Дискретные модели конкурсного распределения ресурсов с учётом оппортунистического поведения участников

К.В. Козлов

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: В настоящей работе представлена и исследована дискретная модель конкурсного распределения ресурсов с учётом оппортунистического поведения участников конкурса (активных агентов). Для исследования нами использовался метод качественно репрезентативных сценариев имитационного моделирования. Численно найдено равновесие по Нэшу и исследована зависимость поведения участников игры от параметров модели.

Ключевые слова: коррупция, конкурсное распределение ресурсов, имитационное моделирование, качественно репрезентативные сценарии.

Введение

Процесс распределения ресурсов на основании определенных критериев среди множества участников называется конкурсным распределением ресурсов. Распределяться может как весь ресурс одному победителю, так и его части нескольким победителям. Выбор же победителя может осуществляться на основании показателей эффективности использования ресурса агентом, его производительности или полезности. Опыт показывает, что основанием для победы в конкурсе также может служить и величина «отката» центру, распределяющему ресурс. В таких случаях коррупция организаторов и участников конкурса является стратегическим поведением. Участники конкурса могут повлиять на свою долю от общего ресурса или на вероятность выиграть в конкурсе, получив весь ресурс, предоставляя «откаты» центру, компенсируя тем самым свою невысокую производительность или эффективность. Поэтому изучение моделей коррупционного распределения ресурсов представляется актуальным.

Исследованиям математических моделей коррупции посвящено достаточно много статей. Первой статьей по математическому моделированию является статья С. Роуз-Аккерман [1]. Динамические теоретико-игровые постановки задачи распределения ресурсов приведены в [2]. Различные примеры динамических моделей борьбы с коррупцией можно найти в [3-5]. Методы решения динамических задач приведены в [6]. В основном в задачах математического моделирования методов борьбы с коррупцией используется аппарат статических игр в нормальной форме или многошаговых игр [7, 8].

В настоящей работе представлены результаты исследования дискретной модели конкурсного распределения ресурсов с использованием метода качественно репрезентативных сценариев имитационного моделирования (КРС ИМ) [9]. Идентификация некоторых коэффициентов модели произведена по данным «Transparency International» [10].

Работа организована следующим образом: в первом разделе даются описания моделей дискретного распределения ресурсов. Во втором разделе описан алгоритм, использованный для расчетов равновесия Нэша и оптимальных стратегий, и результаты работы компьютерной программы, написанной на основе этого алгоритма. Рассматриваются несколько примеров с разными коэффициентами модели для выявления закономерностей. Проведен анализ полученных результатов.

Модель с единственным победителем

Модель имеет вид:

$$J_i = \sum_{t=1}^{T} e^{-\rho t}\left[\left(1-\delta_i\right) p_i r_i + \delta_i c x^t\right] \to max \tag{1}$$

$$0 \le b_i \le 1, \quad i = 1,\dots,n; \tag{2}$$

$$x^{t+1} = \left(1-\mu\right) x^t + \delta_i a_i \sqrt{r_i + \left(1-b_i\right) R},\ x^0 = x_0; \tag{3}$$

$$\delta_i = \begin{cases} 1,\ b_i = \max\limits_{1\le j\le n} b_j, \\ \quad 0,\ иначе. \end{cases} \tag{4}$$

Ресурс в объёме R получает участник конкурса, предложивший максимальный "откат" b_i. Считается, что $\exists j\ b_j > 0$. Если точек максимума несколько, то победитель выбирается исходя из его производственных мощностей, т.е. $i_{max} : a_i = \max\limits_{1\le j\le n} a_j$. Он реализует траекторию

$$x^{(i)}\left(t\right) = \frac{1}{\left(1-\mu\right)}\left[a_i\sqrt{\left(r_i + \left(1-b_i\right)R\right.} - \left(a_i\sqrt{\left(r_i + \left(1-b_i\right)R\right.} - \left(1-\mu\right)x_0\right)e^{-(1-\mu)t}\right]. \tag{5}$$

Свой заданный ресурс r_j не победившие в конкурсе участники инвестируют с процентной ставкой p_j. Здесь a_i - характеристика производственных возможностей i-го агента (участника конкурса); x^t - производимое в году tна основе полученного ресурса благо в денежном выражении; μ - коэффициент амортизации; c - доля победителя конкурса в произведённом благе.

Метод качественно репрезентативных сценариев для модели с единственным победителем

Для нахождения равновесия по Нэшу воспользуемся методом КРС ИМ. Опишем алгоритм нахождения равновесия Нэша для N агентов [6]:

1. Фиксируем начальные параметры модели $R, T, \mu, c, a_i, p_i, i = 1, \dots, N$.
2. Фиксируем управления агентов: $(b_1, b_2, \dots, b_N), b_i \in [0,1], i \in [1, N]$.
3. Вычисляем δ_i и определяем $r_i, i \in [1, N]$.
4. Находим $J_i\left(\{b_j\}_{j=1}^N\right)$ для каждого из агентов.
5. В задаче нахождения равновесия по Нэшу для каждого i-го агента проверяем, может ли он улучшить J_i, фиксируя управления $b_j, j \in N \setminus \{i\}$ и изменяя только свои управления b_i. Если никакой игрок не может улучшить J_i, то равновесие Нэша найдено, иначе - пропускаем сценарий.
6. Возвращаемся к шагу 2 и фиксируем другие управления агентов.

В итоге, перебрав все возможные сценарии, мы найдем равновесие Нэша или убедимся в его отсутствии.

Результаты расчетов

Пример 1. Зафиксируем $R = 1000$, $T = 2$, $\mu = 0.5$, $x_0 = 200$, $M = 200$, $a_1 = 0.5$, $a_2 = 0.45$, $a_3 = 0.4$, $p_1 = 0.15$, $p_2 = 0.14$, $p_3 = 0.13$, $r_1 = 300$, $r_2 = 250$, $r_3 = 200$, $\rho = 0.1$. В таблице 1 и далее $b_i^*, i = 1,2,3$ - оптимальные стратегии участников конкурса, а $J_i^*, i = 1,2,3$ – выигрыши участников конкурса при соответствующих оптимальных стратегиях b_i^*.

Таблица 1

Зависимость равновесия по Нэшу от доли победителя

№	c	b_1^*	b_2^*	b_3^*	J_1^*	J_2^*	J_3^*
1	0.1	0,1	0	0	25,57	63,451	47,135
2	0.2	0,9	0,9	1	81,579	63,451	48,124
3	0.3	0,9	1	1	81,579	72,752	47,135
4	0.4	1	1	1	97,801	63,451	47,135
5	0.5	1	1	1	122,251	63,451	47,135
6	0.6	1	1	1	146,702	63,451	47,135
7	0.7	1	1	1	171,152	63,451	47,135
8	0.8	1	1	1	195,602	63,451	47,135
9	0.9	1	1	1	220,052	63,451	47,135

Изменим теперь параметры модели и пересчитаем еще раз значения таблицы. Пусть теперь: $a_1 = 0.45,\ \ a_2 = 0.44,\ \ a_3 = 0.43,\ \ p_1 = 0.51,\ \ p_2 = 0.5,\ \ p_3 = 0.49,$ $r_1 = r_2 = r_3 = 250$. Остальные параметры без изменений.

Таблица 2

Зависимость равновесия по Нэшу от доли победителя

№	c	b_1^*	b_2^*	b_3^*	J_1^*	J_2^*	J_3^*
1	0.1	0,1	0	0	25,303	226,609	222,077
2	0.2	0,1	0	0	50,607	226,609	222,077
3	0.3	0,1	0	0	75,91	226,609	222,077
4	0.4	0,1	0	0	101,214	226,609	222,077
5	0.5	0,1	0	0	126,517	226,609	222,077
6	0.6	0,1	0	0	151,821	226,609	222,077
7	0.7	0,1	0	0	177,124	226,609	222,077
8	0.8	0,1	0	0	202,427	226,609	222,077
9	0.9	0,5	0,5	0,6	231,141	226,609	222,731

Из таблиц 1 и 2 можно заметить, что когда агентам не выгодно давать взятки и участвовать в конкурсе, то из-за условия того, что хотя бы один агент должен дать ненулевую взятку, её дает агент с наибольшей производительностью. Также можно заметить, что в зависимости от процентной ставки и доли победителя конкурса в произведенном благе меняется равновесие по Нэшу, есть верхняя граница отката, который делает выгодным участие агента в конкурсе. На примере девятой строчки таблицы 2 можно увидеть, что в этом случае третьему агенту выгоднее участвовать в конкурсе, даже несмотря на то, что его производительность наименьшая.

Пример 2. Рассмотрим теперь зависимость решения от величины x_0. Зафиксируем следующие параметры: $a_1 = 0.35$, $a_2 = 0.4$, $a_3 = 0.45$, $p_1 = 0.15$, $p_2 = 0.2$, $p_3 = 0.25$, $r_1 = 250$, $r_2 = 200$, $r_3 = 150$. Остальные параметры такие же, как и в предыдущих примерах.

Таблица 3

Зависимость решения (1)-(4) от x_0

№	x_0	b_1^*	b_2^*	b_3^*	J_1^*	J_2^*	J_3^*
1	175	0,1	0	0	65,846	72,515	67,983
2	176	0,1	0	0	66,196	72,515	67,983
3	177	0,1	0	0	66,546	72,515	67,983
4	178	0,1	0	0	66,896	72,515	67,983
5	179	0,2	0,2	0,2	67,983	72,515	68,022
6	180	0,3	0,3	0,3	67,983	72,515	68,081
7	181	0,4	0,4	0,4	67,983	72,515	68,122
8	182	0,5	0,5	0,5	67,983	72,515	68,142
9	183	0,6	0,6	0,6	67,983	72,515	68,136
10	184	0,7	0,7	0,7	67,983	72,515	68,095
11	185	0,8	0,8	0,8	67,983	72,515	68,008
12	186	0,8	0,8	0,8	67,983	72,515	68,358
13	187	0,9	0,9	0,9	67,983	72,515	68,202
14	188	0,9	0,9	0,9	67,983	72,515	68,552
15	189	1	1	1	67,983	72,515	68,28
16	190	1	1	1	67,983	72,515	68,63

В этом примере получилось подобрать x_0 так, чтобы запечатлеть картину роста величины взяток совместно с ростом x_0. С 5 по 14 строки видим линейную зависимость величины взятки от x_0. Как и в предыдущем примере, игрокам выгоднее пассивно инвестировать свои средства, нежели чем участвовать в конкурсе, до определенного значения x_0.

Пример 3. Рассмотрим зависимость решения игры от коэффициента амортизации. Возьмем параметры из примера 2 и поменяем лишь процентную ставку агентов: $p_1 = 0.2, p_2 = 0.25, p_3 = 0.3$.

Таблица 4

Зависимость решения от коэффициента амортизации μ

№	μ	b_1^*	b_2^*	b_3^*	J_1^*	J_2^*	J_3^*
1	0.1	0,1	0	0	55,767	90,644	81,579
2	0.2	0,1	0	0	59,716	90,644	81,579
3	0.3	0,1	0	0	64,125	90,644	81,579
4	0.4	0,1	0	0	69,059	90,644	81,579
5	0.5	0,1	0	0	74,595	90,644	81,579
6	0.6	0,2	0,2	0,2	90,644	90,644	81,643
7	0.7	1	1	1	90,644	90,644	85,08
8	0.8	1	1	1	90,644	90,644	92,846
9	0.9	1	1	1	90,644	90,644	101,652
10	1	1	1	1	90,644	90,644	111,948

Таблица 5

Зависимость решения от коэффициента амортизации μ

№	μ	b_1^*	b_2^*	b_3^*	J_1^*	J_2^*	J_3^*
1	0,1	0,1	0	0	55,767	72,515	67,983
2	0,2	0,1	0	0	59,716	72,515	67,983
3	0,3	0,1	0	0	64,125	72,515	67,983
4	0,4	0,7	0,7	0,7	67,983	72,515	68,206
5	0,5	1	1	1	67,983	72,515	72,13
6	0,6	1	1	1	67,983	72,515	78,214

Получили результаты, схожие с теми, что были получены в предыдущем примере. При определенном значении коэффициента μ игрокам становится выгодно принимать участие в конкурсе и увеличивать откаты. Уменьшив процентную ставку $p_1 = 0.15$, $p_2 = 0.2$, $p_3 = 0.25$, мы также уменьшим и минимальное значение μ, при котором игрокам выгодно участие в конкурсе, как показано в таблице 5.

Пример 4. Посмотрим, как зависит решение игры (1) – (4) от величины процентной ставки игроков. Для этого зафиксируем параметры: $R = 1000$, $T = 2$, $\mu = 0.5$, $x_0 = 200$, $M = 200$, $a_1 = 0.35$, $a_2 = 0.4$, $a_3 = 0.45$, $r_1 = 250$, $r_2 = 200$, $r_3 = 150$, $\rho = 0.1$, $c = 0.15$.

Таблица 6

Зависимость равновесия по Нэшу от процентной ставки p_i

№	p_1	p_2	p_3	b_1^*	b_2^*	b_3^*	J_1^*	J_2^*	J_3^*
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,1	0,1	0,1	1	1	1	45,322	36,257	36,065
2	0,1	0,1	0,2	0,9	0,9	0,8	45,322	36,34	54,386
3	0,1	0,1	0,3	0,9	0,9	0,8	45,322	36,34	81,579
4	0,1	0,2	0,1	1	1	1	45,322	72,515	36,065
5	0,1	0,2	0,2	0,1	0	0	37,298	72,515	54,386
6	0,1	0,2	0,3	0,1	0	0	37,298	72,515	81,579
7	0,1	0,3	0,1	1	1	1	45,322	108,772	36,065
8	0,1	0,3	0,2	0,1	0	0	37,298	108,772	54,386
9	0,1	0,3	0,3	0,1	0	0	37,298	108,772	81,579
10	0,2	0,1	0,1	1	1	1	90,644	36,257	36,065
11	0,2	0,1	0,2	0,9	0,9	0,8	90,644	36,34	54,386
12	0,2	0,1	0,3	0,9	0,9	0,8	90,644	36,34	81,579
13	0,2	0,2	0,1	1	1	1	90,644	72,515	36,065
14	0,2	0,2	0,2	0,1	0	0	37,298	72,515	54,386
15	0,2	0,2	0,3	0,1	0	0	37,298	72,515	81,579
16	0,2	0,3	0,1	1	1	1	90,644	108,772	36,065
17	0,2	0,3	0,2	0,1	0	0	37,298	108,772	54,386
18	0,2	0,3	0,3	0,1	0	0	37,298	108,772	81,579
№	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	0,3	0,1	0,1	1	1	1	135,966	36,257	36,065
20	0,3	0,1	0,2	0,9	0,9	0,8	135,966	36,34	54,386
21	0,3	0,1	0,3	0,9	0,9	0,8	135,966	36,34	81,579
22	0,3	0,2	0,1	1	1	1	135,966	72,515	36,065
23	0,3	0,2	0,2	0,1	0	0	37,298	72,515	54,386
24	0,3	0,2	0,3	0,1	0	0	37,298	72,515	81,579
25	0,3	0,3	0,1	1	1	1	135,966	108,772	36,065
26	0,3	0,3	0,2	0,1	0	0	37,298	108,772	54,386
27	0,3	0,3	0,3	0,1	0	0	37,298	108,772	81,579

Из таблицы 6 можно увидеть, что равновесие по Нэшу достаточно сильно зависит от процентной ставки. При равных взятках побеждает агент с наибольшим a_i, а значит, ему выгодно давать максимальную взятку, когда его процентная ставка минимальна и при победе в конкурсе он получает больше, чем при пассивном инвестировании.

Пример 5. Возьмем параметры из примера 2 и изучим зависимость решения от собственных заданных ресурсов агентов r_i.

Таблица 7

Зависимость равновесия по Нэшу от заданного ресурса r_i

№	r_1	r_2	r_3	b_1^*	b_2^*	b_3^*	J_1^*	J_2^*	J_3^*
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	125	125	125	1	1	0,9	33,991	47,818	56,652
2	125	125	175	1	1	0,9	33,991	47,818	79,313
3	125	125	225	1	1	0,9	33,991	47,818	101,974
4	125	175	125	1	0,9	0,9	47,673	63,451	56,652
5	125	175	175	1	0,9	0,9	47,673	63,451	79,313
6	125	175	225	1	0,9	0,9	47,673	63,451	101,974
7	125	225	125	1	0,9	0,9	47,673	81,579	56,652
8	125	225	175	1	0,9	0,9	47,673	81,579	79,313
9	125	225	225	1	0,9	0,9	47,673	81,579	101,974
10	175	125	125	1	1	0,9	47,588	47,818	56,652
11	175	125	175	1	1	0,9	47,588	47,818	79,313
12	175	125	225	1	1	0,9	47,588	47,818	101,974
№	1	2	3	4	5	6	7	8	9
13	175	175	125	1	0,9	0,9	47,859	63,451	56,652
14	175	175	175	1	0,9	0,9	47,859	63,451	79,313
15	175	175	225	1	0,9	0,9	47,859	63,451	101,974
16	175	225	125	1	0,9	0,9	47,859	81,579	56,652
17	175	225	175	1	0,9	0,9	47,859	81,579	79,313
18	175	225	225	1	0,9	0,9	47,859	81,579	101,974
19	225	125	125	1	1	0,9	61,184	47,818	56,652
20	225	125	175	1	1	0,9	61,184	47,818	79,313
21	225	125	225	1	1	0,9	61,184	47,818	101,974

22	225	175	125	0,1	0	0	49,697	63,451	56,652
23	225	175	175	0,1	0	0	49,697	63,451	79,313
24	225	175	225	0,1	0	0	49,697	63,451	101,974
25	225	225	125	0,1	0	0	49,697	81,579	56,652
26	225	225	175	0,1	0	0	49,697	81,579	79,313
27	225	225	225	0,1	0	0	49,697	81,579	101,974

Здесь мы видим, чем меньше собственных средств для пассивного инвестирования, тем выгоднее участие в конкурсе, вплоть до максимальных откатов.

Пример 6. Посмотрим, как влияют производственные возможности агентов на равновесие по Нэшу. Берем значения $a_i \in [0.1, 0.3], i = 1..3$. Значения всех параметров такие же, как и в примере 2, кроме $c = 0.285$.

В таблице 8 мы можем наблюдать результаты, схожие с примерами 1 и 2: в зависимости от величины a_i агентам выгодно давать взятки до определенной величины и тем больше взятка, чем больше производственные возможности, соответственно и выигрыш так же растет. Также интересно заметить, что второй агент, со средними относительно других производственными возможностями, никогда не побеждает в конкурсе.

Таблица 8

Решение игры в зависимости от производственных возможностей агентов a_i

№	a_1	a_2	a_3	b_1^*	b_2^*	b_3^*	J_1^*	J_2^*	J_3^*
1	0,1	0,1	0,1	0,1	0	0	67,742	72,515	67,983
2	0,1	0,1	0,2	0,7	0,7	0,7	67,983	72,515	68,056
3	0,1	0,1	0,3	0,9	0,9	0,9	67,983	72,515	68,24
4	0,1	0,2	0,1	0,1	0	0	67,742	72,515	67,983
5	0,1	0,2	0,2	0,7	0,6	0,7	67,983	72,515	68,056
6	0,1	0,2	0,3	0,9	0,9	0,9	67,983	72,515	68,24
7	0,1	0,3	0,1	0,1	0	0	67,742	72,515	67,983
8	0,1	0,3	0,2	0,7	0,6	0,7	67,983	72,515	68,056
9	0,1	0,3	0,3	0,9	0,8	0,9	67,983	72,515	68,24
10	0,2	0,1	0,1	0,8	0,8	0,8	68,056	72,515	67,983
11	0,2	0,1	0,2	0,8	0,8	0,8	68,056	72,515	67,983
12	0,2	0,1	0,3	0,9	0,9	0,9	67,983	72,515	68,24
13	0,2	0,2	0,1	0,8	0,8	0,8	68,056	72,515	67,983
14	0,2	0,2	0,2	0,8	0,8	0,8	68,056	72,515	67,983
15	0,2	0,2	0,3	0,9	0,9	0,9	67,983	72,515	68,24
16	0,2	0,3	0,1	0,8	0,7	0,8	68,056	72,515	67,983
17	0,2	0,3	0,2	0,8	0,7	0,8	68,056	72,515	67,983
18	0,2	0,3	0,3	0,9	0,8	0,9	67,983	72,515	68,24
19	0,3	0,1	0,1	1	1	1	68,24	72,515	67,983
20	0,3	0,1	0,2	1	1	1	68,24	72,515	67,983
21	0,3	0,1	0,3	1	1	1	68,24	72,515	67,983
22	0,3	0,2	0,1	1	1	1	68,24	72,515	67,983
23	0,3	0,2	0,2	1	1	1	68,24	72,515	67,983
24	0,3	0,2	0,3	1	1	1	68,24	72,515	67,983
25	0,3	0,3	0,1	1	1	1	68,24	72,515	67,983
26	0,3	0,3	0,2	1	1	1	68,24	72,515	67,983
27	0,3	0,3	0,3	1	1	1	68,24	72,515	67,983

Учтем теперь условие гомеостаза:

$$J_i^* = J_i - M\delta_i (x^T - x^*)^2, \qquad (6)$$

где x^*- идеальное значение x^T, которое должен обеспечить победитель конкурса, M>>1 - штрафная константа. Получим следующую таблицу:

Таблица 9

Решение игры в зависимости от производственных возможностей агентов a_i, учитывающее условие гомеостаза

№	a_1	a_2	a_3	b_1^*	b_2^*	b_3^*	J_1^*	J_2^*	J_3^*
1	0,1	0,1	0,1	0,1	0	0	64,415	72,515	67,983
2	0,1	0,1	0,2	0,1	0	0	64,415	72,515	67,983
3	0,1	0,1	0,3	0,1	0	0	64,415	72,515	67,983
4	0,1	0,2	0,1	0,1	0	0	64,415	72,515	67,983
5	0,1	0,2	0,2	0,1	0	0	64,415	72,515	67,983
6	0,1	0,2	0,3	0,1	0	0	64,415	72,515	67,983
7	0,1	0,3	0,1	0,1	0	0	64,415	72,515	67,983
8	0,1	0,3	0,2	0,1	0	0	64,415	72,515	67,983
9	0,1	0,3	0,3	0,1	0	0	64,415	72,515	67,983
10	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	68,991	72,515	67,983
11	0,2	0,1	0,2	0,1	0,1	0,1	68,991	72,515	67,983
12	0,2	0,1	0,3	0,1	0,1	0	68,991	72,515	67,983
13	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	68,991	72,515	67,983
14	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	68,991	72,515	67,983
15	0,2	0,2	0,3	0,1	0,1	0	68,991	72,515	67,983
16	0,2	0,3	0,1	0,1	0	0,1	68,991	72,515	67,983
17	0,2	0,3	0,2	0,1	0	0,1	68,991	72,515	67,983
18	0,2	0,3	0,3	0,1	0	0	55,682	72,515	67,983
19	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	70,241	72,515	67,983
20	0,3	0,1	0,2	0,1	0,1	0,1	70,241	72,515	67,983
21	0,3	0,1	0,3	0,1	0,1	0,1	70,241	72,515	67,983
22	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	70,241	72,515	67,983
23	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	70,241	72,515	67,983
24	0,3	0,2	0,3	0,1	0,1	0,1	70,241	72,515	67,983
25	0,3	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	70,241	72,515	67,983
26	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	70,241	72,515	67,983
27	0,3	0,3	0,3	0,1	0,1	0,1	70,241	72,515	67,983

Здесь победитель в конкурсе всегда первый игрок. Результаты схожи с теми, что были в таблице 8.

Заключение

Таким образом, мы рассмотрели самые интересные примеры начальных параметров для дискретной модели конкурсного распределения ресурсов с единственным победителем. Как оказалось, оптимальные стратегии участников конкурса достаточно сильно зависят от начальных параметров модели, таких, как доля победителя в произведенном благе, процентная ставка инвестиций, величина собственного ресурса участников конкурса и их производственные возможности. Можно найти такие значения параметров модели, при которых откаты не выгодны ни для кого или выгодны всем, но их величина также зависит от выигрыша и доли в этом выигрыше. Для дальнейшего изучения представляет интерес рассмотрение участия игроков в нескольких конкурсах и с несколькими победителями.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №20-31-90041.

Литература

1. Rose-Ackerman S. The Economics of Corruption // Journal of Public Economics. 1975. №4. pp. 187-203.

2. Long, N. V. (Ngo Van) A survey of dynamic games in economics. World Scientific, Singapore; London. 2010. 292 p.

3. Горелик В.А., Горелов М.А., Кононенко А.Ф. Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. – М.: Радио и связь, 1991. 288 с.

4. Угольницкий Г.А., Усов А.Б. Управление устойчивым развитием иерархических систем в условиях коррупции // Проблемы управления. 2010. №6. С.19-26.

5. Угольницкий Г. А., Усов А. Б., Теоретико-игровая модель согласования интересов при инновационном развитии корпорации // Компьютерные исследования и моделирование. N. 8. № 4. 2016. с. 673–684.

6. Петросян Л. А., Зенкевич Н.А., Шевкопряс Н.А. Теория игр: учебник. 2-е изд., перераб. и доп. – СПб: БХВ-Петербург, 2012. 432 с.

7. Васин А.А., Картунова П.А., Уразов А.С. Математическое моделирование. 2010. Т. 22. №4. С. 67 - 89.

8. Rose-Ackerman S. Corruption: A Study in Political Economy. – N.Y., Academic Press, 1978. 258 p.

9. Ougolnitsky G.A., Usov A.B. Computer Simulations as a Solution Method for Differential Games // Computer Simulations: Advances in Research and Applications. Eds. M.D. Pfeffer and E. Bachmaier. - N.Y.: Nova Science Publishers, 2018, pp. 63-106.

10. Transparency International URL: transparency.org/country/RUS (дата обращения 26.05.2021).

References

1. Rose-Ackerman S. The Economics of Corruption. Journal of Public Economics. 1975. No4. Pp.187-203.

2. Long, N. V. (Ngo Van) A survey of dynamic games in economics. World Scientific, Singapore; London. 2010. 292 p.

3. Gorelik V.A., Gorelov M.A., Kononenko A.F. Analiz konfliktnykh situatsiy v sistemakh upravleniya [Analysis of conflict situations in control systems]. Moskva: Radio i svyaz’, 1991. 288 p.

4. Ugol’nitskiy G.A., Usov A.B. Problemy upravleniya [Management problems]. 2010. №6. pp.19-26.

5. Ugol’nitskiy G.A., Usov A.B. Komp’yuternyye issledovaniya i modelirovaniye [Computer studies and modeling]. 2016. pp. 673–684.

6. Petrosyan L.A., Zenkevich N.A., Shevkoplyas E.V. Teoriya igr: uchebnik. [Game Theory: A Textbook]. St. Petersburg. BKHV-Petersburg, 2012. 432 p.

7. Vasin A.A., Kartunova P.A., Urazov A.S. Matematicheskoe modelirovanie. 2010. V. 22. No. 4. pp. 67 - 89.

8. Rose-Ackerman S. Corruption: A Study in Political Economy. N.Y., Academic Press, 1978. 258 p.

9. Ougolnitsky G.A., Usov A.B. Computer Simulations as a Solution Method for Differential Games. Computer Simulations: Advances in Research and Applications. Eds. M.D. Pfeffer and E. Bachmaier. N.Y. Nova Science Publishers. 2018, pp. 63-106.

10. Transparency International. URL: transparency.org/country/RUS (accessed 26.05.2021)