косвенного измерения этих величин разработана компьютерная модель. Исходными для разработки модели послужили дифференциальные уравнения в частных производных, которые были представлены в операторном виде. Это позволило использовать для компьютерной модели программное обеспечение для анализа и синтеза систем управления. Simulink - модель тепло и – влагообмена в толстом слое зерна, при СВЧ – конвективном воздействии, создана с использованием элементарных динамических звеньев автоматики. Использование этой модели в системах управления процессами сушки и обработки зерна позволит повысить точность контроля и регулирования.

**Ключевые слова:** сушка зерна, слой зерна, влажность зерна, температура зерна, агент сушки, микроволновое воздействие, тепло и - влагообмен, моделирование.

При использовании СВЧ – конвективного воздействия на зерно важной проблемой является управление процессом. Сложность заключается в том, что затруднительно разместить датчики непосредственно в зоне действия микроволнового поля. При этом существует опасность разогрева датчиков от действия поля и внесения погрешностей в измерения. Поэтому рассматривается возможность косвенного измерения влажности и температуры семян, влажности и температуры воздуха. Для этих целей желательно использовать математическое описание процессов в зерновом слое, которое позволило бы выполнять расчёт параметров зерна и агента сушки при задании исходных данных о влажности зерна, его температуре. В исследованиях [1] показана возможность косвенного измерения параметров зерна при сушке. Необходимо также вносить данные о температуре и влагосодержании воздуха на входе в слой зерна и задавать расход воздуха (его скорость в плотном слое). Тогда будет достаточно выполнить измерение с заданной точностью одного

---

из параметров воздуха, или зерна. Далее можно будет сравнивать эти данные с результатами моделирования. При необходимости будет вноситься корректировка в результаты моделирования и изменяться алгоритм определения параметров воздуха и зернового слоя. Использование пакетов прикладных программ позволяет эффективно решать сформулированные задачи.

Процессы изменения температуры и влажности в зерновом слое при конвективной сушке с использованием СВЧ описывают известной системой уравнений [2-5], в которую входят дифференциальные уравнения в частных производных. Удельная мощность микроволнового поля, температура, влажность воздуха и зерна изменяются в процессе сушки. Поэтому приняли, что целесообразно использовать метод расчёта, при котором вычисления осуществляются последовательно, для каждого из слоёв зерна. Такой метод расчёта называют ступенчатым [6,7]. С этой целью плотный зерновой слой условно разделён на элементарные слои. За элементарный слой нами принят слой толщиной в одну зерновку.

Алгоритм расчёта процессов тепло и - влагообмена в плотном слое сводится к циклическому расчёту этих процессов в единичных – элементарных слоях. В этом случае для каждого элементарного слоя зерна может быть построена собственная компьютерная модель процессов тепло и – влагообмена. Соответственно число компьютерных моделей единичного слоя будет равно числу зерновок, размещающихся в слое конкретной толщины.

Решение дифференциальных уравнений в частных производных не всегда удобно использовать в компьютерных моделях. Поэтому они представлены в виде передаточных функций в соответствии с методикой, описанной в литературе [8]. В этом случае процессы, происходящие в зерновом слое, описываются с помощью передаточных функций типовых звеньев автоматики. Такой подход позволяет использовать для моделирования программное обес-

---

печение, используемое для анализа и синтеза автоматических систем управления.

Покажем на примере уравнения теплопроводности, как выполнялось преобразование для уравнений в частных производных. Единичная зерновка представлена в виде шара, с поверхности которого теплота отводится в окружающую среду с температурой  $T = \text{const}$ . В течение всего периода нагрева/охлаждения теплоотдача всех участков поверхности одинакова ( $\alpha = \text{const}$ ). Для получения уравнения изменения температуры зерна при СВЧ воздействии необходимо решить уравнение теплопроводности следующего вида:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{r'}{c_p \rho_s} \cdot \frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{Q_v}{c_p \rho_s}, \quad (1)$$

где  $r$  – приведённый радиус зерновки, м;  $\theta$  – температура зерна, °С;  $W$  – влажность зерна, %;  $\alpha$  – коэффициент характеризующий температуропроводность зерна, м<sup>2</sup>/с;  $\epsilon$  – коэффициент отражающий фазовое превращение жидкости в пар, о.е.;  $c_p$  – величина удельной теплоемкости зерна, кДж/кг°С;  $r'$  – величина удельной теплоты образования пара, кДж/кг;  $Q_v$  – мощность микроволнового поля в зерновке на единицу объёма, Вт/м<sup>3</sup>;  $\rho_s$  – значение плотности сухого вещества зерна, кг/м<sup>3</sup>;  $\tau$  – время, ч.

Начальные условия определяют температуру в центре и на поверхности зерновки в начале процесса сушки:  $\frac{\partial \theta}{\partial r_0} \Big|_{\tau=0} = \frac{\partial \theta}{\partial r_1} \Big|_{\tau=0} = \theta_0$ ,  $r_0 = 0$ ,  $r_1 = r$ . В

качестве граничных условий запишем: теплообмен в центре зерна -  $\frac{\partial \theta}{\partial r_0} = 0$ ,

на поверхности -  $\frac{\partial \theta}{\partial r_1} = -A_4 \cdot (\theta - T)$ ,

где  $A_4$  - коэффициент, зависящий от теплотехнических свойств воздуха, 1/м;  $T$  - температура воздуха, °С.

Решая уравнение (1) и подчиняя его начальным и граничным условиям, получим в критериальном виде следующее выражение [9]:

$$\theta_{om} = \sum_{n=1}^{\infty} A(\mu_n) U(\mu_n R) \exp(-\mu_n^2 Fo).$$

где  $R = r/r_1$  – безразмерный радиус;  $\theta_{om} = (\theta - T)/(\theta_0 - T)$  – безразмерная избыточная температура;  $\mu_n$  - корень характеристического уравнения  $\operatorname{tg} \mu = -\mu/(Bi - 1)$ , которое имеет бесчисленное множество корней;  $Fo$  - критерий Фурье,  $Fo = \frac{\alpha \tau}{a_{tp}^2}$ ,  $\theta_0$  - начальная температура зерна;  $Bi = \frac{\alpha_G d_{np}}{\lambda}$  - безразмерный комплекс, называемый критерием Био.

Безразмерные избыточные температуры в центре ( $R = 0$ ) и на поверхности ( $R = 1$ ) шара могут быть определены по формулам [9]:

$$\theta_{R=0} = N_1(Bi) \exp(-\mu_1^2 Fo);$$

$$\theta_{R=1} = P_1(Bi) \exp(-\mu_1^2 Fo).$$

Численные значения величин  $\mu_1, N_1$  и  $P_1$  в зависимости от числа  $Bi$  найдутся из таблицы 1 [9].

Таблица №1

Численные значения величин  $\mu_1, N_1$  и  $P_1$  для расчета охлаждения (нагревания) шара [9]

$Bi$	$\mu_1$	$N_1$	$P_1$	$Bi$	$\mu_1$	$N_1$	$P_1$
0,00	0,0000	1,000	1,000	1,00	1,5708	1,273	0,811
0,01	0,1730	1,003	0,998	1,20	1,6887	1,320	0,776
0,02	0,2445	1,006	0,996	1,40	1,7906	1,364	0,743
0,04	0,3450	1,012	0,992	1,60	1,8798	1,405	0,712

Продолжение Таблицы 1

0,06	0,4217	1,018	0,988	2,00	2,0288	1,479	0,654
0,10	0,5423	1,029	0,979	3,00	2,2889	1,623	0,534
0,15	0,6609	1,044	0,970	4,00	2,4557	1,720	0,444
0,20	0,7593	1,059	0,960	5,00	2,5704	1,787	0,376
0,30	0,9208	1,091	0,943	10,00	2,8363	1,925	0,204
0,40	1,0528	1,116	0,921	21,0	2,9930	1,980	0,0979
0,50	1,1656	1,144	0,902	51,0	3,0801	1,996	0,0398
0,60	1,2644	1,171	0,883	81,0	3,1028	1,998	0,0250
0,80	1,4320	1,224	0,846	101,0	3,1105	1,999	0,0200

Коэффициент теплообмена  $\alpha_q$  можно определить, используя зависимость для критерия Рейнольдса  $Re = \frac{V d_{np}}{\nu}$ ,

где  $V$  – скорость агента сушки, м/с;  $d_{np}$  – определяющий размер частицы, м;  $\nu$  – кинематическая вязкость газа, м<sup>2</sup>/с.

С использованием критерия Нуссельта ( $Nu = \frac{\alpha_q d_{np}}{\lambda}$ ), а для плотного слоя зерна  $Nu = 0,075 Re$  [10,11] получим  $\alpha_q = 0,075 \frac{V \lambda}{\nu}$ .

$$\text{Для скорости воздуха } 0,7 \text{ м/с } Bi = \frac{\alpha_q d_{np}}{\lambda} = \frac{1,629 \cdot 10^{-8} \cdot 0,0049}{0,484} = 16,492.$$

$$Fo = \frac{\alpha \tau}{d_{np}^2}, Fo = \tau \frac{\alpha}{d_{np}^2} = \tau \frac{0,952 \cdot 10^{-7}}{2,401 \cdot 10^{-8}} = 0,004 \tau.$$

В результате получим зависимость изменения температуры зерновки от температуры воздуха:

$$\theta = (t_0 - T) \cdot 2,332 e^{-0,0242 \tau} + T.$$

Используя прикладное программное обеспечение для идентификации динамических систем [12] определили, что динамические свойства температуры единичной зерновки, при конвективном теплообмене, могут быть пред-

ставлены аperiodическим звеном первого порядка  $W_{\theta}(p) = \frac{1}{T_1 p + 1}$  [13], с постоянной времени  $T_1$ .

Слагаемое  $\frac{r^2}{c_2 v} \cdot \frac{\partial W}{\partial \tau}$  уравнения (1) представлено в операторном виде как:

$$A_5 W(p)p + A_5 W_0,$$

где  $A_5$  - коэффициент, зависящий от параметров зерна,  $W_0$  - начальная влажность зерна.

Слагаемое  $\frac{Q_v}{c_1 \rho_1}$  уравнения (1) представлено в операторном виде как:

$$\frac{1}{p} A_6 Q_v,$$

где  $A_6$  - коэффициент, зависящий от параметров зерна.

В результате проведенных преобразований получена система уравнений и передаточных функций, позволяющих выполнять расчет тепло – и влагообмена:

$$T(p) = T_0 \frac{1}{p} (1 + p e^{-p\tau_1} - e^{-p\tau_1}) - A_1 \theta(p)p + A_1 \theta_0 - A_2 W(p)p + A_2 W_0; \quad (2)$$

$$D(p) = D_0 \frac{1}{p} (1 + p e^{-p\tau_1} - e^{-p\tau_1}) - \frac{1}{A_3} W(p)p + \frac{1}{A_3} W_0; \quad (3)$$

$$\theta(p) = (\theta_0 - T(p)) \frac{1}{T_1 p + 1} + \theta_0 + A_5 W(p)p + A_5 W_0 + \frac{1}{p} A_6 Q_v; \quad (4)$$

$$W(p) = W_p \frac{K}{p + K}, \quad (5)$$

где  $A_1, A_2, A_3$  - коэффициенты, зависящие от параметров воздуха и зерна;  $\tau_1$  - время транспортного запаздывания в единичном зерновом слое для конкретной скорости агента сушки  $V$ , ч;  $W_p$  - влажность в состоянии равновесного процесса тепло и – влагообмена, %;  $K$  – коэффициент учитываю-

щий влияние параметров агента сушки и зерна на скорость сушки,  $1/\text{ч}$ ;  $D$  - содержание влаги в воздухе,  $\text{г}/\text{кг}$ .

Численное решение уравнений (2) - (5) может быть найдено с помощью системы компьютерного имитационного моделирования. Для компьютерного моделирования применён пакет прикладных программ *Simulink* [12]. Сначала была разработана компьютерная модель тепло и – влагообмена в элементарном слое зерна. Модель плотного слоя зерна состоит из последовательно соединённых моделей элементарных слоёв. В этом случае выходные параметры (температура и влажность) агента сушки на выходе одного зернового слоя являются входными для последующего зернового слоя. Кроме этого такой принцип построения позволяет управлять изменением скоростью агента сушки в любой точке зернового слоя.

*Simulink* – модель СВЧ – конвективной сушки зерна в плотном слое приведена на рис. 1.

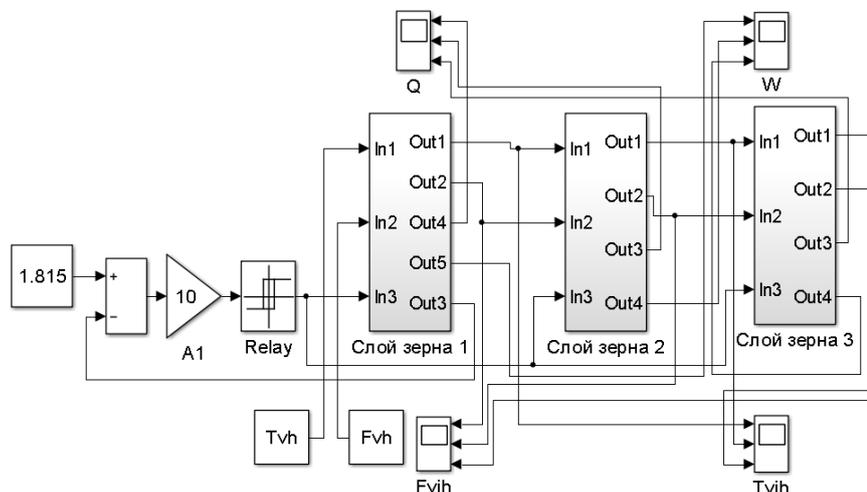
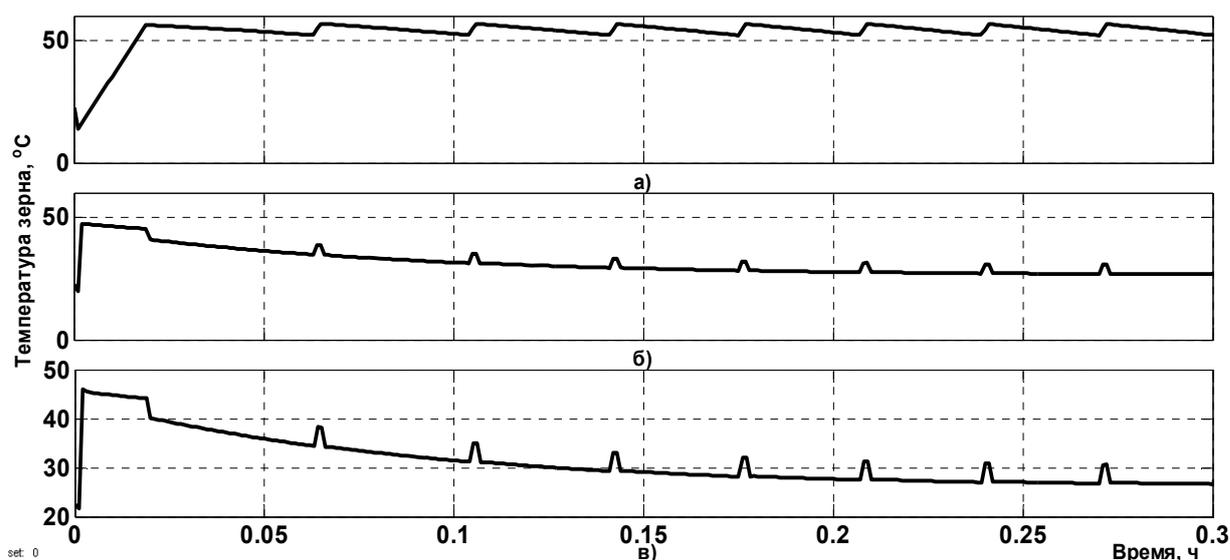


Рис. 1. - *Simulink* – модель тепло и - влагообмена в плотном слое зерна при СВЧ – конвективном воздействии

Зерновой слой представлен тремя блоками-слоями, в каждом из которых поле СВЧ имеет разную напряжённость, по аналогии с реальным зерновым слоем. Три слоя зерна выбраны только для примера. При необходимости их количество можно увеличивать. Всё зависит от необходимости точно мо-

делировать неравномерность распределения микроволнового поля в зерновом слое [14]. Агент сушки последовательно проходит через все слои. Его входные параметры задают при помощи блоков  $Tvh$  и  $Fvh$ . С помощью блоков  $W$  и  $Q$  контролируют величины температуры и влажности зерна внутри слоя. При необходимости эти данные могут быть получены для любой точки зернового слоя. С помощью блока  $Relay$  управляют включением/выключением магнетронов. Магнетроны отключают, когда температура зерна, в точке наибольшей мощности поля СВЧ, достигает  $55^{\circ}\text{C}$ . Моделирование включения/выключения магнетронов осуществляют при помощи блока двухпозиционного реле  $Relay$ . Контроль температуры зерна осуществляют в слое зерна 1, поскольку он расположен ближе к магнетрону. Поэтому в нём зерно быстрее, чем в других слоях, достигает температуры  $55^{\circ}\text{C}$ . При управлении работой магнетронов особенно важно контролировать температуру нагрева зерна, поскольку именно она определяет в дальнейшем его качество. Именно поэтому представлены результаты моделирования нагрева зерна. Результаты моделирования приведены на рис. 2



Удельная мощность излучения: а) – максимальная; б) – средняя;  
в) – минимальная

Рис. 2. – Результаты моделирования изменение температуры зерна

Результаты моделирования показывают, что наблюдаемая неравномерность нагрева зерна по глубине зоны соответствует существующим закономерностям. При моделировании принято, что температура воздуха подаваемого в зерновой слой составляет 25 °С. Исходная влажность зерна принята 20%. Мощности микроволнового поля хватает, чтобы разогреть близлежащие к магнетрону слои зерна. Затем магнетрон отключают. В первом слое температура зерна медленно уменьшается до 51 °С, после чего магнетрон опять включают.

Дальнейшие включения магнетрона кратковременны, поскольку приводят к быстрому нарастанию температуры в первом слое зерна. Во втором и третьем слоях зерна после повышения температуры при первом включении магнетрона происходит постепенное её уменьшение, так как дальнейшие подключения магнетрона кратковременны и не позволяют прогреть эти слои.

Используя данную компьютерную модель, манипулируя исходными данными для воздуха и зернового слоя можно находить наилучшие режимы работы СВЧ – конвективной зоны.

По результатам представленного материала можно сделать следующие выводы:

- Представление дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих процесс тепло и – влагообмена в зерновом слое в виде передаточных функций позволяет разрабатывать компьютерные модели с использованием типовых звеньев автоматики.

- Разработанная компьютерная модель позволяет производить расчёт изменения параметров зернового слоя в любой его точке при изменяющихся параметрах агента сушки и поля СВЧ.

- Использование данной компьютерной модели в системах управления процессами сушки и обработки зерна позволит косвенно контролировать па-



раметры зерна и воздуха в зерновом слое и повысить точность регулирования.

### Литература

1. Васильев А.Н., Северинов О.В. Контроль процесса активного вентилирования зерна // Инженерный вестник Дона, 2014, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2014/2551.

2. Максимов Г.А. Тепло и массообмен при нагреве влажных материалов в электрическом высокочастотном поле // Промышленное применение токов высокой частоты: сборник трудов. Ленинград: Машгиз, 1954. С. 242-248.

3. Васильев А.Н., Руденко Н.Б., Маркова С.В. Процессы сушки зерновых материалов с использованием ЭМП СВЧ // Вестник ФГОУ ВПО МГАУ им. В.П. Горячкина. Агроинженерия. 2011., №1 (46), С. 19-22.

4. Ahmad Kouchakzadeh and Sahameh Shafeei, 2010. Modeling of microwave-convective drying of pistachios. Energy Conversion and Management, Volume 51, Issue 10, October: pp. 2012-2015.

5. Mohamed Hemis, Ruplal Choudhary and Dennis G. Watson A., 2012. Coupled mathematical model for simultaneous microwave and convective drying of wheat seeds. Biosystems Engineering, Volume 112, Issue 3, July: pp. 202-209.

6. Методические рекомендации по математическому моделированию процесса сушки и охлаждения зерна в установках плотного слоя. М.: ВИЭСХ, 1977. 42 с.

7. Васильев А.Н., Будников Д.А., Васильев А.А. Моделирование процесса нагрева зерна в СВЧ - поле универсального электротехнического модуля при различных алгоритмах работы электрооборудования //Вестник аграрной науки Дона. №1(33), 2016. С. 12-17.

8. Васильев А.Н., Будников Д.А., Грачёва Н.Н., Северинов О.В. Совершенствование технологии сушки зерна в плотном слое с использованием

электротехнологий, АСУ и моделирования процесса. Москва: ФГБНУ ФНАЦ ВИМ, 2016. 176 с.

9. Карминский В.Д. Техническая термодинамика и теплопередача: Курс лекций. М: Маршрут, 2005. 224 с.

10. Гинзбург А.С. Основы теории и техники сушки пищевых продуктов. Москва: Пищевая промышленность, 1973. 530 с.

11. Птицын С.Ю. Значение температуры среды при сушке и увлажнение зерна//Труды ВИМ. М.: ВИМ, 1964, Т.34. С. 5-28.

12. Дьяконов В. П. Matlab 6.0/6.1/6.5/6.5 + SP1 + Simulink 4/5. Обработка сигналов и изображений. М.: Солон-Пресс, 2004. 592с.

13. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Нелинейные и оптимальные системы. СПб.: Питер, 2006. 272 с.

14. Будников Д.А. Исследование распределения напряженности СВЧ поля в зерновом слое// Инженерный вестник Дона, 2015, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3234.

### References

1. Vasil'ev A.N., Severinov O.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2014/2551.

2. Maksimov G.A. Teplo i massoobmen pri nagreve vlazhnyh materia-lov v jelektricheskom vysokochastotnom pole [Heat and mass transfer when heating wet materials in an electric high-frequency field]. Promyshlennoe primeneniye tokov vysokoj chastoty: sbornik trudov. Leningrad: Mashgiz, 1954. pp. 242-248.

3. Vasil'ev A.N., Rudenko N.B., Markova S.V. Vestnik FGOU VPO MGAU im. V.P. Gorjachkina. Agroinzheneriya. 2011, №1 (46), pp. 19-22.

4. Ahmad Kouchakzadeh and Sahameh Shafeei, 2010. Modeling of microwave-convective drying of pistachios. Energy Conversion and Management, Volume 51, Issue 10, October: pp. 2012-2015.

---

5. Mohamed Hemis, Ruplal Choudhary and Dennis G. Watson A., 2012. Coupled mathematical model for simultaneous microwave and convective drying of wheat seeds. *Biosystems Engineering*, Volume 112, Issue 3, July: pp. 202-209

6. Metodicheskie rekomendacii po matematicheskomu modelirovaniju processa sushki i ohlazhdenija zerna v ustanovkah plotnogo sloja [Methodical recommendations for mathematical modeling of the process of grain drying and cooling in installations of a dense layer]. M.: VIESH, 1977. 42 p.

7. Vasil'ev A.N., Budnikov D.A., Vasil'ev A.A. Vestnik agrarnoj nauki Dona. №1 (33), 2016. pp. 12-17.

8. Vasil'ev A.N., Budnikov D.A., Grachjova N.N., Severinov O.V. Sovershenstvovanie tehnologii sushki zerna v plotnom sloe s ispol'zovaniem jelektrotehnologij, ASU i modelirovanija processa [Improvement of the technology of grain drying in a dense layer with the use of electrotechnologies, automated control systems and process modeling]. Moskva: FGBNU FNAC VIM, 2016. 176 p.

9. Karminskij V.D. Tehnicheskaja termodinamika i teploperedacha: Kurs lekcij [Technical Thermodynamics and Heat Transfer: A Course of Lectures]. M: Marshrut, 2005. 224 p.

10. Ginzburg A.S. Osnovy teorii i tehniki sushki pishhevyyh produktov [The fundamentals of the theory and technology of food drying]. Moskva: Pishhevaja promyshlennost', 1973. 530 p.

11. Pticyн S.Ju. Znachenie temperatury sredy pri sushke i uvlazhnenie zerna [The temperature of the medium during drying and the moistening of the grain]. Trudy VIM. M.: VIM, 1964, T.34. pp. 5-28.

12. D'jakonov V. P. Matlab 6.0/6.1/6.5/6.5 + SP1 + Simulink 4/5. Obrabotka signalov i izobrazhenij [Signal and image processing]. M.: Solon-Press, 2004. 592p.



13. Miroshnik I.V. Teorija avtomaticheskogo upravlenija. Nelinej-nye i optimal'nye sistemy [Theory of automatic control. Nonlinear and optimal systems.]. SPb.: Piter, 2006. 272 p.

14. Budnikov D.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2015, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3234](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3234).