

---

## Моделирование механической трансмиссии для колесной машины 4x2 с задней ведущей осью

*М.Э. Фадеева, Д.А. Чудаков, А.А. Маташинёв,*

*В.Н. Сидоров, А.И. Пономарев*

*Калужский филиал «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»*

**Аннотация:** В данной работе представлены результаты исследования скорости и времени разгона колесной машины с механической трансмиссией 4x2 с задней ведущей осью. Приводится математическая модель данной колесной машины. Для этого была представлена расчетная схема дифференциальной трансмиссии колесной машины с задней ведущей осью, а также приведена система дифференциальных уравнений движения автомобиля. Имитационное моделирование осуществлено с помощью среды MATLAB Simulink, которая позволяет на основе заданной математической модели проводить исследования разрабатываемой системы.

**Ключевые слова:** колёсная машина, механическая трансмиссия 4x2, задняя ведущая ось, MATLAB Simulink, математическая модель, моделирование.

**Введение.** При проектировании автомобиля широко используется имитационное моделирование процессов его функционирования для осуществления параметрического и структурного синтеза либо проведения многовариантного анализа. Программная имитационная модель реализуется на ЭВМ в виде последовательного вычислительного процесса. В частности, для расчета параметров движения автомобиля, и в конечном итоге для оценки и оптимизации его характеристик, широко используется моделирование управляемого движения автомобиля [1].

**Целью работы** являются построение и реализация модели механической трансмиссии для колёсной машины (КМ) 4x2 с задней ведущей осью в среде MATLAB/SIMULINK. Это необходимо для проведения анализа тягово-динамических качеств КМ и последующей интеграции этих моделей в общую модель движения автомобиля [2], исследования работы трансмиссии от скорости движения автомобиля.

**Методы.** Объектом моделирования является кинематическая схема дифференциальной трансмиссии КМ 4×2 с задней ведущей осью (рис. 1).

---

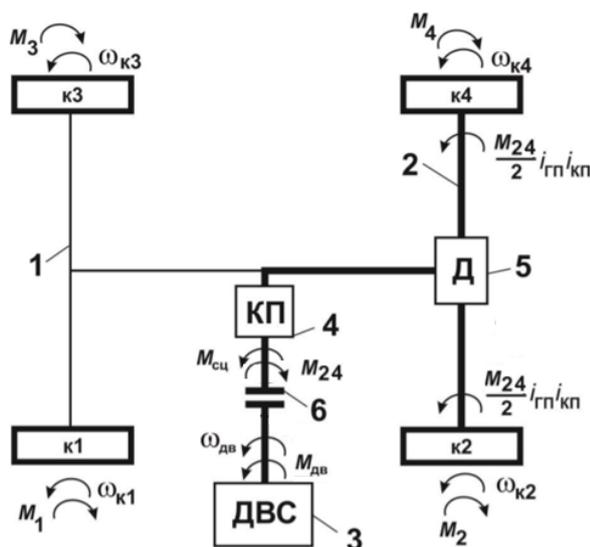


Рис. 1 – Схема дифференциальной трансмиссии КМ с задней ведущей осью: 1,2 – передняя и задняя оси; 3 – двигатель внутреннего сгорания (ДВС); 4 – коробка передач (КП); 5 – симметричный межколесный дифференциал; 6 – сцепление

Для исследования модели используем систему дифференциальных уравнений [3-5]:

$$\begin{cases} J_k \cdot \dot{\omega}_{k2} = \frac{M_{24}}{2} \cdot i_{гп} \cdot i_{кп} - M_2 \\ J_k \cdot \dot{\omega}_{k4} = \frac{M_{24}}{2} \cdot i_{гп} \cdot i_{кп} - M_4 \\ \dot{\omega}_{дв} = i_{гп} \cdot i_{кп} \cdot \frac{(\omega_{k2} + \omega_{k4})}{2} \\ J_{дв} \cdot \dot{\omega}_{дв} = M_{сц} - M_{24} \end{cases} \quad (1)$$

где  $J_k$ , – моменты инерции колеса и двигателя;  $\dot{\omega}_{ki}$  – угловое ускорение вращения  $i$ -го колеса;  $\dot{\omega}_{дв}$  – угловое ускорение вращения вала двигателя;  $i_{кп}$  – передаточное отношение коробки передач.

Список переменных:

$$x_1 = \dot{\omega}_{k2}; x_2 = \dot{\omega}_{k4}; x_3 = \dot{\omega}_{дв}; x_4 = M_{24};$$

Рассматриваемую систему уравнений представляем в виде произведения двух матриц [6]:

Матрица А:

$$A = \begin{bmatrix} J_k & 0 & 0 & -\frac{i_{gp} \cdot i_{kp}}{2} \\ 0 & J_k & 0 & -\frac{i_{gp} \cdot i_{kp}}{2} \\ -\frac{i_{gp} \cdot i_{kp}}{2} & -\frac{i_{gp} \cdot i_{kp}}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & J_d & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Матрица b:

$$b = \begin{bmatrix} -M_2 \\ -M_4 \\ 0 \\ M_{cy} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} -M_2 \\ -M_4 \\ 0 \\ M_{cy} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Решение системы уравнений (1):

$$X = A^{-1} \cdot b \quad (4)$$

В системе MATLAB выражение (4) записывается в виде:

$$X = A \setminus b \quad (5)$$

Для решения системы (1) воспользуемся блоком MATLAB Function [7] (рис. 2).

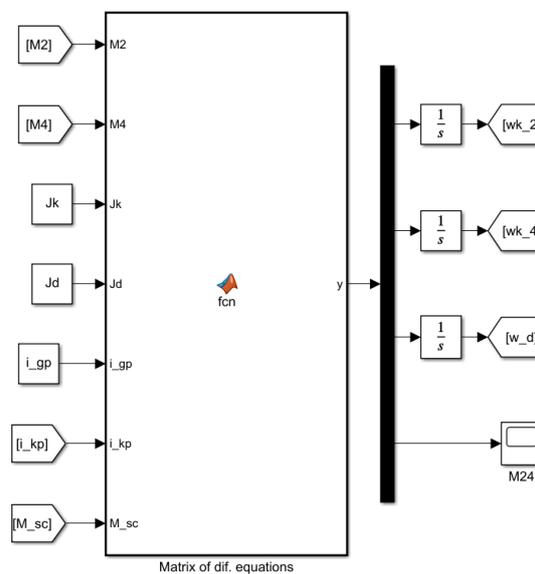


Рис. 2 – Общий вид блока MATLAB Function

Ниже приведен текст программы решения системы уравнений (1), прописанный в блоке MATLAB Function (Рис.3):

```
function y = fcn(M2, M4, Jk, Jd, i_gp, i_kp, M_sc)
%#codegen
A=[Jk 0 0 -i_gp*i_kp/2;
0 Jk 0 -i_gp*i_kp/2;
-i_gp*i_kp/2 -i_gp*i_kp/2 1 0;
0 0 Jd 1];
b=[-M2; -M4; 0; M_sc];
x=A\b;
y = x;
```

Рис. 3 – Текст программы решения системы уравнения

Момент сопротивления на колесе складывается из момента сопротивления качению и скорости [8,9].

Момент сопротивления качению колеса определяется, как сила сопротивления качению, умноженная на радиус колеса.

Сила сопротивления качению колеса определяется:

$$P_f = R \cdot \frac{a}{r_k} = R \cos \alpha \cdot f, \quad (6)$$

где  $R$  – нормальная реакция опорной поверхности;  $f=a/r_k$  – коэффициент сопротивления качению.

На дороге с подъемом  $R \cdot \cos \alpha = G$  – вес, приходящийся на колесо.

Коэффициент сопротивления качению  $f$  зависит от следующих факторов: вида и состояния опорной поверхности, типа и конструктивных параметров шины, скорости движения [9].

Сила сопротивления воздушной среды:

$$P_w = S \cdot v^2 \cdot k_w, \quad (7)$$

где  $S$  — лобовая площадь автомобиля,  $m^2$ ;  $v$  — скорость движения автомобиля,  $m/c$ ;  $k_w$  — коэффициент обтекаемости автомобиля.

Блок определения сил сопротивления движению автомобиля и момента сопротивления (Рис. 4).

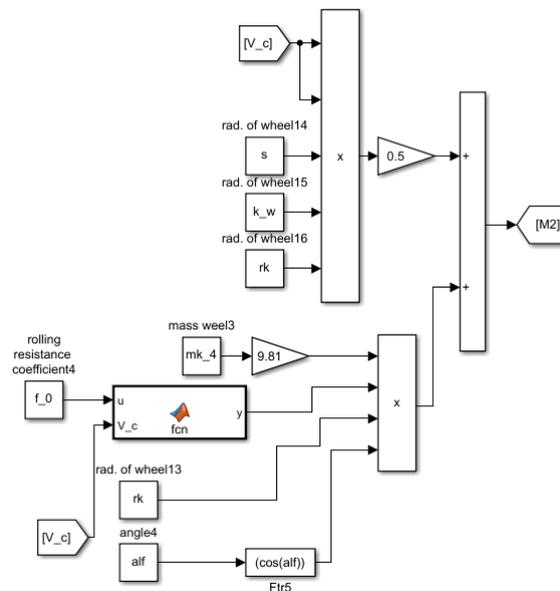


Рис. 4. – Нахождение момента сопротивления движению автомобиля в MATLAB/Simulink

Блок нахождения поступательной скорости автомобиля в MATLAB/Simulink (Рис. 5):

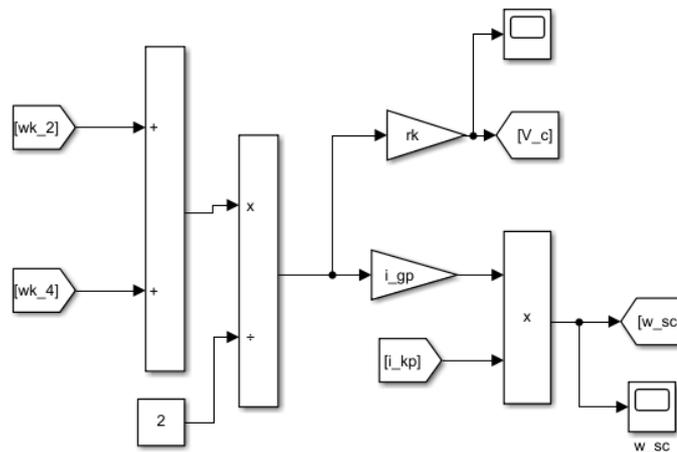


Рис. 5. – Определение скорости движения автомобиля

Крутящий момент двигателя задается внешней скоростной характеристикой [10]. Модель определения крутящего момента в зависимости от угловой скорости коленчатого вала (рис. 8):

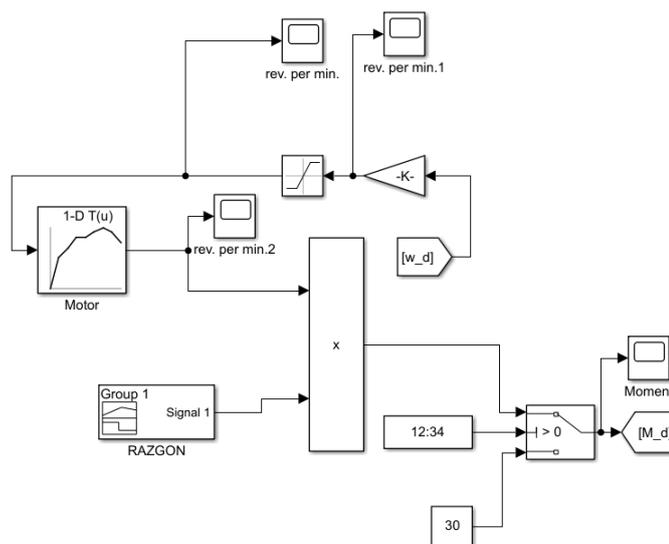


Рис.6. – Блок определения крутящего момента двигателя

**Результаты.** При исследовании КМ с механической трансмиссией 4x2 с задней ведущей осью была получена зависимость скорости КМ, а также определено время разгона до 100 км/ч при различной массе. Результаты исследования приведены на рис. 7.

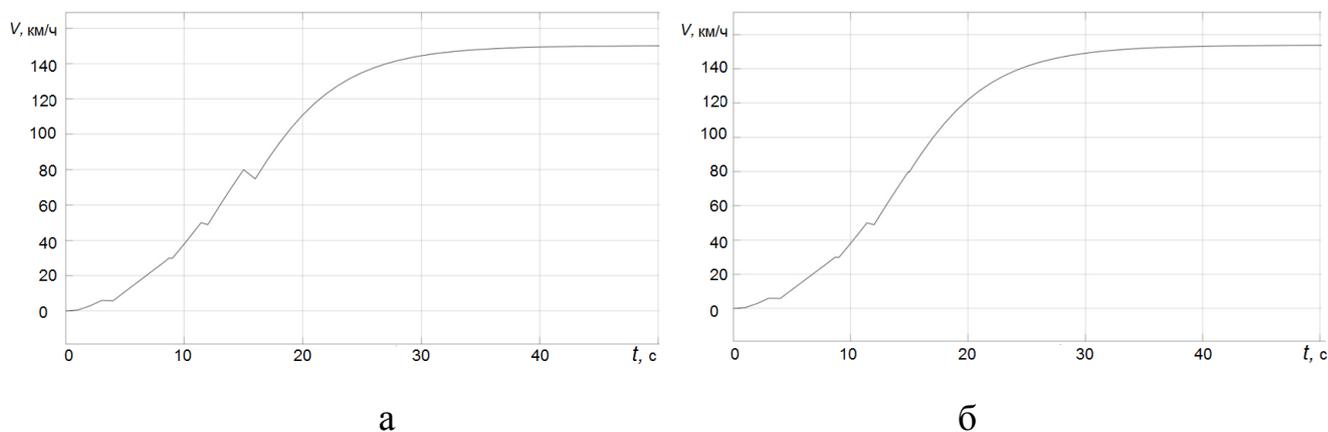


Рис.7. – Скорость КМ при:

а - полной массы; б - снаряжённой массы

**Заключение.** В результате данной работы была построена математическая модель механической трансмиссии 4x2 с задней ведущей осью и на её основе проведены исследования скорости и времени разгона колесной машины в среде MATLAB Simulink. Были получены следующие

значения: максимальная скорость КМ полной массы составила 150 км/ч при времени разгона до 100 км/ч равным 18 с., максимальная скорость КМ снаряжённой массы составила 154 км/ч при времени разгона до 100 км/ч равным 16 с.

### Литература

1. Агейкин Я.С., Вольская Н.С. Теория автомобиля. М.: МГИУ, 2008. 308 с.
2. Афанасьев Б.А. Моделирование систем колесных машин: учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997. 30 с.
3. Полунгян А.А. Математическая модель динамики трансмиссии колесной машины при движении по твердой неровной дороге // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение, 2003, № 4. С. 15-25.
4. Жилейкин М.М. Математические модели систем транспортных средств: методические указания. Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. 100 с.
5. Лата В.Н. Основы моделирования управляемого движения автомобиля: учебное пособие. Тольятти: Издательство ТГУ, 2012. 67 с.
6. Мокий М.С. Методология научных исследований. М.: Юрайт, 2015. 255 с.
7. Полковникова Н.А. Научные и инженерные расчеты в среде Matlab. М.: МОРКНИГА, 2019. 143 с.
8. Сидорова А.В., Степин П.И., Сидоров В.Н. Имитационное моделирование колебаний центра масс колесной машины с помощью программы Simulink // Инженерный вестник Дона, 2020, № 4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2020/6395/](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2020/6395/).
9. Сидоров М.В., Сидоров В.Н. Имитационное моделирование работы трансмиссии трактора МТЗ-82 в среде Simulink // Инженерный вестник Дона, 2020, № 12. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/12y2020/6709/](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/12y2020/6709/).
10. Трудоношин В.А., Пивоварова Н.В. Математические модели технических объектов. М.: Высшая школа, 1968. 248 с.

## References

1. Agejkin Ya.S., Vol'skaya N.S. Teoriya avtomobilya [Theory of the car]. M.: MGIU, 2008. 308 p.
2. Afanas`ev B.A. Modelirovanie sistem kolesny`x mashin: ucheb. Posobie [Modeling of systems of wheeled vehicles: textbook. manual]. M.: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 1997. 30 p.
3. Polungyan A.A. Bulletin of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Mashinostroenie. 2003. №4. pp. 15-25.
4. Zhilejkin M.M. Matematicheskie modeli sistem transportny`x sredstv: metodicheskie ukazaniya [Homework for the course "Modeling of vehicle systems": methodical instructions]. M.: MGTU im. N.E. Baumana, 2018. 100 p.
5. Lata V.N. Osnovy` modelirovaniya upravlyaemogo dvizheniya avtomobilya: uchebnoe posobie [Fundamentals of controlled vehicle motion modeling: textbook]. Tol'yatti: Izdatel'stvo TGU, 2012. 67 p.
6. Mokij M.S. Metodologiya nauchny`x issledovaniy [Methodology of scientific research]. M.: Yurajt, 2015. 255 p.
7. Polkovnikova N.A. Nauchny`e i inzhenerny`e raschety` v srede Matlab [Scientific and engineering calculations in the Matlab environment]. M.: MORKNIGA, 2019. 143 p.
8. Sidorova A.V., Stepin P.I., Sidorov V.N. Inzhenernyj vestnik Dona, 2020, № 4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2020/6395/](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2020/6395/).
9. Sidorov M.V., Sidorov V.N. Inzhenernyj vestnik Dona, 2020, № 12. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/12y2020/6709/](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/12y2020/6709/).
10. Trudonoshin V.A., Pivovarova N.V. Matematicheskie modeli texnicheskix ob`ektov [Mathematical models of technical objects]. M.: Higher School, 1968. 248 p.