

# **Моделирование трехуровневого канала распределения продукции**

**А.Э. Назиров, А.Б. Усов**

## **Введение**

Главным стимулом деятельности различных субъектов рыночных систем является достижение собственных целей. Взаимодействия таких субъектов реализуются через систему рыночных цен. При этом субъекты образуют достаточно обособленные системы [1]. Взаимоотношения внутри таких систем носят иерархический характер.

В настоящее время из таких систем наибольшее распространение получили дилерские сети и франчайзинг. Взаимодействия различных субъектов в них происходят в соответствии с договорами различного рода: комиссии, агентского, поручения и других.

Математическое моделирование как инструмент исследования систем управления различной природы получило широкое распространение в 20 веке. Этому способствовали работы Ю.Б. Гермейера, Н.Н. Моисеева [2]. Их идеи получили развитие в работах В.Н. Буркова, В.А. Горелика, В.В. Захарова, А.Ф. Кононенко, В.Ф. Крапивина, В.В. Мазалова, Д.А. Новикова, Л.А. Петросяна, Г.А. Угольницкого и других [3 - 8], в том числе, за рубежом, например, у T. Basar, G.J. Olsder [9 - 10].

В работе предложена трехуровневая иерархическая модель управления рыночной системой, включающая в себя субъектов управления верхнего, среднего и нижнего уровней, а также управляемую систему. В отличие от имеющихся работ по моделированию иерархических систем различной природы и разработке методов борьбы с коррупцией в них ниже исследование проводится на основе теоретико-игрового и иерархического подходов.

## **Постановка задачи**

Рассматривается трехуровневая система, включающая поставщика (ПС), агента, торговое предприятие (ТП) и управляемую систему (УС), в

роли которой выступает окружающая среда. Субъекты данной системы образуют канал распределения продукции. Каждый участник системы принимает на себя или помогает передать другому право собственности на товар. Взаимоотношения внутри такой системы носят следующий характер: ПС воздействует на агента, агент – на ТП, ТП на УС. Непосредственное воздействие ПС и агента на УС отсутствует.

Деятельность ПС связана с производством и реализацией строительных материалов из древесины, которое сопровождается выбросом загрязняющих веществ (ЗВ) в атмосферу. ПС для осуществления своей деятельности нуждается в разрешении на выброс (ЗВ), в котором оговаривается класс опасности и их объемы. Данное разрешение может быть отозвано в связи с превышением объемов ЗВ или их класса опасности, а функционирование компании приостановлено. Поэтому основная цель ПС состоит в поддержании экологической системы в заданном состоянии, т.е. количество ЗВ, поступающих в атмосферу при производстве должно соответствовать нормам, установленным государством. Данное условие описывается неравенством

$$M(V(P_{TP})) < M_{Max} \quad (1)$$

$$V(P_{TP}) = \frac{A}{(P_{TP})^\alpha} \quad (2)$$

где  $M_{Max}$  - максимальный возможный объем сброса ЗВ в окружающую среду, установленный государством;  $M(V(P_{TP}))$  - количество попадающих в окружающую среду ЗВ, зависящее от объема произведенной продукции  $V(P_{TP})$ ;  $P_{TP}$  - цена единицы продукции у ТП;  $V(P_{TP})$  - объем продаваемой ТП продукции. Предполагается, что товар, который продает ТП является эластичным, т.е.  $|\alpha| > 1$ ;  $A, \alpha = const$ .

Выполнения этого требования может быть достигнуто не единственным способом. Поэтому, кроме того, ПС стремится максимизировать собственный доход, который описывается (3). В ходе своей деятельности ПС несет постоянные и производственные издержки.

$$J_{PC} = (1-v)((P_A - (cost_{PC} + b) \cdot P_{PC} - z_s) \cdot V(P_{TP}) - FC_{PC}) \rightarrow \max_{P_{PC}} \quad (3)$$

где  $v$  – величина налога на прибыль;  $P_{PC}$ ,  $P_{TP}$ ,  $P_A$  - цена единицы продукции у ПС, ТП и агента соответственно;  $FC_{PC}=const$  - фиксированные затраты ПС;  $cost_{PC}$  - размер переменных затрат;  $b$  - величина комиссионных за единицу проданной продукции;  $b \cdot P_{PC} \cdot V(P_{TP})$  - комиссионные, получаемые от ПС, за единицу проданного товара; возрастает, при уменьшении стоимости продукции у ТП;  $z_s$  - стоимость хранения одной единицы продукции у ПС.

ПС реализует продукцию через агента, с которым у него заключен агентский договор. Агент заключает сделки от имени и за счет ПС. ПС предоставляет агенту продукцию по оптовой цене, которой ПС может управлять. Агент может менять цену, установленную ПС, в пределах, оговоренных договором: увеличивать (делать наценку) или уменьшать (предоставлять скидку). Агент управляет размером собственной наценки или скидки. За свои услуги агент получает вознаграждение — долю суммы заключенной сделки. Целевая функция агента имеет вид:

$$J_A = (1-v)(1-cost_A) \cdot b \cdot P_{PC} \cdot V(P_{TP}) \rightarrow \max_{c_A} \quad (4)$$

$$P_A = P_{PC} \cdot (1 + c_A)$$

Здесь  $c_A$  - наценка ПР;  $cost_A$  - доля средств от выручки агента, которую составляют переменные затраты.

ТП занимается розничной продажей строительных материалов, закупленных у ПС через агента. При проведении торговых операций ТП осуществляет собственную наценку на стоимость продукции, по которой оно приобретает товар у агента. При этом оно несет переменные и постоянные издержки. Целевая функция ТП имеет вид:

$$J_{TP} = (1-v)((c_{TP} - s \cdot P_{TP} - S_{RS}) \cdot V(P_{TP}) - FC_{TP}) \rightarrow \max_{c_{TP}} \quad (5)$$

$$P_{TP} = P_A + c_{TP}$$

где  $c_{TP}$  - наценка ТП;  $c_{TP} \cdot V(P_{TP})$  - доход ТП от реализации продукции; возрастает с ростом наценки ТП;  $FC_{TP}=const$  - постоянные издержки ТП;  $s=const$  - доля выручки ТП, выделяемая в фонд заработной платы ( $s \in (0,1)$ );

$S_{RS}=const$  - средства, которые ТП тратит на хранение единицы продукции ( $S_{RS}>0$ ).

Задача решается при следующих ограничениях на управления  
– ПС

$$P_{PC\min} \leq P_{PC} \leq P_{PC\max} \quad (6)$$

– Агента

$$c_{A\min} \leq c_A \leq c_{A\max} \quad (7)$$

– ТП

$$c_{TP\min} \leq c_{TP} \leq c_{TP\max} \quad (8)$$

### Метод решения

Исследование предложенной трехуровневой иерархической системы управления проводится в случае побуждения для игры Гермейера  $\Gamma_1$  [7]. Алгоритм построения равновесия состоит в следующем.

1. Решается задача (2), (5), (8). Определяется оптимальная наценка ТП, в зависимости от управлений ПС и агента, т.е. оптовой цены ПС и наценки агента на единицу продукцию. Обозначим ее через  $c_{TP}^*(P_{PC}, c_A)$ ;

2. Решается задача (4), (7). Найденная на первом шаге алгоритма оптимальная наценка ТП, параметрически зависящая от оптовой цены ПС и наценки агента на единицу продукцию, подставляется в целевую функцию агента. Определяется оптимальное управление агента в зависимости от управления ПС. Обозначим его –  $c_A^*(P_{PC})$ ;

3. С учетом найденных на первых двух шагах алгоритма решается задача (1), (5). Определяется оптимальное управление ПС, позволяющее выполнить требования поддержания системы в заданном состоянии. Данное значение обозначается  $P_{PC}^*$ ;

4. Равновесием в игре Гермейера  $\Gamma_1$  с учетом требования поддержания системы в заданном состоянии будет тройка величин, определенных на первых трех шагах алгоритма, а именно  $\{P_{PC}^*, c_A^*(P_{PC}^*), c_{TP}^*(P_{PC}^*, c_A^*(P_{PC}^*))\}$ .

В общем случае исследование модели проводилось в соответствии с указанным алгоритмом путем имитации методом прямого упорядоченного перебора областей допустимых управлений субъектов управления [7-8].

## **Заключение**

Разработан комплекс программ реализующих представленную модель, а также методы решения. В результате проведенных численных расчетов выявлены закономерности функционирования системы, а именно:

1. Увеличение объема продаж влечет за собой увеличение прибыли всех субъектов управления. С ростом коэффициента эластичности товара происходит снижение прибыли агента и ПС.
2. Уменьшение максимально допустимой скидки, предоставляемой ПС, приводит к увеличению прибыли агента.
3. Для ПС выгоднее, если агент получает доход, исходя из своей, а не оптовой цены. При низкой эластичности товара суммарная прибыль всех субъектов управления выше при расчете комиссионных, исходя из цены ПС.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты №12-01-00017-а и №12-01-31287-мол-а

## **Литература:**

1. Бункина М.К., Семенов А.М., Семенов В.А., Макроэкономика [Текст]// "Дело и сервис", 2000 г. – 285с.
2. Гермейер, Ю.Б. Введение в теорию исследования операций [Текст]: Монография// Ю.Б. Гермейер. – М.: Наука, 1971. – 384с.
3. Костоглотов А. А, Костоглотов А. И., Лазаренко С. В., Андрашитов Д. С. Многопараметрическая идентификация конструктивных параметров методом объединенного принципа максимума [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2011, №1. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n1y2011/348> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.
4. Мазалов В.В. Математическая теория игр и ее приложения. - СПб.: Лань, 2010. - 448 с.
5. Новиков, Д.А. Теория управления организационными системами [Текст]: Монография// Д.А. Новиков – М.: Физматлит, 2012. – 604 с.

6. Тарасенко Л.В., Угольницкий Г.А., Дьяченко В.К. Модели кооперации в системе социального партнерства максимума [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2013, №1. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2012/847> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

7. Угольницкий, Г.А. Иерархическое управление устойчивым развитием [Текст]: Монография// Г.А. Угольницкий. – М.: Физматлит, 2010. – 336 с.

8. Угольницкий Г.А., Усов А.Б. Иерархические системы управления качеством речных вод ромбовидной структуры [Текст] // Управление большими системами. 2007. Выпуск 19. С.187 – 203

9. Basar T., Olsder G.J. Dynamic Noncooperative Game Theory. - SIAM: Philadelphia, 1999. – 511 pp.

10. Laffont J.-J., Martimort D. The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model. – Princeton University Press, 2002. – 440 pp.