

Преимущества применения генеральной совокупности конечного объема вместо выборки для распределения Вейбулла с тремя параметрами

В.Е. Касьянов, Д.Б. Демченко, Е.Е. Косенко, К.О. Кобзев, Р.В. Хван

Донской государственный технический университет

Аннотация: Выборочный метод расчёта из-за своей экономичности уже несколько столетий успешно применяется. Однако при расчётах безотказности в случае усталостных разрушений (часто внезапных), когда существует значительная степенная связь $m=10-15$ для сверхмногоциклового области нагружения между прочностью (твёрдость, предел выносливости) и действующим напряжением, снижение минимального ресурса деталей составит 10-100 и более раз. Это получается из-за неучтенной основной части генеральной совокупности. В нашем примере $10^4-50=9950$ шт таких деталей, т. е. их потенциальных отказов. Поэтому для этого случая выборочный метод – промежуточный этап расчетов.

Ключевые слова: выборка, усталостный ресурс, генеральная совокупность конечного объема, степенная связь.

Многолетний опыт применения выборочного метода как в науке, так и в инженерной практике показал себя с выгодной стороны: экономия трудовых, материальных и временных ресурсов [1-4].

Проведение испытаний на надежность выборок примерно из 10 - 100 изделий по сравнению с эксплуатируемым их количеством в сотнях, тысячах и миллионах единиц обусловило преимущество выборочного метода, тем более, что в математической литературе в большинстве случаев совокупности объектов рассматривается бесконечного объема [5-8].

Обычно же совокупности изделий, событий, этапов жизни и тому подобное конечно. Это обстоятельство конечности генеральных совокупностей открывает новые возможности статистических методов в науке и инженерной практике.

Делясь опытом при изучении и применении теории и практики надежности изделий (в частности машин) можно утверждать, что

выборочный метод не обеспечивает полной картины при решении задач надежности [9].

Так, например, занимаясь сбором информации о надежности строительных, сельскохозяйственных, транспортных и других машин при их эксплуатации в Ростовской области и Краснодарском крае с 1969 года, при длительных наблюдениях на протяжении 4 - 5 лет за выборками из 30 - 35 единиц установили, что отказы возникают не только у машин из выборок (ГОСТ 27 - 503 – 81: авторы – А. И. Кубарев, Д. М. Беленький, В. Е. Касьянов и др.), но и у других машин данного производителя из разных регионов страны [10-12].

Если выборка состояла из наблюдаемых 30 экскаваторов Донецкого завода, то отказы этих машин фиксировались и из Сибири, Дальнего Востока, центральной части страны и так далее.

Эти дополнительные отказы не только дополняли отказы выборки, но и изменяли картину появления отказов, так как объединялись отказы выборки и совокупности (ГОСТ 27.401 – 84: авторы – Д. М. Беленький, В. Е. Касьянов, В.Ф. Курочкин и др.), из которой бралась выборка [13-14].

Анализ немногочисленных математических источников [15-17] показал, некоторые особенности генеральных совокупностей конечного объема:

1. Размах распределение совокупности всегда больше, чем в выборке из нее.
 2. Это утверждение подтверждается тем, что среднее квадратическое отклонение совокупности больше чем у выборки.
 3. Параметр сдвига распределения Вейбулла совокупности некорректен, так как он всегда меньше первого значения вариационного ряда совокупности; поэтому вместо сдвига следует использовать это первое значение [18, 19].
-

Определенную сложность, а точнее невозможность применения совокупности для нахождения параметров закона Вейбулла по сравнению с выборкой представляет реальная эксплуатация машин.

В этом случае приходилось использовать косвенные методы: корреляционный, расчеты с применением моды выборочных распределений и среднеквадратическое отклонение выборочных параметров [20].

Наибольший интерес у нас вызвал графический метод, когда на вероятностной бумаге распределения Вейбулла выполняется экстраполяция прямой выборочного распределения в область малых значений вероятностей при соответствующих объемах совокупностей: $N_c=10^3$, $Q=10^{-3}$; $N_c=10^4$, $Q=10^{-4}$; $N_c=10^5$, $Q=10^{-5}$, выборки $n=50$ и т.д. (рис. 1) [21].

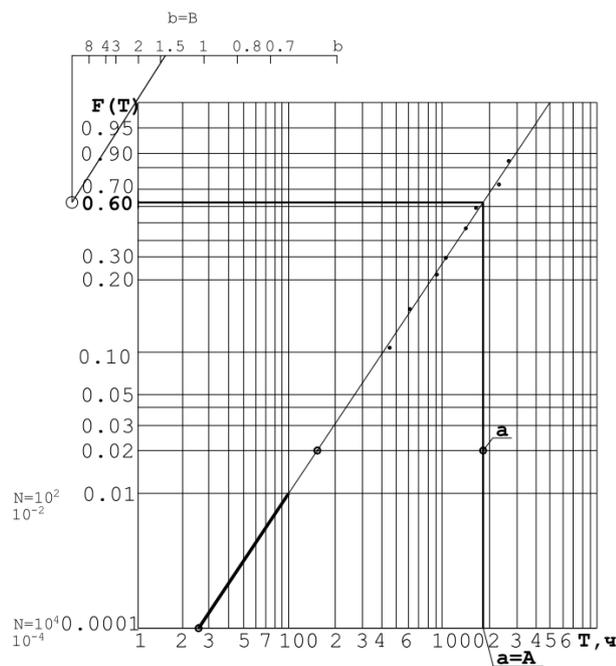


Рис. 1 – Графически метод перехода от выборки к совокупности

Преимущество графического метода для определения трех параметров закона Вейбулла генеральной совокупности состоит в том, что по ранее рассчитанным параметрам для выборки a , b , находятся соответственно равные параметры совокупности $a=A$, $b=B$ [22].

Однако параметр сдвига C совокупности за счет экстраполяции получается меньше первого (минимального) значения вариационного ряда, что математически некорректно, т.е. отказа со временем менее 1-го значения вариационного ряда быть не может при $N_c=10^4$. В этом случае следует вместо C применять первое значение вариационного ряда совокупности [19,23].

Известно, что основными повреждениями деталей машин являются износ и усталость. Параметры деталей при износе не значительно влияют на ресурс деталей, обычно в степени примерно 1 - 3.

Наиболее важным обстоятельством при использовании совокупности вместо выборки является расчет усталостного ресурса деталей машин: зубчатых колес, валов, металлоконструкций и т.п. [24-25].

Усталость характеризуется существенно большим влиянием на ресурс детали: прочность (твердость, предел выносливости имеют близкую прямо пропорциональную связь) стали и действующее напряжение в опасном сечении детали связаны степенью $m_1=3-8$ с ее ресурсом для многоциклового области нагружения [24].

Для сверхмногоциклового области, когда деталь должна иметь ресурс более 2 – 3 тыс. часов и отрабатывать более $(2-5)10^6$ циклов нагружения степень составит:

$$m_2 = m_1 \cdot \sigma_{-1g} / \sigma_a, \quad (1)$$

достигая значения около 15 [26].

Здесь:

σ_{-1g} - предел выносливости стальной детали;

σ_a - действующее напряжение в опасном сечении детали.

Далее рассмотрим пример и сравнительный анализ для детали с усталостным ресурсом из сталей Ст. 3, 15Г и 15ХСНД [27].

Прочность (твердость) сталей получена измерением выборок по 50 образцов.

Заводские конструкторские организации располагают только выборочными параметрами прочности и обычно действующими напряжениями, записанными при тензометрировании на одной детали и на одной машине [28, 29].

В отличие от конструкторских бюро, которые обычно пользуются в расчетах усталостных ресурсов деталей выборочными значениями твердости и предела выносливости, предлагается перейти от выборок к генеральной совокупности конечного объема [30]. Генеральная совокупность – это то количество деталей, узлов и машин, которые обычно выполняются без изменения конструкции и технологии изготовления в течение примерно 8–12 лет и могут составлять несколько тысяч единиц [31 - 33].

В этих целях выполнен переход от выборочных значений твердости (объемом выборок $n = 50$) к совокупности с использованием графического метода и вероятностных сеток для сталей Ст. 3, 15Г, 15ХСНД (рис. 2).

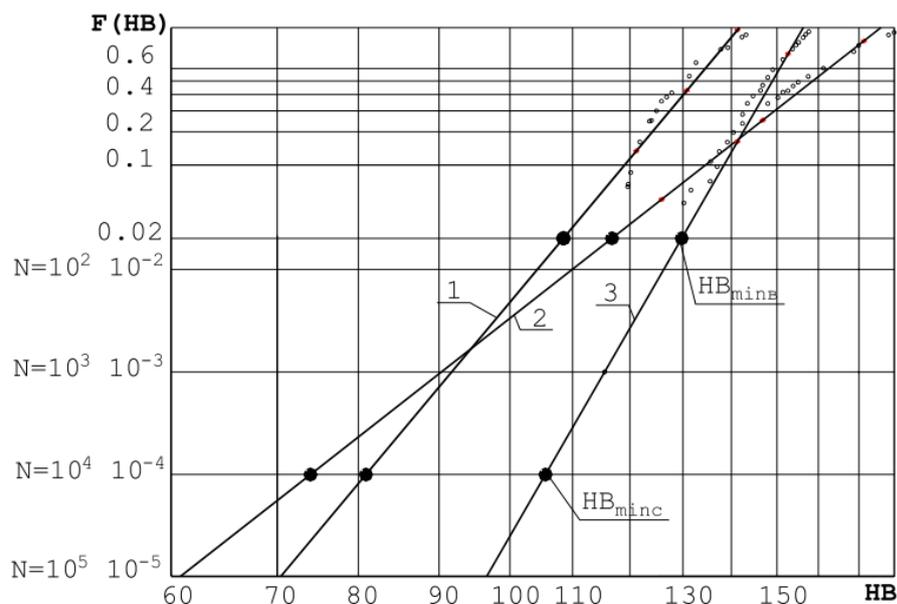


Рис. 2 – Графический метод перехода от выборки к совокупности для трех марок сталей 1 – Ст. 3, 2 – 15Г, 3 – 15ХСНД

Расчет коэффициентов уменьшения твердости $K_{НС}$ для совокупностей представлен в табл. 1.

Таблица 1

Результаты расчета коэффициентов уменьшения твердости $K_{НС}$ для совокупностей

| Стали | n | НВ _{min} | N_c | НВ _{min} | N_c | НВ _{min} | N_c | НВ _{min} | N_c | |
|--------|------------------------------|-------------------|-------------|-------------------|--------|-------------------|----------|-------------------|------------|----------|
| Ст3 | 50 | 109,0 | 10^3 | 92,0 | 10^4 | 81,5 | 10^5 | 71,0 | | |
| 15Г | 50 | 118,0 | 10^3 | 90,5 | 10^4 | 74,0 | 10^5 | 61,5 | | |
| 15ХСНД | 50 | 129,5 | 10^3 | 115,5 | 10^4 | 106,0 | 10^5 | 97,5 | | |
| Стали | Выборка НВ _{min} | Совокупность | | | | | | | | |
| | | N_c | $K_{НС}^*$ | $K_{НС}$ | N_c | $K_{НС}^*$ | $K_{НС}$ | N_c | $K_{НС}^*$ | $K_{НС}$ |
| Ст3 | 109,0 | 10^3 | 109,0/92,0 | 1,18 | 10^4 | 109,0/81,5 | 1,34 | 10^5 | 109,0/71,0 | 1,5 |
| 15Г | 118,0 | 10^3 | 118,0/90,5 | 1,31 | 10^4 | 118,0/74,0 | 1,59 | 10^5 | 118,0/61,5 | 1,92 |
| 15ХСНД | 129,5 | 10^3 | 129,5/115,5 | 1,12 | 10^4 | 129,5/106,0 | 1,21 | 10^5 | 129,5/97,5 | 1,33 |

По результатам определения коэффициентов $K_{НС}$ построены графические зависимости $K_{НС}=f(N_c)$ (Рис. 3).

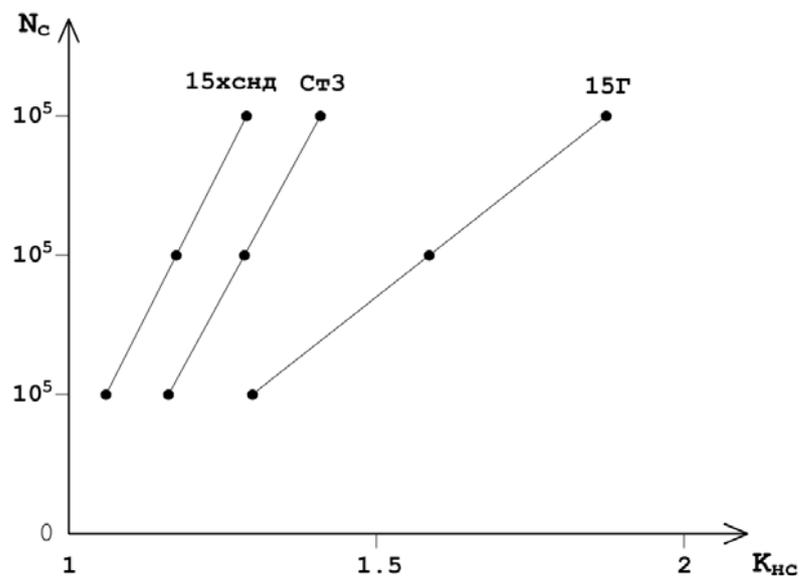


Рис. 3 - График зависимости $K_{НС}$ от объема совокупности N_c



Исходные данные по твердости и результаты расчетов для трех марок сталей Ст. 3, 15Г, 15ХСНД приведены в табл. 2.

Таблица.2

Расчетно-экспериментальные данные по твердости и ресурсу образцов сталей

| Ст3 | | | |
|---|-----------------------------|--|---------------------|
| Выборка n | Совокупность N _c | HB _{min в} | HB _{min с} |
| 50 | 10 ⁴ | 109 | 81 |
| $K_{HBmin} = \frac{HB_{min в}}{HB_{min с}} = \frac{109}{81} = 1.34$ | | | |
| $K_{Tрmin} = K_{HBmin}^m = 1.34^6 = 5.7$ раз | | $T_{рmin} = \frac{20000}{5.7} = 3508$ ч. | |
| $K_{Tрmin} = K_{HBmin}^m = 1.34^{12} = 33.5$ раз | | $T_{рmin} = \frac{20000}{33.5} = 597$ ч. | |
| $K_{Tрmin} = K_{HBmin}^m = 1.34^{18} = 80.6$ раз | | $T_{рmin} = \frac{20000}{80.6} = 248$ ч. | |
| Сталь 15Г | | | |
| Выборка n | Совокупность N _c | HB _{min в} | HB _{min с} |
| 50 | 10 ⁴ | 118 | 74 |
| $K_{HBmin} = \frac{118}{74} = 1.59$ | | | |
| $K_{Tрmin} = K_{HBmin}^m = 1.59^6 = 16$ раз | | $T_{рmin} = \frac{20000}{16} = 1250$ ч. | |
| $K_{Tрmin} = K_{HBmin}^m = 1.59^{12} = 261$ раз | | $T_{рmin} = \frac{20000}{261} = 76$ ч. | |
| $K_{Tрmin} = K_{HBmin}^m = 1.59^{18} = 1049$ раз | | $T_{рmin} = \frac{20000}{1049} = 19$ ч. | |
| Сталь 15ХСНД | | | |
| Выборка n | Совокупность N _c | HB _{min в} | HB _{min с} |
| 50 | 10 ⁴ | 129 | 106 |
| $K_{HBmin} = \frac{129}{106} = 1.21$ | | | |
| $K_{Tрmin} = K_{HBmin}^m = 1.21^6 = 3.1$ раз | | $T_{рmin} = \frac{20000}{3.1} = 6451$ ч. | |

| | |
|---|--|
| $K_{T_{\text{pmin}}} = K_{\text{нБmin}}^m = 1,21^{12} = 9,8 \text{ раз}$ | $T_{\text{pmin}} = \frac{20000}{9,8} = 2040 \text{ ч.}$ |
| $K_{T_{\text{pmin}}} = K_{\text{нБmin}}^m = 1,21^{15} = 17,4 \text{ раз}$ | $T_{\text{pmin}} = \frac{20000}{17,4} = 1149 \text{ ч.}$ |

По результатам расчета $K_{\text{нБ}}^m$ построен график (рис. 4).

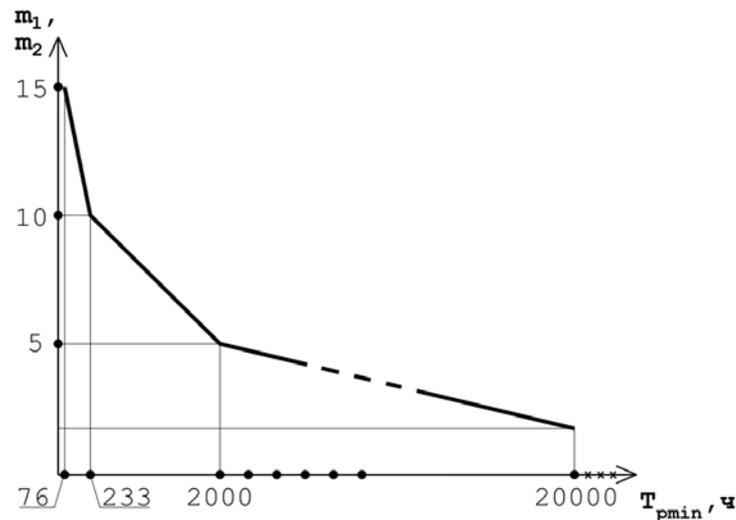


Рис. 4 – График изменения минимального ресурса для совокупности деталей

Анализ табл. 2 показывает, что использование выборок вместо совокупности для 3 марок сталей существенно сокращает заданный минимальный ресурс деталей с 20000 часов до 19 часов и коэффициент снижения ресурса достигает 1049 раз.

Результаты могут быть скорректированы с определением нижней доверительной границы для первого значения вариационного ряда совокупностей.

Литература

1. Проников А.С. Надежность машин. – М.: Машиностроение, 1978. – 592 с.
2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1988. – 448 с.
3. Пугачев. В. С. Теория вероятности и математическая статистика. – М.: Наука, 1979 – 496 с.

4. Бойцов Б.В., Орлова Т.М., Сигалов В.Ф. Определение закона распределения ресурса деталей машин и механизмов методом статистических испытаний/ Вестник машиностроения. – 1983. – №2 – С. 20-22.
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
6. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. – М.: Наука, 1969. - 512 с.
7. Закс Ш. – Теория статистических выводов. / пер. с англ. Чапурина Е.В. / под ред. Беляева Ю.К. – М.: Мир, 1975. – 776 с.
8. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. / пер. с англ. Прохорова – М.: Мир, 1984. – 528 с.
9. Касьянов В.Е., Роговенко Т.Н., Щулькин Л.П. Основы теории и практики создания надежных машин//Вестник машиностроения. – 2003. – №10 – С. 3-6.
10. Касьянов В.Е. Метод определения уровня надежности одноковшовых экскаваторов // Надежность машин. – 1972. – Вып. 2 – С. 98 - 107.
11. Касьянов В.Е. Испытания экскаваторов в эксплуатации и расчет показателей их надежности на ЦВМ. // Надежность и контроль качества. – 1976. – № 6. – С.15 - 19.
12. Касьянов В.Е. Опыт анализа надежности машин по результатам длительных эксплуатационных наблюдений // Вестник машиностроения. – 1978. – № 10 – С. 13 - 16.
13. Касьянов В. Е. Система обеспечения надежности машин, применяемых в мелиораторном строительстве: (атореф. дис. д. т. н.). – Ростов н/Д, 1991 - 48 с.

14. Касьянов В.Е. Определение установленных показателей надежности машины и ее составных частей // Надежность и контроль качества, 1986. – №5. – С.17-22.
 15. Справочник по надежности. / пер. с англ. П. К. Горохова. – М.: Мир, 1970. – 304 с.
 16. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 648 с.
 17. Закс Ш. Теория статистических выводов. / пер. с англ. Чапурина Е.В. под ред. Беляева Ю.К. – М.: Мир, 1975. – 776 с.
 18. Касьянов В.Е., Косенко Е.Е., Косенко В.В., Хван Р.В. Исследование эксплуатационной надежности автомобилей при замене параметра сдвига распределения ресурса деталей закона Вейбулла // Качество и жизнь, 2018. – 2018. – С. 65-69
 19. Касьянов В.Е., Коломейцев С.Ю., Холостова В.В. Сравнение сдвига совокупности конечного объема и минимального выборочного значения в зависимости от параметров моделирования для деталей экскаватора // Инженерный вестник Дона. 2012, №4 (часть 2) URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1237.
 20. Котесова А.А. Увеличение и оптимизация усталостного гамма-процентного ресурса деталей одноковшового экскаватора (автореф. дис. к. т. н.) Ростов н/Д, 2016. 21 с.
 21. Теплякова С.В. Обеспечение безотказности деталей машин в течение назначенного усталостного ресурса (автореф. дис. к. т. н.) Ростов н/Д, 2017. 20 с.
 22. Капур К., Ламберсон Л. Надёжность и проектирование систем. / Перевод с англ. Коваленко Е.Г. под ред. Ушакова И.А. М.: Мир, 1980. – 604 с.
 23. Касьянов В.Е. Метод оценки безотказности для выборки и совокупности конечного объема // Научное обозрение, 2014. – № 11-3. С. 785-788.
-

24. Серенсен С.В., Когаев В.П., Шнейдерович Р.М. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.
 25. Касьянов В.Е. и др. Основы теории и практики создания надежных машин // Вестник машиностроения. – 2003. – №10. – С.3-6
 26. Роговенко Т. Н. Вероятностно статистическая оценка гамма-процентного ресурса ответственных деталей машин (автореф. дис. к. т. н.). – Ростов н/Д, 1995. – С. 23.
 27. Касьянов В.Е., Косенко Е.Е., Косенко В.В., Котесова А.А., Хван Р.В. Исследование влияния объемов выборок и генеральных совокупностей прочности деталей автомобилей на их ресурс // Инженерный вестник Дона, 2018, №1 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4765.
 28. Касьянов В.Е. Система управления надежностью одноковшовых экскаваторов Э-652 Б // Надежность машин. – 1973. – Вып 3. – С.98-107
 29. Касьянов В.Е. Принципы создания практически безотказных машин // Стандарты и качество, 1988. – №7. – С.39-42.
 30. Дмитриченко С.С., Занцевич В.В. Опыт испытаний и расчета на сопротивление усталости сварных металлоконструкций // Вестник машиностроения. – 1990. – № 6 – С. 31 - 32.
 31. Касьянов В.Е. Интегральная оценка, повышение и оптимизация надежности машин (на примере одноковшового экскаватора) // Вестник машиностроения. – 1990. – № 4 – С. 7 - 8.
 32. S.V.Tepliakova, E.E.Kosenko, V.V.Kosenko, A.V.Cherpakov . Analysis of Requirements to Ensure Absolute Reliability of Machines // Abstracts & Schedule. International Conference on “Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications”(PHENMA 2016) Surabaya, Indonesia, July 19-22, 2016, pp. 267-268.
-



33. S.V.Tepliakova, E.E.Kosenko, V.V.Kosenko, A.V.Cherpakov
Mathematical Modeling of Ensuring Machine Reliability //Abstracts &
Schedule. International Conference on “Physics and Mechanics of New
Materials and Their Applications”(PHENMA 2016) Surabaya, Indonesia, July
19-22, 2016, pp. 269.

References

1. Pronikov A.S. Nadezhnost' mashin [Reliability of cars]. M.: Mashinostroenie, 1978. 592 p.
2. Gnedenko B. V. Kurs teorii veroyatnostej [Probability theory course]. M.: Nauka, 1988. 448 p.
3. Pugachev. V. S. Teoriya veroyatnosti i matematicheskaya statistika [Probability theory and mathematical statistics] M.: Nauka, 1979. 496 p.
4. Bojtsov B.V., Orlova T.M., Sigalov V.F. Vestnik mashinostroeniya. 1983. №2 pp. 20-22.
5. Venttsel' E.S. Teoriya veroyatnostej [Probability theory]. M.: Nauka, 1969. 576 p.
6. Smirnov N.V., Dunin-Barkovskij I.V. Kurs teorii veroyatnostej i matematicheskoy statistiki dlya tekhnicheskikh prilozhenij [Course of probability theory and mathematical statistics for technical applications] M.: Nauka, 1969. 512 p.
7. Zaks SH. Teoriya statisticheskikh vyvodov [Theory of statistical conclusions] per. s angl. CHapurina E.V. pod red. Belyaeva YU.K. M.: Mir, 1975. 776 p.
8. Feller V. Vvedenie v teoriyu veroyatnostej i ee prilozheniya [Introduction to probability theory and its applications]. Per. s angl. Prokhorova M.: Mir, 1984. 528 p.
9. Kas'yanov V.E., Rogovenko T.N., SHHul'kin L.P. Vestnik mashinostroeniya. 2003. №10 pp. 3-6.

10. Kas'yanov V.E. Nadezhnost' mashin. 1972. Vyp. 2 pp. 98 - 107.
 11. Kas'yanov V.E. Nadezhnost' i kontrol' kachestva. 1976. № 6. pp.15 - 19.
 12. Kas'yanov V.E. Vestnik mashinostroeniya. 1978. № 10 pp. 13 - 16.
 13. Kas'yanov. V. E. Sistema obespecheniya nadezhnosti mashin, primenyaemykh v melioratornom stroitel'stve [The system of ensuring reliability of the cars used in melioratory construction]: (avtoref. dis. d. t. n.). Rostov n D, 1991. 48 p.
 14. Kas'yanov V.E. Nadezhnost' i kontrol' kachestva, 1986. №5. pp.17-22.
 15. Spravochnik po nadezhnosti [Reference book on reliability] per. s angl. P. K. Gorokhova. M.: Mir, 1970. 304 p.
 16. Kramer G. Matematicheskie metody statistiki. [Mathematical methods of statistics] M.: Mir, 1975. 648 p.
 17. Zaks SH. Teoriya statisticheskikh vyvodov [Theory of statistical conclusions] per. s angl. CHapurina E.V. pod red. Belyaeva YU.K. M.: Mir, 1975. 776 p.
 18. Kas'yanov V.E., Kosenko E.E., Kosenko V.V., KHvan R.V. Kachestvo i zhizn', 2018. 2018. pp. 65-69.
 19. Kas'yanov V.E., Kolomejtsev S.YU., KHolostova V.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012. №4 (part 2)/ URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1237.
 20. Kotesova A.A. Uvelichenie i optimizatsiya ustalostnogo gamma-protsentnogo resursa detalej odnokovshovogo ehkskavatora [Increase and optimization of a fatigue gamma percent resource of details of the odnokovshovy excavator]. (avtoref. dis. k. t. n.) Rostov n D, 2016. 21 p.
 21. Teplyakova S.V. Obespechenie bezotkaznosti detalej mashin v techenie naznachennogo ustalostnogo resursa [Ensuring non-failure operation of details of cars during the appointed fatigue resource] (avtoref. dis. k. t. n.). Rostov n D, 2017. 20 p.
-

22. Kapur K., Lamberson L. Nadezhnost' i proektirovanie sistem [Reliability and design of systems] perevod s angl. Kovalenko E.G. pod red. Ushakova I.A. M.: Mir, 1980. 604 p.
 23. Kas'yanov V.E. Nauchnoe obozrenie, 2014. №11. pp.785-788.
 24. Serensen S.V., Kogaev V.P., SHnejderovich R.M. Nesushhaya sposobnost' i raschety detalej mashin na prochnost'. M.: Mashinostroenie, 1975. 488 p.
 25. Kas'yanov V.E. i dr. Vestnik mashinostroeniya. 2003. №10. pp. 3-6
 26. Rogovenko T. N. Veroyatnostno statisticheskaya otsenka gamma-protsentnogo resursa otvetstvennykh detalej mashin [Probabilistically statistical assessment of a gamma percent resource of responsible details of cars] (avtoref. dis. k. t. n.). Rostov n D, 1995. P. 23.
 27. Kas'yanov V.E., Kosenko E.E., Kosenko V.V., Kotesova A.A., KHvan R.V. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2018, №2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4765.
 28. Kas'yanov V.E. Nadezhnost' mashin. 1973. Vyp 3. pp. 98-107
 29. Kas'yanov V.E. Standarty i kachestvo, 1988. №7. pp. 39-42.
 30. Dmitrichenko S.S., Zantsevich V.V. Vestnik mashinostroeniya. 1990. № 6 pp. 31 - 32.
 31. Kas'yanov V.E. Vestnik mashinostroeniya. 1990. № 4 pp. 7 - 8.
 32. S.V. Tepliakova, E.E. Kosenko, V.V. Kosenko, A.V. Cherpakov. Abstracts & Schedule. International Conference on "Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications" (PHENMA 2016) Surabaya, Indonesia, July 19-22, 2016, pp. 267-268.
 33. S.V. Tepliakova, E.E. Kosenko, V.V. Kosenko, A.V. Cherpakov Abstracts & Schedule. International Conference on "Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications" (PHENMA 2016) Surabaya, Indonesia, July 19-22, 2016, pp. 269.
-