

## Расчет клиновидной опоры (ползун, направляющая), работающей на микрополярном жидком смазочном материале

*Е.О. Лагунова*

*Ростовский государственный университет путей сообщения*

**Аннотация:** Представленная работа посвящена математическому моделированию клиновидной опоры (ползун, направляющая), работающей на микрополярном жидком смазочном материале в турбулентном режиме трения с учетом зависимости вязкостных характеристик микрополярного смазочного материала от температуры и давления. Рассматриваем для случая «тонкого слоя» систему уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости микрополярного смазочного материала с учетом зависимости вязкостных характеристик микрополярного смазочного материала от температуры и давления, уравнение неразрывности и формулу скорости диссипации энергии для определения функции  $\Phi(x)$ , обусловленной расплавом поверхности опорного кольца. В результате определены основные рабочие характеристики рассматриваемой пары трения. Оценено влияние параметра, который обусловлен расплавом направляющей, а также зависимость структурно-вязкостных параметров микрополярного жидкого смазочного материала от температуры и давления на несущую способность и силу трения.

**Ключевые слова:** гидродинамика, опора скольжения (ползун, направляющая), вязкий несжимаемый жидкий микрополярный смазочный материал, расплавленная поверхность направляющей, зависимость вязкости смазочного материала от давления и температуры.

**Введение.** Для современной инженерной практики смазочная среда является одним из важнейших равноправных конструктивных элементов подшипников жидкостного трения.

Одним из методов решения конструктивно-эксплуатационных задач может быть применение смазывания расплавом легкоплавкого покрытия поверхности подшипников [1–7]. Гидродинамическому расчету системы, состоящей из ползуна, при его расположении под углом к поверхности направляющей, в условиях отсутствия смазочного вещества, и учете зависимости вязкости смазочного материала от давления посвящено большое количество работ [8–13]. Рассматриваемая пара трения, работающая на смазывании расплавом, имеет существенный недостаток, а именно низкую несущую способность и не учет влияния неньютоновских смазочных

---

материалов. А также, не является самоподдерживающимся процесс смазывания пластичного смазочного материала.

Следовательно, разработка расчетных моделей подшипников скольжения, работающих на микрополярных смазочных материалах в виде металлических расплавов, учитывая вышеуказанные аспекты функционирования, является одним из перспективнейших направлений теоретических исследований в современной трибологии.

**Постановка задачи.** Рассматривается клиновидная опора, состоящая из системы «ползун – направляющая». Предполагается, что поверхности ползуна и направляющей разделены слоем смазочного материала, обладающими микрополярными свойствами, ползун неподвижен, а направляющая, выполненная из материала с низкой температурой плавления, движется в сторону сужения зазора со скоростью  $u^*$  (рис. 1).

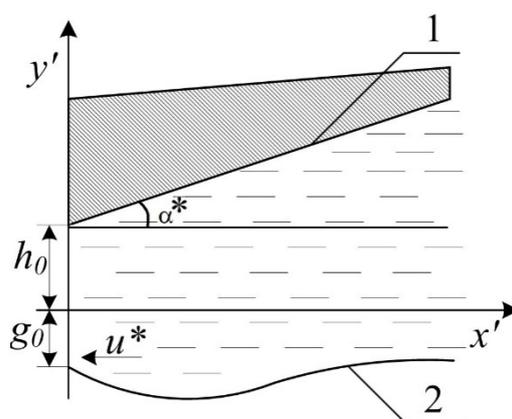


Рис. 1. Рабочая схема

Предполагаем, что вязкостные характеристики микрополярного жидкого смазочного материала зависят от давления и температуры по показательному закону

$$\mu' = \mu_0 e^{\alpha' p' - \beta' T'}, \quad \kappa' = \kappa_0 e^{\alpha' p' - \beta' T'}, \quad \gamma' = \gamma_0 e^{\alpha' p' - \beta' T'}. \quad (1)$$

где  $\mu'$  – коэффициент динамической вязкости смазочного материала;  $\kappa'$ ,  $\gamma'$  – коэффициенты вязкости микрополярного смазочного материала;  $\mu_0$  –

характерная вязкость ньютоновского смазочного материала;  $p'$  – гидродинамическое давление в смазочном слое;  $\alpha'$  – характеризует зависимость вязкости смазочного материала от давления,  $\beta'$  – характеризует зависимость вязкости смазочного материала от температуры.

Рассматривается движение бесконечно широкого ползуна при допущениях:

1. Жидкая среда является вязкой несжимаемой жидкостью.
2. Все тепло, которое выделяется в смазочной пленке, идет на плавление поверхности материала направляющей.

3. Чтобы отразить влияние турбулентности умножим вязкость на коэффициент  $j > 1$ , в результате получим величину эффективной вязкости. Вместе с этим предполагаем, что данный коэффициент  $j$  выражается в виде следующей функции числа Рейнольдса  $j = 0,0139 Re^{0,657}$  [14], где  $Re = \rho u^* h_0^2 / \mu_0 l$  – число Рейнольдса,  $h_0$  – толщина пленки в начальном сечении,  $\mu_0$  – динамическая вязкость,  $u^*$  – скорость движения,  $\rho$  – плотность,  $l$  – длина подшипника.

**Исходные уравнения и граничные условия.** За исходные уравнения рассмотрим систему безразмерных уравнений движения смазочного материала, обладающего микрополярными свойствами для случая «тонкого слоя» и уравнения неразрывности.

$$\frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} + N^2 \frac{\partial v'}{\partial y'} = \frac{1}{j\mu'} \frac{dp'}{dx'}, \quad \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} = \frac{v'}{N_1} + \frac{1}{N_1} \frac{\partial u'}{\partial y'}, \quad \frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0. \quad (2)$$

где  $\mu'$  – коэффициент динамической вязкости;  $u', v'$  – компоненты вектора скорости смазочной среды;  $v'$  – скорость микровращения;  $p'$  – гидродинамическое давление в смазочном слое.

Рассмотрим декартовую систему координат  $x'oy'$  (рис. 1). Уравнение расплавленной поверхности направляющей и контура ползуна можно записать в виде.

$$y' = h_0 + x'tg\alpha^*, \quad y' = -\eta'f'(x'). \quad (3)$$

Граничные условия для рассматриваемой задачи запишутся в виде:

$$\begin{aligned} u' = -u^*, \quad v' = 0, \quad v' = 0 \quad \text{при} \quad y' = -\eta'f'(x'); \\ u' = 0, \quad v' = 0, \quad v' = 0, \quad \text{при} \quad y' = h_0 + x'tg\alpha; \\ p'(0) = p'(1) = \frac{p_a}{p^*}; \quad \eta'f'(x') = \Phi(x) \quad \text{при} \quad x' = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\Phi(x)$  – толщина расплавленной пленки в начальном сечении. Для определения функций  $\Phi(x)$ , обусловленной расплавом опорного кольца, применим формулу скорости диссипации энергии

$$-\frac{d\eta'f'(x')}{dx'} \cdot u^*L' = -2j\mu' \int_{-\Phi(x)}^{h_0+x'tg\alpha} \left( \frac{\partial u'}{\partial y'} \right)^2 dy', \quad (5)$$

где  $L'$  – удельная теплота плавления на единицу объема.

Размерные величины связаны соответствующими безразмерными величинами следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} u' = u^*u; \quad v' = u^*\varepsilon v; \quad v' = v^*v; \quad p' = p^*p; \quad y' = h_0y; \quad x' = lx; \quad \mu' = \mu_0\mu; \\ \kappa' = \kappa_0\kappa; \quad \gamma' = \gamma_0\gamma; \quad N^2 = \frac{\kappa_0}{2\mu_0 + \kappa_0}; \quad N_1 = \frac{2\mu_0l^2}{\kappa_0h_0^2}; \quad l^2 = \frac{\gamma}{4\mu}; \quad \beta = T^*\beta'; \\ \alpha' = \frac{\tilde{\alpha}}{p^*}; \quad T' = T^*T; \quad T^* = \frac{\mu_0u^{*2}}{\Gamma\lambda}; \quad \varepsilon = \frac{h_0}{l}; \quad v^* = \frac{u^*}{2h_0}; \quad p^* = \frac{(2\mu_0 + \kappa_0)lu^*}{2h_0^2} \end{aligned} \quad (6)$$

С учетом перехода к безразмерным переменным в смазочном слое, опуская штрихи приходим к следующей системе уравнений:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + N^2 \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{je^{\tilde{\alpha}p - \beta T}} \frac{dp}{dx}, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{v}{N_1} + \frac{1}{N_1} \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0; \quad (7)$$

$$\frac{1}{j\mu(x)} \frac{d\Phi(x)}{dx} = K \int_{-\Phi(x)}^{h(x)} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dy;$$

где  $K = \frac{2\mu_0 u^*}{h_0 L'}$ ;  $h(x) = 1 + \eta x$ ;  $\eta = \frac{tg\alpha}{h_0}$ ,

и граничным условиям:

$$\begin{aligned} v = 0, \quad \nu = 0, \quad u = 0, \quad \text{при } y = 1 + \eta x = h(x); \\ v = 0, \quad \nu = 0, \quad u = -1 \quad \text{при } y = -\Phi(x); \quad p(0) = p(1) = p_a / p^*. \end{aligned} \quad (8)$$

Учтем малость зазора и равенство  $v = 0$  на неподвижных и подвижных поверхностях. Осредняя второе уравнение системы (7) по толщине смазочного слоя, получим:

$$\frac{1}{h + \Phi} \int_{-\Phi}^h \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} dy = \frac{1}{N_1} \cdot \frac{1}{h + \Phi} \int_{-\Phi}^h v dy + \frac{1}{N_1} \cdot \frac{1}{h + \Phi} \int_{-\Phi}^h \frac{\partial u}{\partial y} dy. \quad (9)$$

Будем искать решение уравнения (9) в виде:

$$v = A_1(x)y^2 + A_2(x)y + A_3(x). \quad (10)$$

Учитывая граничные условия (8), получим для  $v$  выражение:

$$v = A_1(x) \cdot (y^2 - (h - \Phi)y - \Phi h). \quad (11)$$

Подставим (11) в (9) с точностью до членов  $O(\Phi/N_1)$ ,  $O(1/N_1^2)$ , в итоге имеем:

$$v = \frac{1}{2N_1 h} (y^2 - hy), \quad \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{2N_1 h} (2y - h), \quad A_1 = \frac{1}{2N_1 h}. \quad (12)$$

Система уравнений (7) при учете (12) в принятом нами приближении имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{N^2}{2N_1 h} (2y - h) = \frac{1}{j\mu(x)} \frac{dp}{dx}, \quad v = \frac{1}{2N_1 h} (y^2 - hy), \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad \frac{1}{j\mu(x)} \frac{d\Phi(x)}{dx} = K \int_{-\Phi(x)}^{h(x)} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dy. \end{aligned} \quad (13)$$

В качестве малого параметра примем параметр  $K$ , который обусловлен расплавом и скоростью диссипации энергии. Функцию  $\Phi(x)$  будем искать в виде:

$$\Phi(x) = -K\Phi_1(x) - K^2\Phi_2(x) - K^3\Phi_3(x) - \dots = H. \quad (14)$$

На контуре  $y=0 - \Phi(x)$  для безразмерных компонентов скорости  $u$  и  $v$  граничные условия примут вид:

$$v(0 - H(x)) = v(0) - \left. \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right|_{y=0} H(x) - \left. \left( \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \right|_{y=0} H^2(x) - \dots = 0;$$
$$u(0 - H(x)) = u(0) - \left. \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right|_{y=0} H(x) - \left. \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \right|_{y=0} H^2(x) - \dots = -1. \quad (15)$$

Учитывая граничные условия (8) и (15), асимптотическое решение системы дифференциальных уравнений (13) ищем в виде рядов по степеням малого параметра  $K$ :

$$v = v_0(x, y) + Kv_1(x, y) + K^2v_2(x, y) + \dots,$$
$$u = u_0(x, y) + Ku_1(x, y) + K^2u_2(x, y) + \dots,$$
$$\Phi(x) = -K\Phi_1(x) - K^2\Phi_2(x) - K^3\Phi_3(x) - \dots,$$
$$p = p_0 + Kp_1(x) + K^2p_2(x) + K^3p_3(x) + \dots,$$
$$\mu(x) = \mu_0(x) + K\mu_1(x) + K^2\mu_2(x) + K^3\mu_3(x) + \dots,$$
$$T = T_0 + KT_1(x) + K^2T_2(x) + K^3T_3(x) + \dots \quad (16)$$

Выражения (16) подставим в систему дифференциальных уравнений (13) при учете граничных условий (8), в результате придем к следующим уравнениям:

– для нулевого приближения:

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + \frac{N^2}{2N_1 h} (2y - h) = \frac{1}{j\mu_0(x)} \frac{dp_0}{dx}, \quad \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial y} = 0. \quad (17)$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} v_0 = 0, \quad v_0 = 0, \quad u_0 = 0, \quad \text{при } y = 1 + \eta x; \\ v_0 = 0, \quad u_0 = -1, \quad v_0 = 0 \quad \text{при } y = 0; \quad p_0(0) = p_0(1) = p_a / p^*; \end{aligned} \quad (18)$$

– для первого приближения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} = \frac{1}{j\mu_0(x)} \frac{dp_1}{dx} - \frac{\mu_1(x)}{j\mu_0^2(x)} \frac{dp_0}{dx}, \quad \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial y} = 0, \\ \frac{d\Phi_1(x)}{dx} = j\mu_0(x) K \int_{-\Phi_0}^{1+\eta x} \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} \right)^2 dy; \end{aligned} \quad (19)$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} v_1 = \left( \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} \cdot \Phi_1(x); \quad u_1 = \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} \cdot \Phi_1(x); \\ v_1 = 0, \quad v_1 = 0, \quad u_1 = 0 \quad \text{при } y = 1 + \eta x; \\ p_1(0) = p_1(1) = 0, \quad K\Phi_1(0) = K\alpha^*, \quad \Phi(0) = \Phi(1) = \alpha^*. \end{aligned} \quad (20)$$

**Точное автомодельное решение.** Для нулевого приближения точное автомодельное решение задачи в принятом нами приближении с точностью до членов  $O(\eta/N_1)$  ищем в виде:

$$\begin{aligned} u_0 = \frac{\partial \psi_0}{\partial x} + U_0(x, y); \quad v_0 = -\frac{\partial \psi_0}{\partial y} + V_0(x, y); \quad \psi_0(x, y) = \tilde{\psi}_0(\xi); \quad \xi = \frac{y}{h(x)}; \\ V_0(x, y) = -\tilde{v}(\xi) \cdot h'(x); \quad U_0(x, y) = \tilde{u}_0(\xi). \end{aligned} \quad (21)$$

Подставим (21) в систему дифференциальных уравнений (17) при учете граничных условий (18). В результате с точностью до  $O\left(\frac{\eta}{N_1}\right)$  получим

следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_0''' = \tilde{C}_2; \quad \tilde{u}_0'' = \tilde{C}_1 - \frac{N^2}{2N_1} (2\xi - 1); \quad \tilde{u}_0' + \xi \tilde{v}_0' = 0; \\ \frac{dp_0}{dx} = j\mu_0(x) \left( \frac{\tilde{C}_1}{h^2(x)} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3(x)} \right); \end{aligned} \quad (22)$$

и граничные условия:

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}'_0(0) = 0, \quad \tilde{\Psi}'_0(1) = 0; \quad \tilde{u}_0(1) = 0, \quad \tilde{v}_0(1) = 0; \quad v(0) = v(1) = 0, \\ \tilde{u}_0(0) = 1, \quad \tilde{v}_0(0) = 0, \quad \int_0^1 \tilde{u}_0(\xi) d\xi = 0, \quad p_0(0) = p_0(1) = p_a/p^*. \end{aligned} \quad (23)$$

Непосредственно интегрируя, получим:

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}'_0(\xi) = \frac{\tilde{C}_2}{2}(\xi^2 - \xi), \quad \tilde{u}_0(\xi) = \tilde{C}_1 \frac{\xi^2}{2} - \frac{N^2}{2N_1} \left( \frac{\xi^3}{3} - \frac{\xi^2}{2} \right) - \left( \frac{N^2}{12N_1} + \frac{\tilde{C}_1}{2} + 1 \right) \xi + 1, \\ \tilde{C}_1 = 6. \end{aligned} \quad (24)$$

Используем условие  $p_0(0) = p_0(1) = p_a/p^*$ , с точностью до членов второго порядка малости  $O(\eta^2)$  для  $\tilde{C}_2$  получим следующее выражение:

$$\tilde{C}_2 = -\tilde{C}_1 \frac{I_2(1)}{I_3(1)}; \quad I_k(x) = \int_0^x \frac{dx}{h^k(x)}; \quad \tilde{C}_2 = -6 \left( 1 + \frac{1}{2} \eta \right). \quad (25)$$

Для нахождения гидродинамического давления для нулевого приближения сначала определим  $\mu_0$  как функцию от  $x$ . Для этого выражение  $\mu_0(x) = e^{\tilde{\alpha}p - \beta T}$  продифференцируем:

$$\frac{d\mu_0(x)}{dx} = \mu_0(x) \left( \tilde{\alpha} \frac{dp_0}{dx} - \beta \frac{dT_0}{dx} \right). \quad (26)$$

Для определения  $\frac{dT_0}{dx}$  используем формулу для скорости диссипации энергии:

$$\frac{dT_0}{dx} = - \frac{24\mu_0\mu_0(x)\beta u^* l h(x)}{T^* c_p h_0^2 \int_0^1 \tilde{\Psi}'_0(\xi) d\xi} \int_0^1 \left( \frac{\tilde{\Psi}''_0(\xi)}{h^2(x)} + \frac{\tilde{u}'_0(\xi)}{h(x)} \right)^2 d\xi. \quad (27)$$

Подставляя (27) в (26) и сделав ряд преобразований, получим:

$$\frac{1}{\mu_0^2(x)} \frac{d\mu_0(x)}{dx} = \tilde{\alpha} \left( \frac{\tilde{C}_1}{h^2(x)} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3(x)} \right) + \frac{24\mu_0 u^* l \beta h(x)}{T^* c_p h_0^2 \tilde{C}_2} \int_0^1 \left( \frac{\tilde{\Psi}''_0(\xi)}{h^2(x)} + \frac{\tilde{u}'_0(\xi)}{h(x)} \right)^2 d\xi, \quad (28)$$

где  $c_p$  – теплоемкость при постоянном давлении.

Интегрируя (28), получим

$$\frac{1}{\mu_0(x)} = 1 - \tilde{\alpha}(\tilde{C}_1 J_2(x) + \tilde{C}_2 J_3(x)) - \tilde{B}\beta[\Delta_1 J_3(x) + \Delta_2 J_2(x) + \Delta_3 J_1(x)], \quad (29)$$

где  $\tilde{B} = \frac{24\mu_0 u^* l}{T^* c_p h_0^2 \tilde{C}_2}$ ;  $\Delta_1 = \int_0^1 (\tilde{\psi}_0''(\xi))^2 d\xi = 3(1 + \eta)$ ;

$$\Delta_2 = 2 \int_0^1 (\tilde{\psi}_0''(\xi) \cdot \tilde{u}'_0(\xi)) d\xi = -6 \left(1 + \frac{1}{2}\eta\right);$$

$$\Delta_3 = \int_0^1 (\tilde{u}'_0(\xi))^2 d\xi = 4 + \frac{N^4}{720N_1^2}; \quad J_k(x) = \int_0^x \frac{dx}{h^k(x)}.$$

Функцию  $\mu_0(x)$  заменим ее усредненным интегральным значением с учетом решений  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, J_3(x), J_2(x), J_1(x)$  с точностью до  $O(\eta^2)$ . В результате для  $\tilde{\mu}_0$  получим следующую формулу:

$$\tilde{\mu}_0 = 1 + \tilde{\alpha} \frac{\eta}{12} - B\beta \left( -\frac{3}{4} + \frac{11}{24}\eta - \left(4 + \frac{N^4}{720N_1^2}\right) \left(\frac{1}{72}\eta + \frac{1}{12}\right) \right), \quad (30)$$

где  $B = \frac{24\mu_0 u^* l}{T^* c_p h_0^2}$ .

Тогда

$$p_0 = 3\eta j \tilde{\mu}_0 (x^2 - x) + p_a / p^*. \quad (31)$$

Для определения  $\Phi_1(x)$  с учетом уравнения (24), получим следующее уравнение:

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} = h(x) \int_0^1 \left( \frac{\psi_0''(\xi)}{h^2(x)} + \frac{\tilde{u}'_0(\xi)}{h(x)} \right)^2 d\xi. \quad (32)$$

Проинтегрируем уравнение (32) и получим:

$$\Phi_1(x) = \int_0^x \frac{\Delta_1 dx}{h^3(x)} + \int_0^x \frac{\Delta_2 dx}{h^2(x)} + \int_0^x \frac{\Delta_3 dx}{h(x)}, \quad (33)$$

Решим уравнение (33) с учетом  $K\Phi_1(0) = K\alpha^*$ , получим:

$$\Phi_1(x) = \left[ -3x + \frac{3}{2}\eta x^2 + \left( 4 + \frac{N^4}{720N_1^2} \right) \left( x - \frac{\eta}{2}x^2 \right) \right] + \alpha^*. \quad (34)$$

Для первого приближения точное автомодельное решение ищем в виде:

$$u_1 = \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} + U_1(x, y); \quad v_1 = -\frac{\partial \Psi_1}{\partial y} + V_1(x, y); \quad \Psi_1(x, y) = \tilde{\Psi}_1(\xi); \quad \xi = \frac{y}{h(x)};$$

$$V_1(x, y) = -\tilde{v}(\xi) \cdot h'(x); \quad U_1(x, y) = \tilde{u}_1(\xi). \quad (35)$$

Подставим (35) в систему дифференциальных уравнений (19) при учете граничных условий (20). В результате получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\tilde{\Psi}_1'''(\xi) = \tilde{C}_2, \quad \tilde{u}_1'' = \tilde{C}_1, \quad \tilde{u}_1' + \xi \tilde{v}_1' = 0,$$

$$\frac{1}{j\mu_0(x)} \frac{dp_1}{dx} - \frac{\mu_1(x)}{j\mu_0^2(x)} \frac{dp_0}{dx} = \frac{\tilde{C}_1}{h^2(x)} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3(x)}, \quad (36)$$

и соответствующие граничные условия

$$\tilde{\Psi}_1'(0) = 0, \quad \tilde{\Psi}_1'(1) = 0; \quad \tilde{u}_1(1) = 0, \quad \tilde{v}_1(1) = 0; \quad v_1(0) = v_1(1) = 0,$$

$$\tilde{u}_1(0) = M, \quad \tilde{v}_1(0) = 0, \quad \int_0^1 \tilde{u}_1(\xi) d\xi = 0, \quad p_1(0) = p_1(1) = 0. \quad (37)$$

Непосредственно интегрируя, получим:

$$\tilde{\Psi}_1'(\xi) = \frac{\tilde{C}_2}{2}(\xi^2 - \xi), \quad \tilde{C}_1 = 6M, \quad \tilde{u}_1(\xi) = \tilde{C}_1 \frac{\xi^2}{2} - \left( \frac{\tilde{C}_1}{2} + M \right) \xi + M. \quad (38)$$

Используя условие  $p_1(0) = p_1(1) = 0$  для  $\tilde{C}_2$  получим:

$$\tilde{C}_2 = -6M \left( 1 + \frac{1}{2}\eta \right), \quad (39)$$

где

$$M = \sup_{x \in [0;1]} \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} \cdot \Phi_1(x) = \sup_{x \in [0;1]} \left( -\frac{N^2}{2N_1} \frac{(1+\eta x)^2}{6} - 3\eta(2x-1) \frac{(1+\eta x)^2}{2} \right) \times$$

$$\times \left( 3x \left( \frac{\eta}{2} - 1 \right) - \frac{3}{2} \eta x^2 + \left( 4 + \frac{N^4}{720 N_1^2} \right) \left( x - \frac{\eta}{2} x^2 \right) + \alpha^* \right).$$

Для нахождения гидродинамического давления из уравнения  $\frac{1}{j\mu_0(x)} \frac{dp_1}{dx} - \frac{\mu_1(x)}{j\mu_0^2(x)} \frac{dp_0}{dx} = \frac{\tilde{C}_1}{h^2(x)} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3(x)}$  сначала определим  $\mu_1(x)$ .

Для этого выражение  $\mu_1(x) = e^{\tilde{\alpha}p_1 - \beta T_1}$  продифференцируем:

$$\frac{d\mu_1(x)}{dx} = \tilde{\alpha}\mu_0(x) \frac{dp_1}{dx} + \tilde{\alpha}\mu_1(x) \frac{dp_0}{dx} - \beta\mu_1(x) \frac{dT_0}{dx} - \beta\mu_0(x) \frac{dT_1}{dx}. \quad (40)$$

Для определения  $\frac{dT_1}{dx}$  используем формулу для скорости диссипации энергии:

$$\frac{dT_1}{dx} = - \frac{24\mu_0\mu_1(x)\beta u^* l h(x)}{T^* c_p h_0^2 \tilde{C}_2} \int_0^1 2 \left( \frac{\tilde{\psi}_0''(\xi)}{h^2(x)} + \frac{\tilde{u}'_0(\xi)}{h(x)} \right) \left( \frac{\tilde{\psi}_1''(\xi)}{h^2(x)} + \frac{\tilde{u}'_1(\xi)}{h(x)} \right) d\xi. \quad (41)$$

Подставляя (41) в (40) и сделав ряд преобразований с точностью до членов  $O(K\tilde{\alpha}\mu_1(x))$ , получим:

$$\ln|\mu_1(x)| = \beta B \tilde{\mu}_0 \left[ \frac{1}{\tilde{C}_2} (\Delta_1 J_3(x) + \Delta_2 J_2(x) + \Delta_3 J_1(x)) + \frac{2}{\tilde{C}_2} (\tilde{\Delta}_1 J_3(x) + \tilde{\Delta}_2 J_2(x) + \tilde{\Delta}_3 J_2(x) + \tilde{\Delta}_4 J_1(x)) \right], \quad (42)$$

где  $B = \frac{24\mu_0 u^* l}{T^* c_p h_0^2}$ ;  $\tilde{\Delta}_1 = \int_0^1 \psi_0''(\xi) \psi_1''(\xi) d\xi$ ;  $\tilde{\Delta}_2 = \int_0^1 \psi_0''(\xi) \cdot \tilde{u}'_1(\xi) d\xi$ ;

$$\tilde{\Delta}_3 = \int_0^1 \psi_1''(\xi) \cdot \tilde{u}'_0(\xi) d\xi; \tilde{\Delta}_4 = \int_0^1 \tilde{u}'_0(\xi) \tilde{u}'_1(\xi) d\xi. \quad (43)$$

Сделав ряд преобразований в уравнении (42) с учетом (43), а затем полученную функцию  $\mu_1(x)$  заменим ее усредненным интегральным значением, получим:

$$\tilde{\mu}_1 = \int_0^1 \mu_1(x) dx = 1 - e^{B\tilde{\mu}_0\beta \left[ \frac{7}{4} \frac{9}{8} \eta - \left( \frac{1}{2} \frac{5}{12} \eta \right) \left( \frac{1}{6} \left( 4 + \frac{N^4}{720N_1} \right) + \frac{4}{3} \right) \right]}. \quad (44)$$

Тогда для  $p_1$  получим:

$$p_1 = 3j\eta(x^2 - x)(\tilde{\mu}_1 + M\tilde{\mu}_0). \quad (45)$$

**Результаты исследования и их обсуждения.** Перейдем к определению основных рабочих характеристик подшипника. Учитывая (17), (19), (31) и (48) для несущей способности и силы трения получим:

$$\begin{aligned} W &= \frac{(2\mu_0 + \kappa_0)lu^{*2}}{2h_0^2} \int_0^1 \left( p_0 - \frac{p_a}{p^*} + Kp_1 \right) dx = \frac{(2\mu_0 + \kappa_0)lu^{*2}\eta j}{4h_0^2} \left( \tilde{\mu}_0 + \frac{K}{2} (\tilde{\mu}_1 + \tilde{\mu}_0 M) \right), \\ L_{mp} &= \frac{(2\mu_0 + \kappa_0)lu^*}{2h_0} \int_0^1 \left[ \frac{\partial u_0}{\partial y} \Big|_{y=0} + K \frac{\partial u_1}{\partial y} \Big|_{y=0} \right] dx = \\ &= -\frac{(2\mu_0 + \kappa_0)lu^{*2}j}{2h_0} \left[ \tilde{\mu}_0 \left( -\frac{N^2(1+\eta)}{12N_1} - \frac{\eta}{2} \right) - KM\tilde{\mu}_1 \left( 1 + \frac{\eta}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (46)$$

По результатам численного анализа построены графики (рис. 2–5), позволяющие сделать следующие выводы.

1. Получена уточненная расчетная модель клиновидной опоры скольжения, работающей в условиях гидродинамического смазывания на микрополярном жидком смазочном материале, обусловленной расплавом покрытое легкоплавким металлическим расплавом поверхности опорного кольца.

2. Показан значительный вклад параметров: параметра  $N_1$ , характеризующего размер молекул смазочного материала, параметра  $K$ , обусловленного расплавом поверхности легкоплавкого покрытия поверхности опорного кольца, параметра связи  $N$ , параметра  $\alpha$ , характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от давления, и параметра  $\beta$ , характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от температуры.

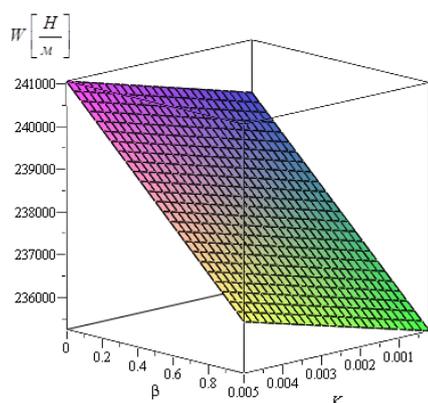


Рис. 2. Зависимость несущей способности от параметра  $K$ , обусловленного расплавом, и параметра  $\beta$ , характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от температуры.

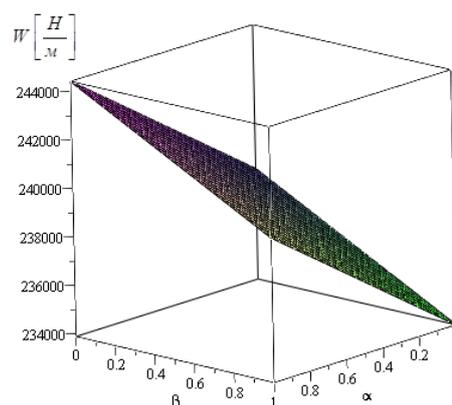


Рис. 3. Зависимость несущей способности от параметра  $\beta$ , характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от температуры, и от параметра  $\alpha$ , характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от давления

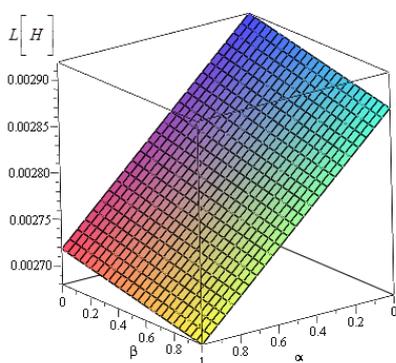


Рис. 4. Зависимость силы трения от параметра  $\beta$ , характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от температуры, и от параметра  $\alpha$ , характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от давления

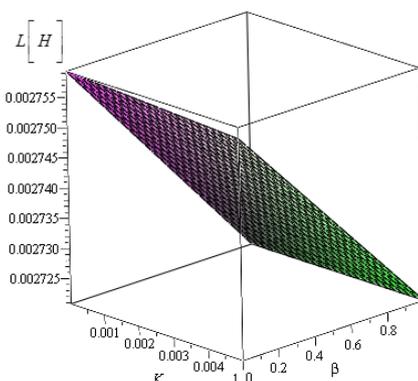


Рис. 5. Зависимость силы трения от параметра  $K$ , обусловленного расплавом, и от параметра  $\beta$ , характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от температуры

Установлено, что значительное повышение несущей способности и уменьшение силы трения происходит при росте структурно-вязкостных параметров микрополярного смазочного материала ( $N$  и  $N_1$ ), параметра  $K$ , обусловленного расплавом поверхности направляющей покрытой легкоплавким покрытием, параметра  $\alpha$ , характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от давления. А также установлено, что значительное увеличение силы трения и уменьшения несущей способности происходит при учете параметра  $\beta$ , характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от температуры.

Работа выполнена по гранту ОАО «РЖД» № 2210370/22.12.2016 на развитие научно-педагогических школ в области железнодорожного транспорта.

### Литература

1. Прокопьев, В.Н., Бояршинова А.К., Задорожная Е.А. Динамика сложнагруженного подшипника, смазываемого неньютоновской жидкостью // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2005. – № 6. – С. 108– 114.
2. Прокопьев, В.Н., Задорожная Е.А., Караваев В.Г., Леанов И.Г. Совершенствование методики расчета сложнагруженных подшипников скольжения, смазываемых неньютоновскими маслами // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2010. – № 1. – С. 63– 67.
3. Дергулян, Ф.П., Щербаков И.Н. Обоснование процесса получения композиционных антифрикционных самосмазывающихся материалов с заданными техническими характеристиками методом химического наноконструирования. // Инженерный вестник Дона, 2010, №4 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2010/287

4. Беретта. Подшипники скольжения, смазываемые собственным расплавом или продуктом сублимации / Беретта, Ниро, Сильвестри // Труды Амер. о-ва инж. -мех. – 1992. – № 1. – С. 86–90.

5. Приходько, В.М., Котельницкая Л.И. Математическая модель гидродинамической смазки при плавлении опорной поверхности радиального подшипника // Трение и износ. – 2001. – Т. 22, № 6. – С. 606–608.

6. Ахвердиев К.С., Мукутадзе М.А., Лагунова Е.О., Василенко В.В. Гидродинамический расчет радиального подшипника, смазываемого расплавом легкоплавкого покрытия при наличии смазочного материала // Вестник РГУПС. – 2017. – №2 (66). – С. 129-135.

7. Василенко, В.В., Лагунова Е.О., Мукутадзе М.А. Гидродинамический расчет радиального подшипника, смазываемого расплавом легкоплавкого покрытия при наличии смазочного материала // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 9, №5 (2017) URL: [naukovedenie.ru/PDF/20TVN517.pdf](http://naukovedenie.ru/PDF/20TVN517.pdf)

8. Ахвердиев, К.С., Василенко, В.В., Лагунова Е.О. Расчетная модель радиального подшипника, смазываемого расплавом, с учетом зависимости вязкости от давления // Вестник ДГТУ. – 2017. – №3 (90). – С. 27-37.

9. Lagunova, E.O. Wedge-Shaped Sliding Supports Operating on Viscoelastic Lubricant Material Due to the Melt, Taking Into Account the Dependence of Viscosity and Shear Modulus on Pressure // International Journal of Applied Engineering Research ISSN 0973-4562 Volume 12, Number 19 (2017) pp. 9120-9127.

10. Lagunova, E.O. Radial Plain Bearings Operating on Viscoelastic Lubricant Caused by the Melt, Taking into Account the Dependence of the Viscosity of the Lubricant and the Shear Modulus on the Pressure // International Journal of Applied Engineering Research ISSN 0973-4562 Volume 12, Number 19 (2017) pp. 9128-9137.

---

11. Calculation Model of the Radial Bearing, Caused by the Melt, Taking into Account the Dependence of Viscosity on Pressure / V.V. Vasilenko, E.O. Lagunova, M.A. Mukutadze, V.M. Prikhodko // International Journal of Applied Engineering Research ISSN 0973-4562 Volume 12, Number 19 (2017) pp. 9138-9148.

12. Ахвердиев К.С., Мукутадзе М.А., Лагунова Е.О., Василенко В.В. Клиновидные опоры скольжения, работающие на микрополярном смазочном материале, обусловленные расплавом // Вестник РГУПС. – 2017. – №3 (67). – С. 8-15.

13. Гармоница А.Н., Мукутадзе М.А., Приходько В.М. Расчетная модель радиального подшипника с двухслойным пористым покрытием на поверхности вала, работающего на электропроводящем смазочном материале// Инженерный вестник Дона, 2017, №3 URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4320](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4320)

14. Нг. Линеаризованная теория турбулентного течения смазки / Нг, Пэн // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1965. – №3. – С. 157–162.

### References

1. Prokop'ev V.N., Boyarshinova A.K., Zadorojnaya E.A. Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin, 2005. № 6. pp. 108 – 114.
2. Prokop'ev V.N., Zadorozhnaya E.A., Karavaev V.G., Levanov I.G. Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin, 2010. №1. pp. 63– 67.
3. Dergulyan, F.P., Scherbakov I.N. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2010, №4 URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n4y2010/287](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4y2010/287).
4. Beretta, Niro, Silvestri. Trudy Amer. o-va inzh. -meh.1992. №1. pp. 86-90.
5. Prikhodko V.M., Kotelnitskaya L.I. Trenie i iznos , 2001. V. 22, №6. pp. 606-608.



6. Akhverdiev K.S., Mukutadze M.A., Lagunova E.O., Vasilenko V.V. Vestnik RGUPS, 2017. №2 (66). pp. 129-135.
7. Vasilenko V.V., Lagunova E.O., Mukutadze M.A. Internet-zhurnal «NAUKOVEDENIE» Tom 9, №5 (2017). URL: [naukovedenie.ru/PDF/20TVN517.pdf](http://naukovedenie.ru/PDF/20TVN517.pdf)
8. Akhverdiev K.S., Lagunova E.O., Vasilenko V.V. Vestnik DGTU. 2017. vol. 17. no.3, pp. 27–37.
9. Lagunova, E.O. International Journal of Applied Engineering Research ISSN 0973-4562 Volume 12, Number 19 (2017) pp. 9120–9127.
10. Lagunova, E.O. International Journal of Applied Engineering Research ISSN 0973-4562 Volume 12, Number 19 (2017) pp. 9128–9137.
11. Vasilenko V.V., Lagunova E.O., Mukutadze M.A., Prikhodko V.M. International Journal of Applied Engineering Research ISSN 0973-4562 Volume 12, Number 19 (2017) pp. 9138–9148.
12. Akhverdiev K.S., Mukutadze M.A., Lagunova E.O., Vasilenko V.V. Vestnik RGUPS. 2017. №3 (67).
13. Garmonina A.N., Mukutadze M.A., Prikhodko V.M. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №3. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4320](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4320)
14. Ng. Pan. Teoreticheskie osnovy inzhenernyh raschetov, 1965. No. 3. pp. 157–162.