

## Методика проведения моделирования автомобильного движения города

*М. Н. Ефремов, С. Н. Капранов, Э.С. Соколова, Д.В. Дмитриев*

*Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева,  
Нижний Новгород*

**Аннотация:** Рассматривается система движения автомобильного движения в городе и среднее время в пути. Основной целью статьи является изучение влияния различных алгоритмов на среднее время в пути. В ходе исследования авторы предлагают математическую модель системы городского движения, представляющую собой ориентированный граф дорожной сети, а также двух матриц плотности жилых и рабочих районов города. Кроме этого в модели автомобильного движения используется представление автомобилей, который выбирают свой маршрут по заданным алгоритмам. Также, на математическую модель наложены некоторые ограничения, которые вытекают из ограничений реального городского движения. В работе авторы используют предложенную математическую модель и показывают примеры расчётам некоторых дорожных ситуаций, а также возможные способы их оптимизации по среднему времени в пути. В последней части статьи авторы пишут о среде имитационного моделирования AnyLogic и о том, как она может помочь в имитации городской транспортной системы. Данная статья является отправной точкой в дальнейших исследованиях, направленных на изучение различных алгоритмов маршрутизации средств передвижения в транспортных сетях.

**Ключевые слова:** автомобильное движение, маршруты, граф автомобильных дорог, умный город, граф, имитационное моделирование, транспортный поток, время в пути, пропускная способность, оптимизация.

Автомобильный транспорт является неотъемлемой частью жизни многих горожан, которые каждое утро садятся в свой автомобиль, чтобы поехать на работу, а каждый вечер возвращаются обратно. Из-за массовости данного явления, повсеместно, по тем и иным причинам, на улицах городов возникают заторы, которые мешают движению транспортных потоков и увеличивают среднее время в пути для всех участников движения.

Целью работы является изучение влияния различных алгоритмов движения автомобилей в системе автомобильных дорог на среднее время маршрута всех участников движения. При движении к поставленной цели необходимо решить такую задачу, как создание математической модели сети автомобильных дорог города, на которой можно проводить дальнейшие экспериментальные проверки эффективности предлагаемых алгоритмов

движения и вычисление среднего времени движения автомобилей в такой системе [1, 2].

В качестве математической модели автомобильных дорог города используется ориентированный граф  $G = (N, E)$ , в котором вершинами  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  являются места пересечения двух и более автомобильных дорог (перекрёстки), а рёбрами  $E \subseteq N \times N$  являются участки дорог между ними – наличие ребра  $(i, j)$  от вершины  $i$  к вершине  $j$  соответствует участку однонаправленной дороги от  $i$ -го перекрёстка к  $j$ -му [3]. Если два перекрёстка  $i$  и  $j$  соединены двухсторонней дорогой, тогда существует два ребра  $(i, j)$  и  $(j, i)$  противоположной направленности. Каждый узел  $i$  графа  $G$  имеет значения широты и долготы, которые определяют его реальные географические координаты на карте. Граф  $G$  является взвешенным: каждому ребру  $(i, j) \in E$  назначена длина  $len_{ij}$  участка дорог, которая может быть рассчитана на основе географических координат вершин  $i$  и  $j$ , а также число полос направленного участка дороги  $w_{ij}$ .

Кроме графа автомобильных дорог, в модель задачи оптимизации движения автомобильного транспорта города входят две матрицы  $A = ||a_{ij}||$ ,  $B = ||b_{ij}||$ , размерности  $k_1 \times k_2$ , где  $a_{ij}, b_{ij} = \{0, 1\}$ , которые представляют собой плотность застройки города жилыми районами (матрица  $A$ ) и районами, содержащими места работы населения города (матрица  $B$ ). Они получены следующим образом: весь город разбит на равные квадраты по параллелям и меридианам и каждому квадрату назначено число от 0 до 1, обозначающее вероятность того, что на данном участке будут находиться жилые или рабочие строения. Размерности матриц  $k_1$  и  $k_2$  выбираются исходя из размеров города и имеющейся информации о застройке районов.

Вместе с графом автомобильных дорог  $G$  и матрицами плотности распределения жилых и рабочих зон  $A$  и  $B$  в решаемых задачах присутствует множество автомобилей города  $S$  размерностью  $M$ , автомобиль  $c_i \in S$ , если

---

он участвует в движении. Введем предположение, что автомобили движутся по городу из жилых районов в рабочие утром и из рабочих районов в жилые районы вечером. Вероятность того, что автомобиль начнёт своё движение из района  $a_{ij}$ , представляет отношение плотности застройки данного района жилыми зданиями к суммарной плотности застройки всего города жилыми зданиями:  $P(a_{ij}) = a_{ij} / \sum_{ij} a_{ij}$ , где  $i$  меняется от 0 до  $k_1$ , а  $j$  от 0 до  $k_2$ .

Вероятность выбора района  $b_{ij}$  аналогична:  $P(b_{ij}) = b_{ij} / \sum_{ij} b_{ij}$ .

Каждый автомобиль  $c_i \in C$  движется из начальной точки  $a_{ij}$  в конечную точку  $b_{ij}$  по определённому маршруту  $r_{ci} \in R$ , который может быть задан изначально или быть выбран в процессе движения по определённым алгоритмам. Таким алгоритмом может быть, например, алгоритм  $A^*$  для поиска кратчайшего пути в графе [4]. Маршрут  $r_i \in R$  состоит из  $l$  рёбер  $r = \{e_1, e_2, \dots, e_l\}$ ,  $r_i \in R \in E$  графа  $G$ .

Одним из вычисляемых параметров модели является среднее время движения  $t_{\text{среднее}}$  автомобилей в городе от пункта начала движения до пункта назначения. Получение конкретной целевой функции вычисления среднего времени в пути является сложной задачей, поэтому в данной работе предлагается вычислять значение среднего времени в пути с помощью имитационного моделирования в среде AnyLogic.

Для получения результатов, близких к реальным, на математическую модель накладывается ряд ограничений, таких как:

- максимальная скорость движения автомобилей в городе должна быть не выше максимально разрешённой скорости движения  $V_{\text{max}} \leq V_{\text{огр}}$  (ограничение, наложенное правилами дорожного движения);
- время в пути для каждого автомобиля не может быть выше максимально заданного времени  $t_i \leq t_{\text{max}}$  (каждый автомобиль в

конечном итоге должен добраться до места назначения за время, не превышающее максимально допустимое время в пути).

Исходными данными для решения задачи является граф  $G$  автомобильных дорог и матрицы расположения жилых  $A$  и рабочих  $B$  зон. На выходе алгоритма будет та модель поведения автомобилей в городе, которая позволяет добиться минимального среднего времени в пути [5].

Рассмотрим простой пример: есть два дома, где живут люди, и два места работы, в которых они работают. Между местом работы и домом проложена двухполосная дорога длиной 1,5 км. На расстоянии 1 км от жилых домов они пересекаются, образуя перекрёсток, регулируемый светофором. Кроме двухполосной дороги, от каждого места проживания до места работы проходит однополосная дорога длиной 2 км (рис. 1).

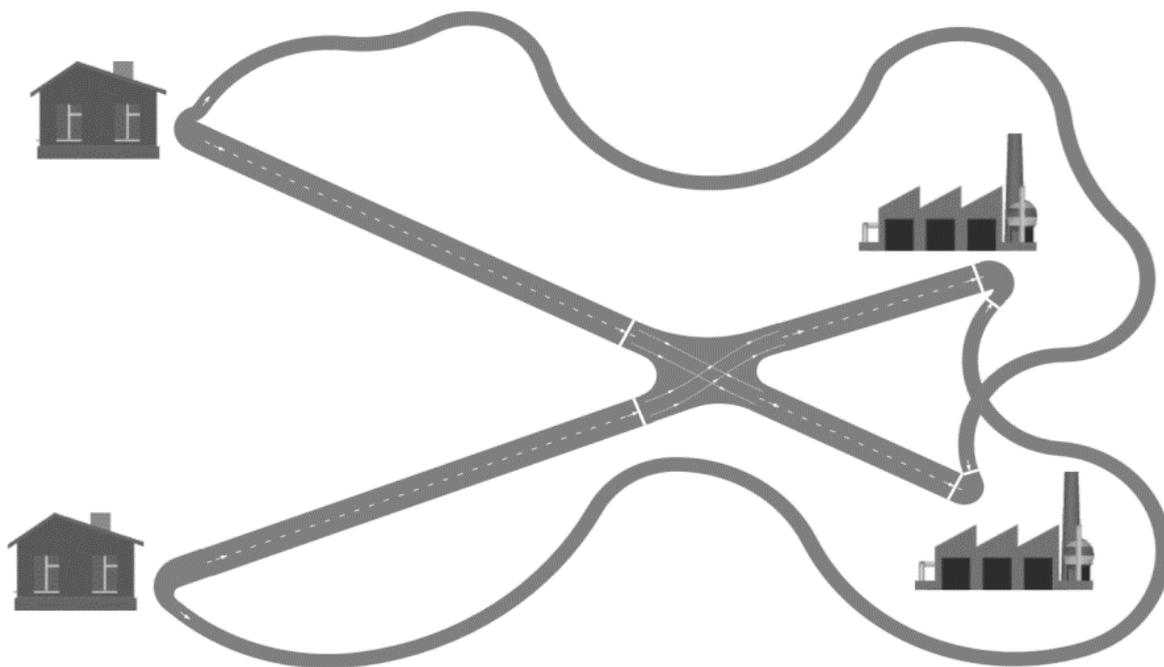


Рис. 1. – Схема автомобильных дорог

Для упрощения модели будем считать, что места проживания и работы располагаются около перекрёстков дорог или вершин графовой модели (рис. 2). Вершины  $a$  и  $b$  являются местами проживания людей, вершины  $d$  и  $e$  –

местами их работы, а вершина *c* – регулируемым перекрёсток дорог светофором.

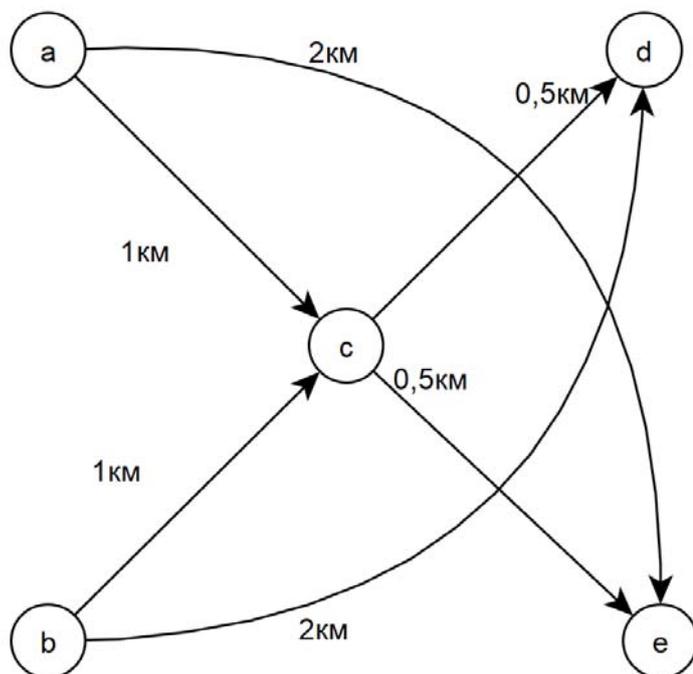


Рис. 2. – Граф автомобильных дорог

Предположим, что место работы всех жителей из вершины *a* расположено в вершине *e*, а все жители из вершины *b* работают в вершине *d*. Тогда у жителей есть выбор, какому маршруту следовать: маршруту *a-c-e* длиной 1,5 км и имеющему 2 полосы движения (или *b-c-d* для жителей вершины *b*), или по однополосному маршруту *a-e* (или *b-d* для жителей вершины *b*) длиной 2 километра. Рассмотрим 2 ситуации: когда каждый водитель действует только в своих интересах и едет по кратчайшему и быстрейшему маршруту, или когда часть водителей действует в общих интересах. В обоих случаях стоит учитывать наличие светофора, который попеременно пускает потоки автомобилей, следующих маршрутами *b-c-d* и *a-c-e* через перекрёсток. Если время фазы зелёного света светофора для каждого потока будет равным, то в среднем каждый поток до светофора будет стоять 50% и ехать оставшиеся 50% времени [6].

Рассчитаем максимальную пропускную способность обоих маршрутов. Для упрощения будем считать, что скорость автомобиля  $V_{авто} = 15$  м/с, длина автомобиля  $l_{авто} = 5$  м, расстояние между автомобилями равно длине автомобиля. Таким образом на участке дороги  $l_{дороги} = 1000$  метров одновременно может находиться не более  $(l_{дороги} * n_{полос}) / (l_{авто} + l_{авто}) = (1000 * 2) / (5 + 5) = 200$  автомобилей, которые проедут данный участок за  $l_{дороги} / V_{авто} = 1000 / 15 \approx 66,67$  секунд. Следовательно, максимальная пропускная способность участка маршрута до светофора равняется  $200 / 66,67 \approx 3$  автомобиля в секунду. С учетом того, что в данном примере поток движется только 50% времени, пропускная способность падает до 1,5 автомобиля в секунду. Пропускная способность участка маршрута после светофора, в случае отсутствия впереди движения препятствий, будет восстановлена и составит 3 автомобиля в секунду, однако при последовательном соединении участков дороги общая пропускная способность равна пропускной способности самого узкого места дороги, и поэтому пропускная способность маршрутов *a-c-e* или *b-c-d* составит 1,5 автомобиля в секунду. Длина участков *a-e* и *b-d* составляет  $l_{дороги} = 2000$  метров. Максимальная пропускная способность данных участков маршрута составит:

$(l_{дороги} * n_{полос}) / (l_{авто} + l_{авто}) / (l_{дороги} / V_{авто}) = (2000 / 10) / (2000 / 15) \approx 1,5$  автомобиля в секунду. Если указать на графе пропускные способности ребер, то он будет иметь вид, показанный на рис. 3.

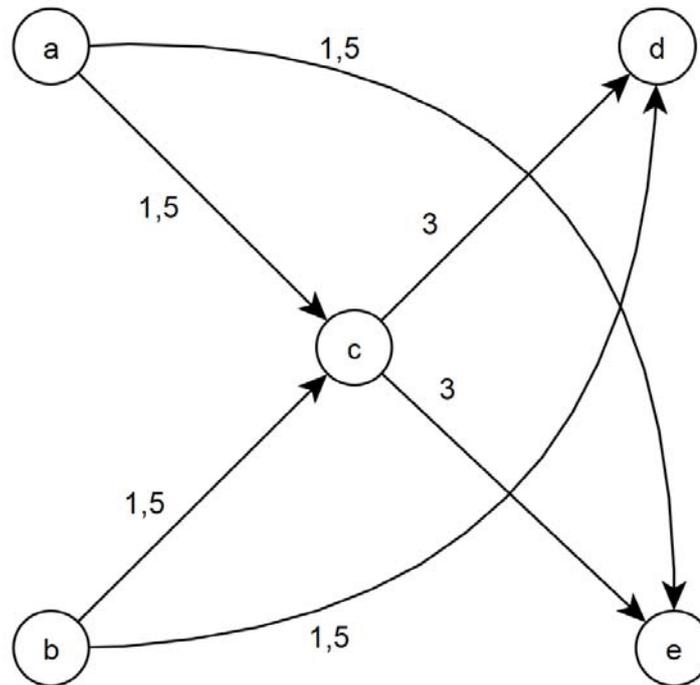


Рис. 3. – Граф G с обозначенными пропускными способностями рёбер

Вернёмся к двум возможным вариантам поведения водителей и посмотрим, как влияют их выбор на среднее время в пути. В первом случае все автомобили поедут по кратчайшему маршруту  $a-c-e$  (или  $b-e-d$ ) и время движения составит  $l_{\text{дороги}} / V_{\text{авто}} = 1500 / 15 = 100$  секунд, однако первая часть маршрута длиной 1км 50% времени стоит из-за светофора, поэтому время движения составит  $t_{\text{маршрута}} = (1/p) * (l_{ac} / V_{\text{авто}}) + l_{ce} / V_{\text{авто}} = (1/0,5) * (1000 / 15) + 500 / 15 \approx 166,67$  секунды. Так как все автомобили следуют по данному маршруту, то  $t_{\text{среднее}} = t_{\text{маршрута}} \approx 166,67c$ . В граничном случае, если все автомобили выйдут в одно и то же время, то пропускной способности маршрута будет недостаточно для организации равномерного движения, и среднее время в пути вырастает в соответствии с распределением времени начала движения автомобилей [7].

Во втором случае, когда часть машин поедет по длинному объездному маршруту, время в пути для них будет равно  $t_{\text{маршрута}} = l_{ae} / V_{\text{авто}} = 2000 / 15 \approx 133,33c$ . Посчитаем среднее время в пути из расчёта, что машины поедут пропорционально пропускной способности

маршрутов, т.е. половина машин поедет по объездному маршруту, а половина по кратчайшему. В данном случае время в пути составит  $(166,67 + 133,33) / 2 = 150c$ . Как видно, второй вариант, когда часть автомобилей едет по более длинному маршруту, сокращает среднее время в пути всех автомобилей на 10%.

Для оптимизации среднего времени в пути всех участников движения в данной работе предполагается решить проблему изменения поведения автомобилей в городе. Предположим, что задача решается на заданной структуре дорог, т.е. граф  $G=const$ , но можно влиять на стратегии выбора маршрутов для автомобилей. При этом введём ограничение максимального времени в пути для автомобилей  $t < t_{max}$ , чтобы не возникла ситуация, когда оптимальное решение требует отказа части автомобилей от движения вообще (не выхода их на маршрут) [8]. Из всех автомобилей выбирается некоторый их процент, который будет двигаться согласно выбранным алгоритмам. Определяется, чему равно среднее время  $t_{cp}$  в пути для всех автомобилей в городе. При решении данной задачи выполняется поиск минимального количества автомобилей, которые, двигаясь по оптимальным алгоритмам, минимизируют общее среднее время в пути с учетом ограничений скорости на маршруте и остановок на светофорах (при моделировании будем учитывать работу светофоров в городе, т.е. узлы графа должны иметь характеристики распределения времени зеленого и красного цветов светофора в течение суток, а также программу их переключений) [9]. Также можно исследовать зависимость среднего времени нахождения в пути в зависимости от значения процента автомобилей, двигающихся по оптимальным алгоритмам.

Проверка алгоритмов маршрутизации, а также выявление исследуемых зависимостей проводится с помощью среды имитационного моделирования AnyLogic [10]. Для моделирования описанной выше проблемы используется

---

модель автомобильного движения. Дороги города на основе картографических данных превращаются в сущности Road модели, перекрёстки дорог имеют светофоры, которые работают с заданными интервалами. Каждый автомобиль в модели движется из точки старта (утром – дом, вечером – работа) в точку назначения (утром – работа, вечером – дом) с помощью команды MoveTo. Расчёт маршрута для автомобилей может производиться как по кратчайшему пути (используются встроенные механизмы построения маршрута по карте), так и на основе специфичных алгоритмов, используемых в ходе решения задач (например, движение по наименее загруженным дорогам). Из-за большой размерности города и числа автомобилей в нём допускается уменьшение масштаба модели для увеличения скорости получения результатов и варьирования стратегиями движения. В ходе данной операции граф дорог города следует упрощать в сторону отказа от моделирования самых небольших по протяженности и малых по нагруженности дорог. Работа предложенного метода моделирования автомобильного движения города была проверена при варьировании числа автомобилей на маршрутах. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (соглашение о предоставлении субсидии № 14.577.21.0242 о предоставлении субсидии от 26.09.2017, уникальный идентификатор проекта RFMEFI57717X0242)

Предложенный в работе подход и приведённый модельный пример расчёта по данной методике позволяет моделировать и исследовать задачу автомобильного движения в городе и оптимизировать среднее время в пути множества автомобилей в среде AnyLogic. Приведёное исследование является отправной точкой в дальнейшей работе, направленной на изучение различных алгоритмов маршрутизации средств передвижения в транспортных сетях.

## Литература

1. Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К. Алгоритмы: Построение и анализ. – М.: Вильямс, 2005. – 1296 с.
  2. Бабичева Т.С., Гасников А.В., Лагуновская А.А., Мендель М.А. Двухстадийная модель равновесного распределения транспортных потоков // Труды МФТИ. – 2015. – Т. 7. – № 3. – С. 31–41.
  3. Щеголева Л.В., Воронов Р.В. Построение дорожного графа для маршрутизации мобильного робота в замкнутой системе коридоров // Инженерный вестник Дона, 2015, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3168](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3168)
  4. Левитан А. В. Алгоритмы: введение в разработку и анализ.: Пер. с англ. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. С. 198-202.
  5. Bender M.A., Farach-Colton M., Pemmasani G., Skiena S., Sumazin P. Lowest common ancestors in trees and directed acyclic graphs // Journal of Algorithms. – 2005. – V. 57 (2). – P. 75–94
  6. Боженюк А.В., Герасименко Е.М. Разработка алгоритма нахождения максимального потока минимальной стоимости в нечеткой динамической транспортной сети // Инженерный вестник Дона, 2013, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1583](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1583)
  7. Дорогуш Е.Г. Математический анализ модели транспортных потоков на автостраде и управление ее состоянием: дис. канд. физ.-мат. наук: 01.01.02. – М.: ВМиК МГУ, 2014. – 90 с.
  8. Bar-Gera H. Origin-based algorithms for transportation network modeling. – University of Illinois at Chicago, 1999
  9. Опойцев В.И. Устойчивые системы большой размерности // Автоматика и телемеханика. – 1986. – № 6. – С. 43–49.
  10. Григорьев И. AnyLogic за три дня: практическое пособие по имитационному моделированию, 2017, 273 с.
-

## References

1. Kormen T.H., Lejzerson Ch.I., Rivest R.L., Shtajn K. Algoritmy: Postroenie i analiz [Algorithms: design and analysis]. M.: Vil'jams, 2005. 1296 p.
2. Babicheva T.S., Gasnikov A.V., Lagunovskaja A.A., Mendel M.A. Trudy MFTI. 2015. T. 7. № 3. pp. 31–41.
3. Shhegoleva L.V., Voronov R.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2015, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3168](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3168)
4. Levitan, A. V. Algoritmy: vvedenie v razrabotku i analiz [Algorithms: introduction to development and analysis]. : Per. s angl. M.: Izdatel'skij dom «Vil'jams», 2006. pp. 198-202.
5. Bender M.A., Farach-Colton M., Pemmasani G., Skiena S., Sumazin P. Journal of Algorithms. 2005. V. 57 (2). pp. 75–94
6. A.V. Bozhenjuk, E.M. Gerasimenko Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1583](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2013/1583)
7. Dorogush E.G. Matematicheskij analiz modeli transportnyh potokov na avtostrade i upravlenie ee sostojaniem [Mathematical analysis of the model of traffic flows on the highway and its state management]: dis. kand. fiz.-mat. nauk: 01.01.02. M.: VMiK MGU, 2014. 90 p.
8. Bar-Gera H. Origin-based algorithms for transportation network modeling. – University of Illinois at Chicago, 1999
9. Opojcev V.I. Ustojchivye sistemy bol'shoj razmernosti [Large dimension resilient systems], Avtomatika i telemekhanika. 1986. № 6. pp. 43–49.
10. Grigor'ev, I. AnyLogic za tri dnja: praktičeskoe posobie po imitacionnomu modelirovaniju [AnyLogic in three days: a practical guide to simulation modelling], 2017, 273 p.