

## Анализ применяемых методик вычисления прочности нормального сечения многослойных изгибаемых элементов строительных конструкций

*Б.Е. Рязских, М.М. Джавид*

*Воронежский государственный технический университет*

**Аннотация:** В статье рассматриваются существующие методы расчета прочности нормального сечения в многослойных изгибаемых конструкциях. Был проанализирован опыт российских и зарубежных исследователей, выполнено сравнение подходов, описанных в отечественных и иностранных нормативных документах, выявлены ключевые отличия. При этом уделено особое внимание математическому описанию работы бетона, как материала. В заключении сделан вывод о целесообразности дальнейших исследований для поиска наиболее оптимальной методики расчета многослойных конструкций.

**Ключевые слова:** бетон, железобетон, многослойные конструкции, метод расчета, изгибаемый элемент, нормальное сечение, напряжения, высокопрочный бетон, диаграмма напряжения, описание работы бетона, изгибающий момент, нейтральная ось.

### Применение многослойных изгибаемых конструкций в строительстве

В настоящее время большинство несущих и ограждающих конструкций из железобетона в строительстве выполняются преимущественно однослойными элементами из тяжелого бетона. Применение двухслойных или многослойных несущих элементов не получило широкого распространения. Вместе с тем, такой подход позволяет не только повысить теплоизоляционные свойства, но и значительно снизить их собственный вес, что приводит к экономии материалов.

Имеется достаточно широкий опыт применения слоистых конструкций в стеновых панелях, плитах покрытий промышленных и сельскохозяйственных зданий с высокой влажностью, наличием агрессивных компонентов и в ряде других случаев [1]. Наибольшее распространение при этом получили трехслойные панели [2, 3]. Несущие слои в этих конструкциях, как правило, выполнены из тяжелых бетонов класса по

прочности на сжатие В25 и выше, а изолирующие слои выполнены из низкопрочных легких бетонов, например, из керамзитобетона.

С целью улучшения теплоизоляционных свойств применяются трехслойные панели чердачных перекрытий и покрытий с утеплителем из легких бетонов. Конструкции такого типа активно выпускаются за рубежом в Бельгии, Нидерландах и Швеции [4].

Имеются разработки и исследования по возможному применению различных многослойных конструкций с применением гибких металлических связей, соединяющих два несущих слоя трехслойных конструкций [3, 5].

Отдельного внимания заслуживают ребристые трехслойные арболито-бетонные плиты, разработанные в «Научно-исследовательском, проектно-конструкторском и технологическом институте бетона и железобетона» (НИИЖБ им. А.А. Гвоздева). Характерной особенностью этих конструкций является то, что арболит выполняет функции не только изолирующего материала, но и сопротивляется как несущий слой, обеспечивая прочность на сдвиг и общую жесткость плит [6].

В последние годы исследователями были рассмотрены методы расчета двухслойных железобетонных элементов в виде балок, в которых в сжатой зоне расположен тяжелый бетон, а в растянутой – легкий бетон на пористых заполнителях. В частности, были получены практические рекомендации конструирования элементов так, чтобы контактная поверхность двух бетонов не попадала в сжатую зону сечения [7].

В работе [8] рассматривалась возможность конструирования двухслойных каутоно-бетонных изгибаемых элементов. При этом каутон применялся в сжатой зоне нормального сечения. В исследованиях было отмечено, что поскольку каутон хорошо сопротивляется при растяжении, то несущая способность конструкций с его применением заметно возрастала.

---

Однако, каутон – довольно дорогой материал и в массовом производстве не применяется, и поэтому может быть использован лишь в отдельных исключительных случаях.

В работе [9] предложена методика расчета трехслойных железобетонных плитных конструкций, включающих в себя крайние слои из тяжелого бетона и средний из облегченного керамзитобетона. Методика подразумевает итерационный расчет, который учитывает диаграмму деформирования бетона в явном виде. При этом, результаты расчетов показывают большую сходимость с экспериментальными исследованиями.

#### **Анализ применяемых методик расчета прочности нормального сечения многослойных изгибаемых элементов**

Установлено, что особенности конструирования трехслойных конструкций с предварительно напряженной или обычной арматурой, позволяют нейтральной линии проходить в зависимости от конфигурации в пределах крайнего сжатого слоя ( $x \leq h'_c$ ) или в пределах среднего слоя ( $x > h'_c$ ), где  $h'_c$  – толщина верхнего слоя,  $x$  – высота сжатой зоны. Для расчета несущей способности таких конструкций существует два подхода.

Первый подход изложен в работах И.Д. Передериенко и Ю.И. Мешкаускаса [10, 11] на примере расчета прочности нормального сечения трехслойных шлакожелезобетонных и керамзитобетонных конструкций.

В случае, когда высота сжатой зоны находится в пределах крайнего слоя ( $x \leq h'_c$ ), расчет нормальных сечений рекомендуется производить по общепринятой методике, изложенной в нормативной документации, как для однослойных железобетонных элементов прямоугольного сечения с геометрическими и прочностными характеристиками верхнего слоя, соответствующими фактическим (рис. 1, а).

---

Если высота сжатой зоны выходит за пределы крайнего сжатого слоя ( $x > h'_c$ ), то слоистые сечения приводятся к однослойным из более прочного бетона согласно их расчетным прочностям на сжатие при изгибе. При этом значения напряжений в бетоне и шлакобетоне соотносятся в зависимости от соотношения их модулей упругости (рис. 1, б).

Высота сжатой зоны вычисляется по формуле:

$$x = h_0 - \sqrt{h_0^2 + \left(\frac{1}{n} - 1\right)(2h_0 - c^2) - \frac{2M}{mbR_u n}}, \quad (1)$$

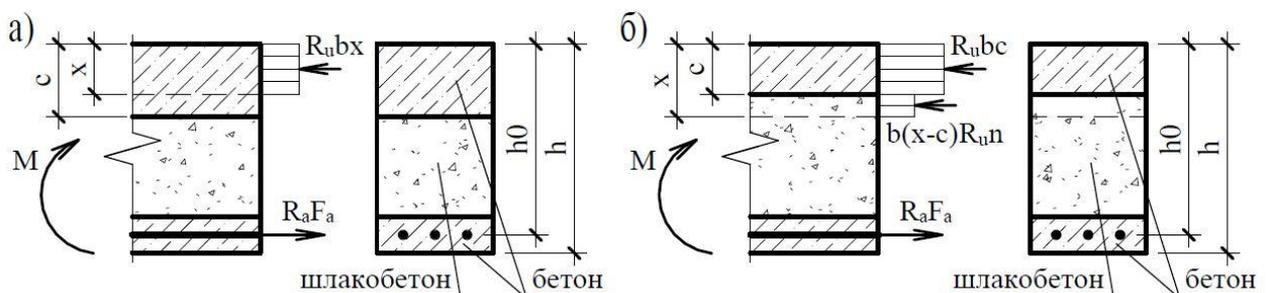
где  $n = \frac{E_{ш}}{E_b}$  – отношение модулей упругости шлакобетона и бетона;

$c$  – толщина верхнего слоя бетона;

$m$  – коэффициент условия работы железобетонных конструкций;

$R_u$  – расчетное сопротивление бетона при изгибе;

$h_0$  и  $b$  – соответственно рабочая высота и ширина сечения.



а – нормальное сечение трехслойных шлакожелезобетонных изгибаемых элементов при  $x \leq h'_c$ , б – тоже при  $x > h'_c$ ;  $R_a$  и  $F_a$  – расчетное сопротивление и площадь поперечного сечения растянутой арматуры.

Рис. 1 – Расчетные эпюры напряжений трехслойных шлакожелезобетонных изгибаемых элементов.

Несущая способность трехслойных шлакожелезобетонных изгибаемых элементов при этом определяется по формуле:

$$M = mbR_u \left[ c \left( h_0 - \frac{c}{2} \right) + n(x - c) \left( h_0 - \frac{x+c}{2} \right) \right], \quad (2)$$

Ряд исследователей предлагает упрощенную расчетную схему сечений для определения их прочности в многослойных изгибаемых элементах [2, 10, 12]. При этом предлагается переходить от многослойных сечений к эквивалентным однородным, исходя из соотношения расчетных сопротивлений слоев  $n_{bэ} = \frac{R_{u1}}{R_{u2}}$ , где  $R_{u1}$  – расчетная прочность на сжатие более прочного бетона,  $R_{u2}$  – тоже для менее прочного. Но единого подхода к определению прочности приведенного сечения не существует.

В методике расчета многослойных сборно-монолитных конструкций, описанной С.В. Криворучко [13], учитывается сопротивление бетона на растяжение, а также влияние соотношения прочного слоя на изменение несущей способности многослойных изгибаемых элементов (рис. 2).

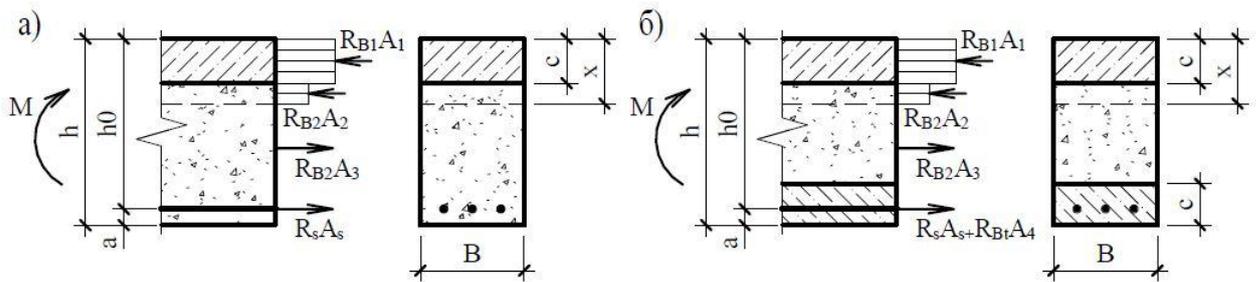


Рис. 2 – Расчетные схемы двухслойного (а) и трехслойного (б) сечения с прочным бетоном в сжатой зоне.

Расчет двухслойного сечения выполняется по следующим формулам:

$$R_{B2}Bx = R_sA_s + R_{B2t} \frac{Bh}{2} - R_{B2}B \left( \frac{h}{2} - C \right), \quad (3)$$

$$M = R_{B1}B \left( h_0 - \frac{c}{2} \right) + R_{B2}B \left( h_0 - \frac{x-c}{2} \right) + R_{B2t}B \left( \frac{h_0-x}{2} \right), \quad (4)$$

где  $R_{B1}$  и  $R_{B2}$  – соответственно призматическая прочность прочного тяжелого и менее прочного (поризованного) бетона на сжатие;

$R_s$  и  $A_s$  – временное сопротивление и площадь растянутой арматуры;

$h_0$  – рабочая высота сечения;

$B$  и  $h$  – соответственно ширина и высота сечения;

$x$  – высота сжатой зоны.

Расчет трехслойного сечения выполняется по аналогичным формулам:

$$R_{B1}Bx = R_sA_s + R_{B1}BC + R_{B2t}B\left(\frac{h}{2} - C\right) - R_{B2}B\left(\frac{h}{2} - C\right), \quad (5)$$

$$M = R_{B1t}BC\frac{x}{2} + R_{B2}B\frac{x-C}{2} - R_{B2t}B\left(\frac{x-h}{2}\right), \quad (6)$$

Принципиально иной подход к расчету прочности нормальных сечений двухслойных железобетонных изгибаемых элементов разработан С.Л. Харламовым. Этот подход, в отличие от большинства методов расчета прочности нормальных сечений, которые основаны на теории сопротивления материалов, основан на механике разрушения. Метод эффективен как с точки зрения физической полноты, так и с точки зрения математической точности отображения физического напряженно-деформированного состояния характерного сечения, и универсален независимо от местоположения тяжелого и легкого бетона.

В двухслойных железобетонных изгибаемых элементах при  $x > h'_c$  трещины поперечного сдвига образуются на поверхности контакта тяжелого и легкого бетонов. Согласно методике [7] наступает предельное состояние III-1 (рис. 3). Зная геометрические характеристики трещин нормального отрыва и поперечного сдвига и силовые факторы, прочность нормального сечения двухслойных железобетонных изгибаемых элементов в описанном напряженно-деформированном состоянии определяется, исходя из двух условий равновесия, по следующим формулам:

$$\sum X = 0:$$

$$\begin{aligned} \frac{K_{Ic}^{bu}\pi^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{l_{bg}}}bh_u + \frac{K_{Ic}^{cz}\left(\pi^{\frac{3}{2}}h_w(f_\lambda) - 1\right)(x - a')}{(x - h_u)f(\lambda)} + \frac{K_{Ic}^{bd}\pi^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{l_{bg}}}b(x - h_u - a_{arc}^h) = \\ = \frac{K_{Ic}^{bd}\pi^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{l_{bg}}}b(x - h_u - l_{crc}^v) + \frac{2K_{1c}^{st}A_c}{\pi\sqrt{d}}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\sum M = 0:$$

$$\frac{K_{IIc}^{bu} \pi^2}{2\sqrt{l_{bg}}} b h_u (h_0 - h_u - 2a_{crc}^h) + \frac{K_{IIc}^{CZ} (\pi^{3/2} h_w (f_\lambda - 1) (x - a') (h_0 - a'))}{(x - h_u) f(\lambda)} +$$

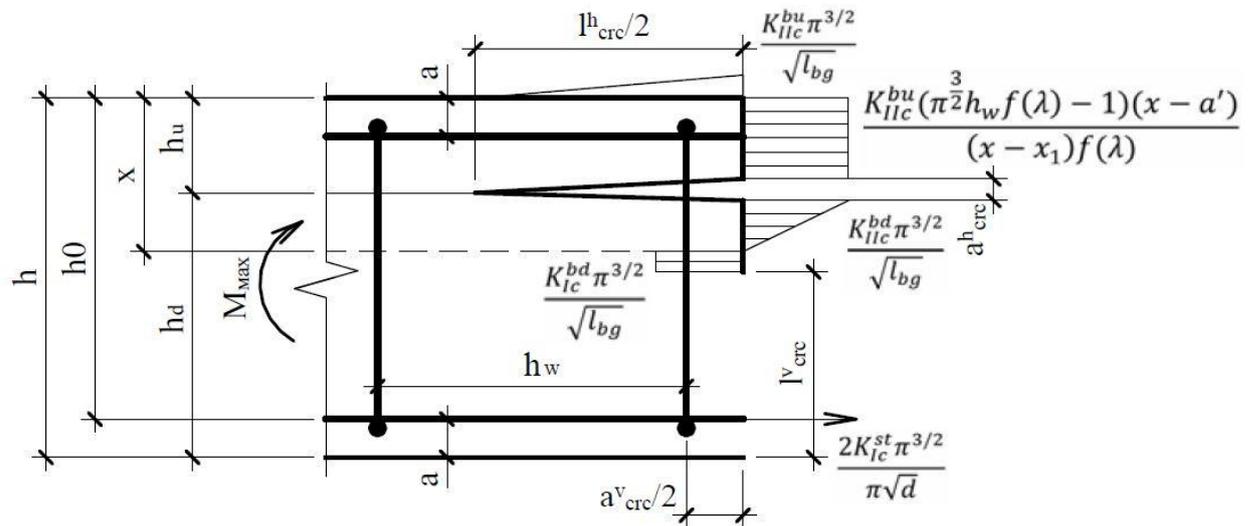
$$\frac{K_{IIc}^{bu} \pi^2}{2\sqrt{l_{bg}}} b (x - -h_u - a_{crc}^h) \left( h_0 - \frac{1}{3} (2x - h_u - a_{crc}^h) \right) - \frac{K_{Ic}^{bd} \pi^2}{2\sqrt{l_{bg}}} b (h - l_{crc}^v -$$

$$x l_{crc}^v + h - a - -x = M_{max},$$

(8)

где  $f(\lambda) = \sqrt{\frac{3}{\lambda l_{crc}^h} * \frac{1.13\lambda + 0.3}{b}}$ ;

$d$  – диаметр растянутой арматуры.



$h_u, h_d$  – соответственно, высота верхнего слоя тяжелого бетона и нижнего слоя легкого бетона;  $l_{crc}^h, a_{crc}^h$  и  $l_{crc}^v, a_{crc}^v$  – соответственно длина и ширина трещины поперечного сдвига и нормального отрыва;  $K_{Ic}^{bu}, K_{IIc}^{bu}$  и  $K_{Ic}^{st}$  – соответственно критический коэффициент интенсивности напряжения при деформациях нормального отрыва, поперечного сдвига верхнего тяжелого бетона и арматурной стали.

Рис. 3. – Нормальное сечение двухслойного изгибаемого железобетонного элемента на стадии III-1.

Расчет прочности нормальных сечений оценивается по степени использования растянутой арматуры, сжатого бетона и совместной работы контактной поверхности слоев, что нашло свое отражение в работе [14].

Исчерпание несущей способности в трехслойных железобетонных элементах с элементами из базальтобетона происходит при наступлении одного из трех случаев:

- исчерпание прочности растянутой арматуры и растянутого базальтобетона при неполном использовании прочности сжатого бетона;
- исчерпание прочности растянутой арматуры, а также растянутого и сжатого бетонов;
- исчерпание прочности сжатого бетона при работе стержневой арматуры в пределах упругой стадии.

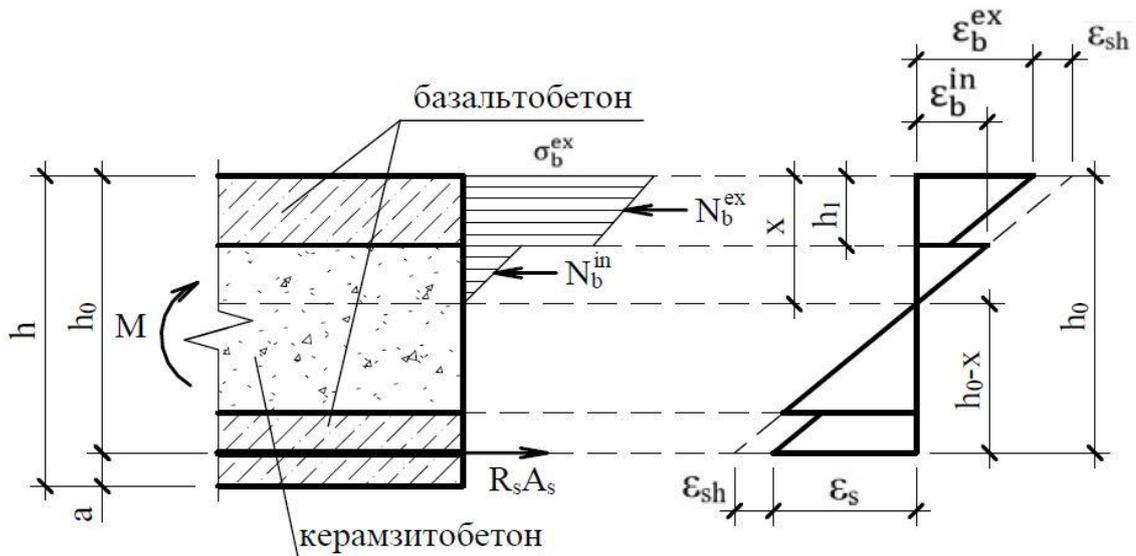
Результаты испытаний изгибаемых элементов с верхним и нижним тонкими слоями из базальтобетона, полученные М.К. Муаядом, показали, что в случае, если сжатая зона не выходит за предел крайнего слоя базальтобетона, то несущую способность конструкции допускается рассчитывать, как для двухслойных изгибаемых элементов, прочность сечения которых равна прочности верхнего слоя бетона [15].

В своей методике расчета М.К. Муаяд учитывает податливость связи сдвига, а эпюру нормальных напряжений принимает ступенчатой с одинаковым наклоном к вертикали (рис. 4).

Перечисленные выше методики расчета прочности нормальных сечений утверждают, что в несущей способности слоистых конструкций немалую роль играет контактная поверхность между слоями. Указывается, что при потере совместной работы нескольких слоев, несущая способность снижается значительно. Вместе с тем, отмечено, что вероятность потери контакта возникает в случае, когда поверхность расположена в сжатой зоне изгибаемого элемента. Поэтому смещение границы раздела двух материалов в растянутую зону позволяет избежать таких негативных факторов. В большинстве рассмотренных методик при отсутствии в сжатой зоне границы раздела двух материалов

---

С другой стороны, нельзя пренебрегать повышенным уровнем ответственности при изготовлении двухслойных конструкций, особенно, в месте контакта двух материалов, вследствие чего требуются специальные меры, которые увеличивают трудоемкость изготовления.



$R_s$  и  $A_s$  – соответственно нормативное сопротивление и площадь поперечного сечения арматуры;  $\epsilon_{sh}$  – податливость зоны контакта;  $\epsilon_b^{in}$  и  $\epsilon_b^{ex}$  – деформация нижнего и верхнего волокна наружного базальтобетонного слоя в сжатой зоне;  $\epsilon_s$  – деформации в арматуре.

Рис. 4 – Напряжение и деформации в предельном состоянии трехслойных изгибаемых железобетонных элементов с тонкими наружными слоями из базальтобетона и средним слоем из керамзитобетона.

### Анализ аналитических зависимостей для описания действительных диаграмм деформирования бетона

При выполнении расчетов несущей способности изгибаемых железобетонных элементов зачастую недостаточно использования устаревшей методики, при которой все материалы, применяемые в конструкции, принимаются условно упругими. Для более полного описания напряженно-деформированного состояния и для выполнения точных

расчетов следует задаваться некоторой зависимостью напряжения и деформации ( $\sigma - \epsilon$ ). Выбор наиболее совершенной модели в данном случае становится одной из важнейших задач исследований. Такая модель, которая описывала бы состояние бетона, а также связь между напряжениями и относительными деформациями наиболее точно, является предметом многолетних и трудоемких изысканий. Большинство ученых придерживается похожих взглядов на общую закономерность деформирования поперечных сечений железобетонных элементов, но конкретные математические модели, которые описывают эту взаимосвязь, принимаются различными [16].

Существует несколько различных подходов к бетону, как к материалу. Он может рассматриваться как:

- упругий материал;
- упругопластический материал;
- пластический материал;
- неравновесно деформируемый материал.

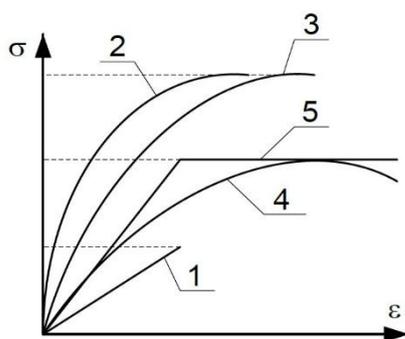
Форма кривой диаграммы деформирования в значительной степени зависит от кратковременной прочности бетона. Чем выше кратковременная прочность, тем больше упругая составляющая диаграммы. Для высокопрочных бетонов характерно также отсутствие ветвей диаграммы, близких к горизонтальным. Обычно, по достижении пиковых напряжений, в этом случае следует быстрое хрупкое разрушение, что отражается на диаграмме в виде крутой нисходящей ветви [17].

Различные модели, отражающие связь между напряжениями и деформациями, проанализированы в работе [18]. Как видно на рис. 5, они значительно отличаются друг от друга. Например, А.Ф. Лолейт описывал зависимость кубической параболой, Я.В. Столяров – квадратной параболой. Р. Зеллингер помимо восходящей ветви в параболе предлагает наличие ниспадающей. В.И. Мурашев предлагает при расчетах применять кусочно-

---

линейную диаграмму деформирования, которая подтверждается экспериментальными исследованиями.

Действующая в настоящее время нормативная документация (СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. М.: Стандартинформ, 2019. 118 с.) в инженерных расчетах в качестве рабочих диаграмм деформирования бетона предлагает применять трехлинейную (рис. 6, а) или двухлинейную (рис. 6, б) диаграммы.



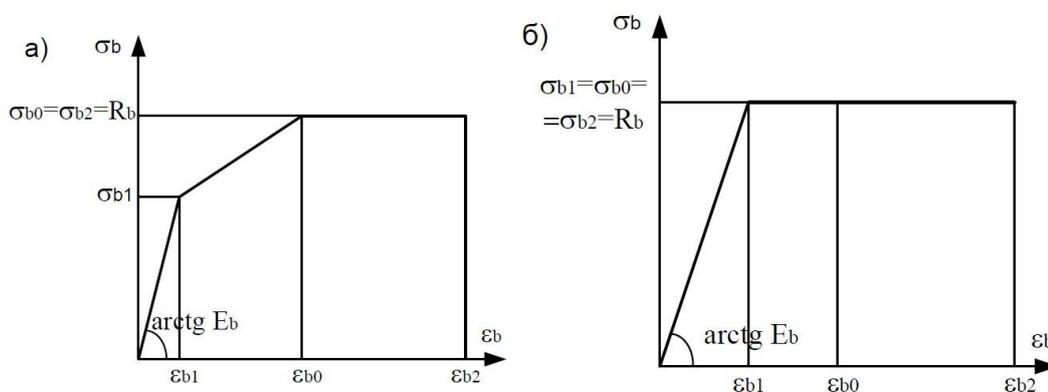
1 – М. Кенен; 2 – А.Ф. Лолейт; 3 – Я.В. Столяров; 4 – Р. Зеллингер; 5 – В.И. Мурашев.

Рис. 5. – Диаграммы деформирования бетона, предлагаемые для оценки прочности железобетонных элементов по нормальным сечениям разными исследователями.

Трехлинейная диаграмма позволяет оценить напряженно-деформированное состояние сжатого и растянутого бетона при расчете образования трещин по нелинейной деформационной модели с учетом непродолжительного действия нагрузки, а также дает возможность оценить напряженно-деформированные состояния бетона в расчетах железобетонных конструкций при отсутствии трещин с учетом продолжительного и непродолжительного действия нагрузки.

Более простая двухлинейная диаграмма состояния бетона также используется для оценки напряженно-деформированного состояния

растянутого бетона при упругой работе сжатого бетона, а также при наличии трещин в конструкциях с учетом продолжительного и непродолжительного действия нагрузки. Наклонная линия участка в упрощенной двухлинейной диаграмме определяется, исходя из величины приведенного модуля деформации, учитывающего неупругие деформации бетона (СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. М.: Стандартинформ, 2019. 118 с.).



а – трехлинейная диаграмма состояния сжатого бетона;

б – двухлинейная диаграмма состояния сжатого бетона.

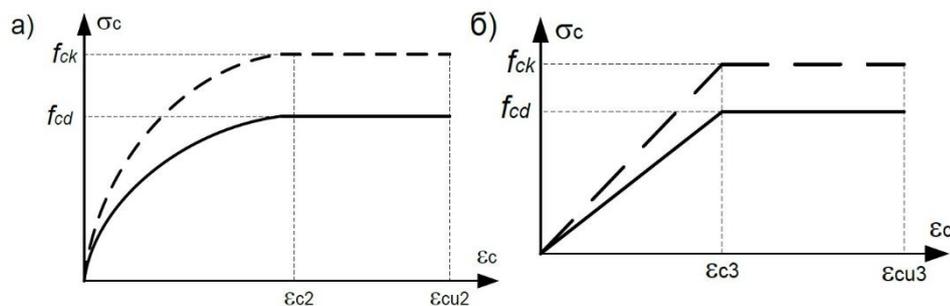
Рис. 6. – Диаграмма деформирования бетона.

Большинство отечественных исследователей сходятся во мнении, что в инженерных расчетах можно использовать двухлинейную диаграмму напряжения-сжатия как более простую. Кроме того, она характеризует напряженно-деформированное состояние бетона с довольно высокой точностью.

Опыт зарубежных исследований отражен в европейской нормативной документации. Так в руководстве к Еврокоду 2 (Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN, 2004. 225 р.) предлагается использовать два закона деформирования для определения несущей способности поперечных сечений. Это диаграмма «парабола-прямоугольник» (рис. 7, а), а также «билинейная зависимость

междунапряжением и относительной деформацией», именуемая также диаграммой Прандтля (рис. 7, б).

Иногда в диаграммах выделяют нисходящую ветвь. Если рассматривать диаграмму только с восходящей ветвью, то становится очевидно, что эпюра напряжения в сжатом бетоне по высоте сечения будет иметь аналогичное очертание, а значит и максимальные напряжения будут находиться в крайнем волокне сечения (рис. 8, а). В диаграммах с нисходящей ветвью (рис. 8, б) максимальные предельные напряжения будут находиться не в крайнем сжатом волокне сечения, а на некотором расстоянии от него [19].



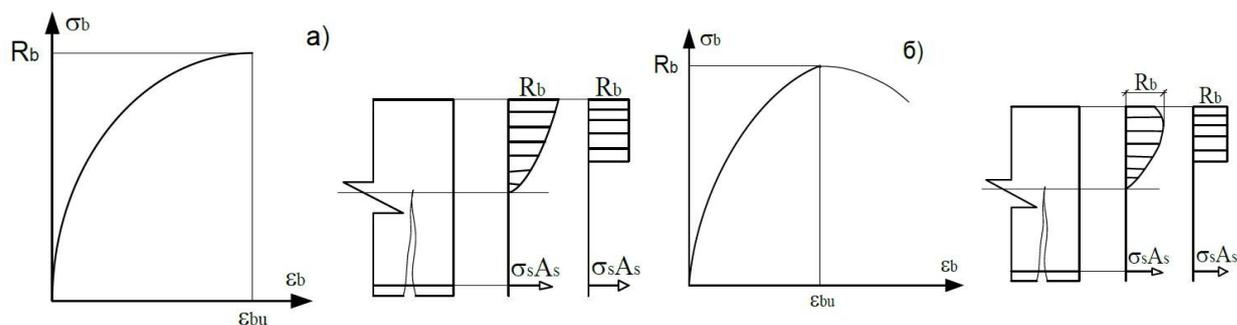
а – «параболически-прямоугольная» диаграмма; б – диаграмма Прандтля.

Рис. 7 – Диаграммы деформирования бетона по Еврокоду 2.

Следует отметить, что принимаемая в ручных расчетах прямоугольная эпюра напряжений в сжатой зоне бетона имеет условный характер, так как на нулевой линии не может быть напряжений, равных предельным. При применении прямоугольной эпюры напряжений высота сжатой зоны и положение нулевой линии носят условный характер, который не соответствует фактическим их положениям [19].

При определении предельных характеристик бетона испытываются контрольные образцы (кубики, призмы, цилиндры, балочки и т.д.), но не все эти образцы дают результаты, близкие к тому, что происходит в реальных конструкциях. Поэтому для испытания используют те образцы, форма и размеры которых позволяет получить предельные характеристики, близкие к

фактическим. В нашей стране характеристикой прочности является призмная прочность, а в европейских нормах чаще всего применяется цилиндрическая прочность бетона. Поэтому эпюра сжимающих усилий в бетоне принимается условно равной  $R_b$ , равномерно распределенной по высоте сжатой зоны сечения.



а – диаграмма с восходящей ветвью; б – диаграмма с нисходящей ветвью.

Рис. 8 – Диаграмма деформирования бетона и эпюры напряжений.

Вопросам аналитического описания диаграмм деформирования бетонов посвящено большое количество научных работ за рубежом. Причем наиболее продвинутые исследования не ограничиваются описанием работы чистого бетона.

В работе [20] описываются диаграммы деформирования сверхвысокопрочного бетона и фибробетона под воздействием трехосного сжатия. В исследовании [21] на основании результатов испытаний дается описание работы высокопрочного бетона в железобетонных колоннах различной формы и с разным процентом армирования.

В работах [22, 23] исследуется влияние поперечного армирования на предел прочности образцов, выполненных из высокопрочного бетона. Результаты испытаний сравниваются с модифицированной моделью Кента-Парка.

Исследователи предлагают новые зависимости или корректируют известные ранее. Европейский комитет по бетону (ЕКБ) рекомендует

(Международные рекомендации для расчета и осуществления обычных и предварительно напряженных железобетонных конструкций. М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1970. 72 с.) принимать для сжатого бетона диаграмму в виде следующей зависимости:

$$\frac{\sigma_b}{R_b} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta}, \quad (9)$$

где  $\sigma_b$  напряжения в бетоне при относительной деформации  $\varepsilon_b$ ;

$R_b$  - максимальное сопротивление бетона сжатию или призмная прочность бетона;

$\eta = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{R_b}}$  - коэффициент, определяемый отношением относительной деформации  $\varepsilon_b$  к максимальной относительной деформации  $\varepsilon_{R_b}$  соответствующей  $R_b$ ;

$k$  - коэффициент, характеризующий упругопластические свойства бетона при сжатии и принимаемый равным следующим значениям:

$k=1.56$  - для высокопрочных бетонов;

$k=2.00$  - для бетонов средней прочности;

$k=1.56$  - для низкопрочных бетонов.

Максимальную относительную деформацию  $\varepsilon_{R_b}$  рекомендуется определять по формуле  $\varepsilon_{R_b} = kR_b/E_b$ , где  $E_b$  - начальный модуль упругости бетона.

В виду невозможности вплоть до настоящего времени построить достоверную диаграмму бетона при растяжении, ЕКБ полагает, что предложенная зависимость может применяться и для диаграммы растяжения, с заменой  $R_b$  на  $R_{bt}$ . Значения коэффициента  $k$  рекомендуется принимать в интервале 1.30-1.90.

Отдельного внимания заслуживает работа [24] в которой были произведены испытания бетонных призм из бетонов классов В65...В110. По результатам испытаний получено, что формула (9) рекомендуемая ЕКБ дает

значительные расхождения с результатами эксперимента как в восходящей части диаграммы, так и в нисходящей. Для описания бетона автор предлагает использовать следующую зависимость:

$$\frac{\sigma_b}{R_b} = \frac{r\eta - \eta^2}{r - 1 - \eta^2 + \eta^r}, \quad (10)$$

где  $\eta = \varepsilon_b / \varepsilon_{b0}$ ;

$r = (\Delta - 0,5)R$ ;

$R$  – прочность бетонного образца;

$\Delta$  – коэффициент упругости в вершине диаграммы, определяемый по формуле  $\Delta = \frac{E_0}{E_b}$  или  $\Delta = \frac{R_b}{\varepsilon_{b0} E_b}$ ,

где  $E_0$  – модуль деформации бетона в вершине диаграммы, соответствующий тангенсу угла  $\alpha_0$  наклона секущей к кривой  $\sigma_b - \varepsilon_b$  в точке с относительными деформациями  $\varepsilon_b = \varepsilon_{b0}$ ,

$E_b$  – начальный модуль упругости бетона;

$\varepsilon_{b0} = (1,62 R_b + 127,33) \cdot 10^{-5}$ .

## Выводы

Многослойные конструкции находят все большее применение в разных отраслях строительного производства. Несмотря на это, исследований на темы, касающиеся расчета таких конструкций, по-прежнему недостаточно. Большинство исследований затрагивают слоистые конструкции с применением ненесущих или слабонесущих слоев, выполняющих ограждающие, теплоизолирующие или иные функции.

Вопрос поиска наиболее оптимальной методики расчета, отражающей реальную работу многослойных несущих конструкций и в то же время достаточно простой для прикладного применения, остается открытым.

## Литература

1. Волга В.С. Эффективность применения новых конструкций панелей // Строительство и архитектура. 1980. №6. С. 17-18.
2. Майоров В.Н. Результаты экспериментальных исследований трехслойных изгибаемых элементов с легким заполнителем и некоторые предпосылки к расчету // Основания и фундаменты, инженерные конструкции, строительное производство: Доклады XXII научной конференции НИИЖБ. М.: Строиздат, 1964. С. 121-123.
3. Малинина Л.М. Трехслойные панели перекрытий // Архитектура и строительство Москвы. 1954. №1. С. 10-13.
4. Корнев Н.А. Исследование двухслойных легкобетонных панелей для совмещенных чердачных покрытий // Железобетонные конструкции жилых и гражданских зданий: сб. науч. тр. М.: НИИЖБ, 1961. С. 28-37.
5. Емельянов А.А. Применение трехслойных панелей с гибкими связями // Жилищное строительство. 1980. №4. С. 19-21.
6. Кудрявцев А.А. Плиты перекрытий с слоем из арболита // Бетон и железобетон. 1982. №10. С. 16-17.
7. Харламов С.Л. Трещиностойкость, деформативность и несущая способность двухслойных железобетонных изгибаемых элементов с верхним слоем из тяжелого бетона: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. М., 1999. 116 с.
8. Нгуен Ф.З. Двухслойные каутоно-бетонные изгибаемые элементы строительных конструкций: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Воронеж, 2010. 188 с.
9. Маилян Д.Р., Меретуков З.А., Беляев А.В., Умаров Р.Г. Особенности деформационного расчета трехслойных железобетонных плитных конструкций // Инженерный вестник Дона, 2020, №10. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n10y2020/6641](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n10y2020/6641)

10. Мешкаускас Ю.И. Расчет керамзитобетонных изгибаемых конструкций слоистого сечения // Бетон и железобетон. 1966. №5. С. 41-44.
11. Передериенко И.Д. Экспериментальное исследование трехслойных шлакожелезобетонных изгибаемых элементов с обычным армированием: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Львов, 1959. 30 с.
12. Майоров В.И. Экспериментально-теоретические исследования изгибаемых трехслойных железобетонных панелей с легким заполнителем: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Л., 1967. 24 с.
13. Криворучко В.С. Прочность, деформативность и трещиностойкость слойных изгибаемых железобетонных элементов из золоперлитового коррозионного бетона: дис. .... канд. техн. наук: 05.23.01. М., 1993. 180 с.
14. Сабанов Г. Долговечность трехслойных панелей // Жилищное строительство. М. 1970. №11. С. 25.
15. Муаяд М.К. Работа многослойных изгибаемых элементов с тонкими несущими слоями из базальтобетона: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Киев, 1990. 149 с.
16. Шевцов С.В. Расчет изгибаемых железобетонных элементов с учетом сопротивления бетона распространению трещин: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Сочи, 2011. 188 с.
17. Саканов К.Т. Несущая способность, жесткость и трещиностойкость изгибаемых железобетонных элементов с учетом влияния формы их поперечного сечения: дис. ... канд. техн. наук. 05.23.01. М., 1985. 195 с.
18. Бондаренко В.М. Расчетные модели силового сопротивления железобетона // Монография. М.: Издательство АСВ, 2004. 472 с.

19. Залесов А.С., Кодыш Э.Н., Лемыш Л.Л., Никитин И.К. Расчет железобетонных конструкций по прочности, трещиностойкости и деформациям. М.: Стройиздат, 1988. 320 с.
20. Zhang S.S., Wang J.J., Guan Lin, Yu T., Fernando D. Stress-strain models for ultra-high performance concrete (UHPC) and ultra-high performance fiber-reinforced concrete (UHPFRC) under triaxial compression // Construction and Building Materials. 2023. Vol. 370, id 130658.
21. Tokgoz S., Dundar C. A concrete stress-strain model for analysis of high strength reinforced concrete columns // Artibilim: Adana Bilim ve Teknoloji Univ ersitesi Fen Bilimleri Dergisi. Turkey, 2018. Vol. 1 (1), pp. 25-37.
22. Metin H., Selim P. Investigation of stress–strain models for confined high strength concrete // Sadhana. India, 2007. Vol. 32, Part 3. pp. 243–252.
23. Cusson D., Paultre P. Stress–strain model for confined high-strength concrete // Journal of Structural Engineering. London, 1995. Vol. 121. pp. 468–477.
24. Мкртчян А.М., Аксенов В.Н. Аналитическое описание диаграммы деформирования высокопрочных бетонов // Инженерный вестник Дона, 2013, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1818](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1818)

### References

1. Volga V.S. Stroitel'stvo i arkhitektura. 1980. №6. pp. 17-18.
  2. Mayorov V.N. Osnovaniya i fundamenty, inzhenernye konstruksii, stroitel'noe proizvodstvo: Doklady XXII nauchnoy konferentsii NIIZhB (Reports of the XXII Scientific Conference of NIIZhB “Foundations, engineering structures, building production”). Moskva: Stroizdat, 1964. pp. 121-123.
  3. Malinina L.M. Arkhitektura i stroitel'stvo Moskvy. 1954. №1. pp. 10-13.
-

4. Kornev N.A. Zhelezobetonnye konstruksii zhilykh i grazhdanskikh zdaniy: sb. nauch. tr. Moskva: NIIZhB, 1961. pp. 28-37.
  5. Emel'yanov A.A. Zhilishchnoe stroitel'stvo. 1980. №4. pp. 19-21.
  6. Kudryavtsev A.A. Beton i zhelezobeton. 1982. №10. pp. 16-17.
  7. Kharlamov S.L. Treshchinostoykost', deformativnost' i nesushchaya sposobnost' dvukhsloynykh zhelezobetonnykh izgibaemykh elementov s verkhnim sloem iz tyazhelogo betona [Crack resistance, deformability and load-bearing capacity of two-layer reinforced concrete bending elements with a top layer of heavy concrete]: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.01. Moskva, 1999. 116 p.
  8. Nguen F.Z. Dvukhsloynnye kautono-betonnye izgibaemye elementy stroitel'nykh konstruksiy [Two-layer cauton-concrete bending elements of building structures]: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.01. Voronezh, 2010. 188 p.
  9. Mailyan D.R., Meretukov Z.A., Belyaev A.V., Umarov R.G. Inzhenernyj vestnik Dona, 2020, №10. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n10y2020/6641](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n10y2020/6641)
  10. Meshkauskas Yu.I. Beton i zhelezobeton. 1966. №5. pp. 41-44.
  11. Perederienko I.D. Eksperimental'noe issledovanie trekhsloynykh shlakozhelezobetonnykh izgibaemykh elementov s obychnym armirovaniem [Experimental study of three-layer slag-concrete bending elements with conventional reinforcement]: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.01. Lviv, 1959. 30 p.
  12. Mayorov V.I. Eksperimental'no-teoreticheskie issledovaniya izgibaemykh trekhsloynykh zhelezobetonnykh paneley s legkim zapolnitelem [Experimental and theoretical studies of bent three-layer reinforced concrete panels with light aggregate]: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.01. Leningrad, 1967. 24 p.
  13. Krivoruchko V.S. Prochnost', deformativnost' i treshchinostoykost' sloynykh izgibaemykh zhelezobetonnykh elementov iz zoloperlitovogo
-

korrozionnogo betona [Strength, deformability and crack resistance of layered bent reinforced concrete elements from ash-perlite corrosive concrete]: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.01. Moskva, 1993. 180 p.

14. Sabanov G. Zhilishchnoe stroitel'stvo. Moskva 1970. №11. pp. 25.

15. Muayad M.K. Rabota mnogosloynnykh izgibaemykh elementov s tonkimi nesushchimi sloyami iz bazal'tobetona [Work of multilayer bending elements with thin bearing layers of basalt-concrete]: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.01. Kiev, 1990. 149 p.

16. Shevtsov S.V. Raschet izgibaemykh zhelezobetonnykh elementov s uchedom soprotivleniya betona rasprostranenyu treshchin [Calculation of bending reinforced concrete elements taking into account the resistance of concrete to crack distribution]: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.01. Sochi, 2011. 188 p.

17. Sakanov K.T. Nesushchaya sposobnost', zhestkost' i treshchinostoykost' izgibaemykh zhelezobetonnykh elementov s uchedom vliyaniya formy ikh poperechnogo secheniya [Bearing capacity, stiffness and crack resistance of bent reinforced concrete elements, taking into account the influence of the shape of their cross section]: dis. ... kand. tekhn. nauk. 05.23.01. Moskva, 1985. 195 p.

18. Bondarenko V.M. Raschetnye modeli silovogo soprotivleniya zhelezobetona [Calculation models of force resistance of reinforced concrete]. Moskva: Izdatel'stvo ASV, 2004. 472 p.

19. Zalesov A.S., Kodysh E.N., Lemysh L.L., Nikitin I.K. Raschet zhelezobetonnykh konstruktsiy po prochnosti, treshchinostoykosti i deformatsiyam [Calculation of reinforced concrete structures for strength, crack resistance and deformativity]. Moskva: Stroyizdat, 1988. 320 p.

20. Zhang S.S., Wang J.J., Guan Lin, Yu T., Fernando D. Construction and Building Materials. 2023. Vol. 370, id 130658.



21. Tokgoz S., Dundar C. Artibilim: Adana Bilim ve Teknoloji Univ ersitesi Fen Bilimleri Dergisi. Turkey, 2018. Vol. 1 (1), pp. 25-37.
22. Metin H., Selim P. Sadhana. India, 2007. Vol. 32, Part 3. pp. 243–252.
23. Cusson D., Paultre P. Journal of Structural Engineering. London, 1995. Vol. 121. pp. 468–477.
24. Mkrchyan A.M., Aksenov V.N. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013, №3.  
URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1818](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1818)