

Оптимизация процессов управления гидроприводом с использованием методологии объединенного принципа максимума

А.А. Костоготов, И.А. Курочкина

Широкое распространение машин с объемным гидроприводом на железнодорожном транспорте усилило актуальность проблем управления их движением [1].

В настоящее время для разработки алгоритмов управления требуемым движением применяются принцип максимума Л.С. Понтрягина [2], метод планирования траектории движения исполнительного механизма [3] и др. Однако с помощью принципа максимума эффективно решаются линейные задачи программного управления, а синтез управления связан со значительными сложностями. Метод планирования траектории движения для реализации требует обработки большого объема информации и дополнительного специального алгоритма выбора оптимального управления. К тому же этими методами строятся управления, имеющие ступенчатый характер переключения, что снижает точность управления, приводит к ускоренной наработке на отказ.

Свободным от таких недостатков является метод синтеза оптимального управления нелинейными динамическими объектами [4 - 7], базирующийся на принципе экстремума интеграла действия для функции Гамильтона неконсервативной динамической системы [8].

1. Объединенный принцип максимума

Рассматривается управляемая неконсервативная система, на которую действуют управляющие силы $Q_s(q_s, \dot{q}_s, t) = U_s \in \bar{G}_Q, S = \overline{1, n}; q_s, \dot{q}_s$ – обобщенные координаты и скорости; \bar{G}_Q – область допустимых управлений. Качество управляемого процесса оценивается функционалом

$$J = \int_0^{t_k} F(q, \dot{q}, t) dt \rightarrow \min. \quad (1.1)$$

Для установления признака истинного движения используется интеграл действия [6,8]

$$R = \int_0^{t_k} [\lambda(T + A) + F] dt = \int_0^{t_k} H dt, \quad (1.2)$$

где $T = 0,5 \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n a_{sk} \dot{q}_s \dot{q}_k$; $A = \sum_{s=1}^n \int_0^{t_k} Q_s \dot{q}_s dt$ – работа внешних сил; λ – множитель Лагранжа.

В рассматриваемом случае для установления признака истинного движения применено асинхронное варьирование [6].

Пусть $Q \in \bar{G}_Q$ – произвольное допустимое управление. Первая асинхронная вариация равна

$$\Delta R = H \Delta t \Big|_{t=t_k} + \int_0^{t_k} \delta H dt, \quad (1.3)$$

откуда $\Delta t \neq 0, H \Big|_{t=t_k} = 0$ и это равенство является условием трансверсальности в правом конце траектории [5].

Теперь пусть $Q_\varepsilon \in \bar{G}_Q$ новое управление, полученное из первого игольчатым варьированием $Q_\varepsilon = Q + \nu \in \bar{G}_Q; \nu \neq 0$, если $t \in [\tau, \tau + \varepsilon \delta t]$ [2].

Тогда

$$\Delta R_\varepsilon = \int_0^{t_k} H_\varepsilon dt \quad (1.4)$$

Вторая игольчатая вариация интеграла действия будет иметь вид [5,6]

$$\Delta^2 R = \Delta R_\varepsilon - \Delta R = \int_0^{t_k} [\lambda(Q_{\varepsilon s} - Q_s) + (V_{\varepsilon s} - V_s)] \delta q_s dt \geq 0 \quad (1.5)$$

Этим неравенством и условием $\Delta q_s = -\dot{q}_s \Delta t$ устанавливается принцип максимума обобщенной мощности (объединенный принцип максимума):

между двумя состояниями система движется так, что в каждой точке траектории выполняется условие максимума обобщенной мощности

$$\Phi(Q, q, \dot{q}, t, \lambda) = \max_{Q \in \bar{G}_Q} \sum_{s=1}^n (\lambda Q_s + V_s) \dot{q}_s, \quad (1.6)$$

и выполняются условия трансферсальности для функции H .

Из (1.6) получается универсальная форма закона управления

$$Q_s = \lambda^{-1} [\mu_s p_s - V_s], \quad s = \overline{1, n}, \quad (1.7)$$

где $V_s = \frac{\partial F}{\partial q_s}$ – фиктивная сила; μ_s – знакоотрицательная

синтезирующая функция [5], $p_s = \sum_{k=1}^n a_{sk} \dot{q}_k$ – обобщенный импульс.

В фазовом пространстве $(q, \dot{q}) \in R^{2n}$ истинную траекторию пересекают гиперповерхности (эллипсоиды), на которых $Q_s = 0$. Тогда из (1.5) следует, что на поверхность эллипсоида

$$H^0(0, q, \dot{q}, t, \lambda) = \lambda T + F = const \quad (1.8)$$

и для нахождения синтезирующей функции нужно использовать скобки Пуассона [6]

$$\frac{\partial H^0}{\partial q_s} \cdot \frac{\partial Q_s}{\partial p_s} - \frac{\partial H^0}{\partial p_s} \cdot \frac{\partial Q_s}{\partial q_s} = 0, \quad s = \overline{1, n} \quad (1.9)$$

Откуда значение синтезирующей функции будет таким

$$\mu_s = -|\dot{q}_s| \lambda V_{ss} \left(\left| V_s - \lambda \frac{\partial T}{\partial q_s} \right| \right)^{-1}, \quad (1.10)$$

где $V_{ss} = \frac{\partial V_s}{\partial q_s}$.

Закон управления в универсальной форме будет иметь вид [5,6,9,10]

$$Q_s = \lambda^{-1} \left[-p_s \dot{q}_s \lambda V_{ss} \left| V_s - \lambda \frac{\partial T}{\partial q_s} \right|^{-1} - V_s \right] \in \bar{G}_Q, \quad s = \overline{1, n}. \quad (1.11)$$

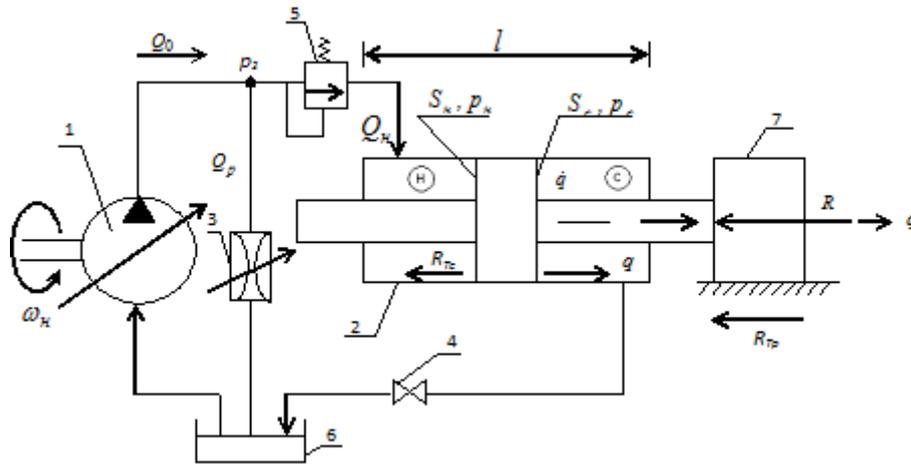
В соответствии с (1.11) управления могут выбираться из классов кусочно-непрерывных и непрерывных функций, закон управления для класса кусочно-постоянных функций удовлетворяет также и принципу максимума Л.С. Понтрягина [2,11]

$$Q_s = |U_s| \text{sign} \left[-p_s |\dot{q}_s| (2|U_s|)^{-1} - V_s \right]; Q_s = \pm |U_s|, \quad (1.12)$$

где $|U_s|$ – допустимое значение управления.

2. Математическая модель гидропривода

Рассмотрим упрощенную расчетную схему гидропривода поступательного движения с замкнутой циркуляцией потока и дроссельным управлением с параллельным подключением дросселя (на входе или на выходе гидроцилиндра) (рис.1).



- 1 – насос; 2 – гидроцилиндр; 3 – регулируемый дроссель; 4 – дроссель;
5 – распределитель; 6 – сливная емкость; 7 – перемещаемый объект.

Рис. 1. – Расчетная схема гидропривода поступательного движения

Уравнение неустановившегося движения поршня гидроцилиндра без учета сжимаемости жидкости и утечек в полостях имеет вид [1, 3, 6]:

$$m\dot{q} = S_n p_n - S_c p_c - R_{Tp} \text{sign } \dot{q} - R - \Delta p, \quad (2.1)$$

где q, \dot{q} – перемещение и скорость перемещения поршня;
 S_n, S_c, S_T – рабочие площади гидроцилиндра нагнетательной и сливной

полостей, живое сечение трубопровода; p_n, p_c – давление жидкостей в напорной и сливной полостях; R_{Tp} – сила сухого трения груза и трение в гидроцилиндре (принято $R_{Tp} = const$); R – сила противодействия, m – приведенная к штоку масса частей исполнительного механизма; Δp – суммарные путевые гидравлические потери давления в гидроприводе

$$\Delta p = \xi \frac{\rho L^2}{2S}, \quad (2.2)$$

где L – подача жидкости в гидропривод,

$$L = S_T \dot{q}_T = S_H \dot{q}_H = F_s \dot{q}_s; \quad (2.3)$$

ρ – плотность рабочей жидкости; ξ – коэффициент потерь в местных сопротивлениях и на гидравлическое трение [1].

Принята следующая совокупность данных для расчета управляемого гидропривода (рис.1): диаметр поршня $D = 60 \cdot 10^{-3}$ м; диаметр штока $d = 30 \cdot 10^{-3}$ м; сила сухого трения $R_{Tp} = 100$ Н; сила противодействия $R = 1000$ Н; приведенная масса частей исполнительного механизма $m = 100$ кг; площадь поршня $S_c = S_n = S = 1/121 \cdot 10^{-3}$ м²; диаметр живого сечения трубы $d_T = 2 \cdot 10^{-3}$ м; длина трубы $l = 5$ м; кинематическая вязкость рабочей жидкости – масло промышленное ИА-5А, $\nu = 4 \cdot 10^{-6}$ м²/с; плотность жидкости $\rho = 900$ кг/м³; коэффициент гидравлического сопротивления дросселя $\xi_1 = 10$; коэффициент гидравлического сопротивления распределителя $\xi_2 = 5$; рабочий ход поршня $l = 1$ м ($q^* = 1$ м).

3. Математическое моделирование

Задача синтеза оптимального управления: найти закон изменения силы гидравлического давления на поршень $U = S_n p_n - S_c p_c$ такой, чтобы осуществлялось перемещение поршня из начального положения

$t = 0, q^0 = 0, \dot{q}^0 = 0$ в конечном $t = t_k, q(t_k) = q^* = 1, \dot{q}(t_k) = \dot{q}^* = 0$ и при этом целевой функционал

$$J = \int_0^{t_k} F(q, \dot{q}, t) dt = \frac{1}{2} \int_0^{t_k} (q - q^*)^2 dt - \min,$$

характеризующий качество процесса управления, принимал минимальное значение.

Функция действия рассматриваемой системы

$$R = \int_0^{t_k} \left[\lambda \frac{m\dot{q}^2}{2} + \lambda \int_0^{\tau} U_0 \dot{q} d\tau + \frac{1}{2} (q - q^*)^2 \right] dt, \quad (3.2)$$

где $U_0 = (p_n S_n - p_c S_c) - (R_{Tp} \text{sign } \dot{q} + R)$ – искомая обобщенная сила.

В соответствии с формулой (1.11) закон управления $U_0(q, \dot{q}, t)$ в классе непрерывных функций получит вид

$$U_0(q, \dot{q}, t) = \frac{1}{\lambda} \left[-\lambda m |\dot{q}| \cdot \dot{q} \cdot |q - q^*| \right], \quad (3.3)$$

а сила воздействия на поршень

$$U(q, \dot{q}, t) = p_n S_n - p_c S_c = U_0 + R + R_{Tp} \text{sign } \dot{q}. \quad (3.4)$$

При синтезе оптимального управления, соответствующего принципу максимума Л.С. Понтрягина

$$U(q, \dot{q}, t) = p_n S_n - p_c S_c = |U_0| \cdot \text{sign} \left[-\frac{m|\dot{q}| \cdot \dot{q}}{2|U_0|} - (q - q^*) + R + R_{Tp} \text{sign } \dot{q} \right], \quad (3.5)$$

где $|U_0| = 105$ – допустимое управление.

Результаты исследований представлены в сравнении на рис.2-4, рассчитанных по методу объединенного принципа максимума (ОПМ) и по методу максимума Л.С. Понтрягина. При этом на рис.2а и рис.2б показаны перемещения и скорость перемещения гидроцилиндра; на рис.3а и рис.3б – законы оптимального управления $U(t)$; на рис.4а и рис.4б – подача рабочей жидкости в гидроцилиндр L .

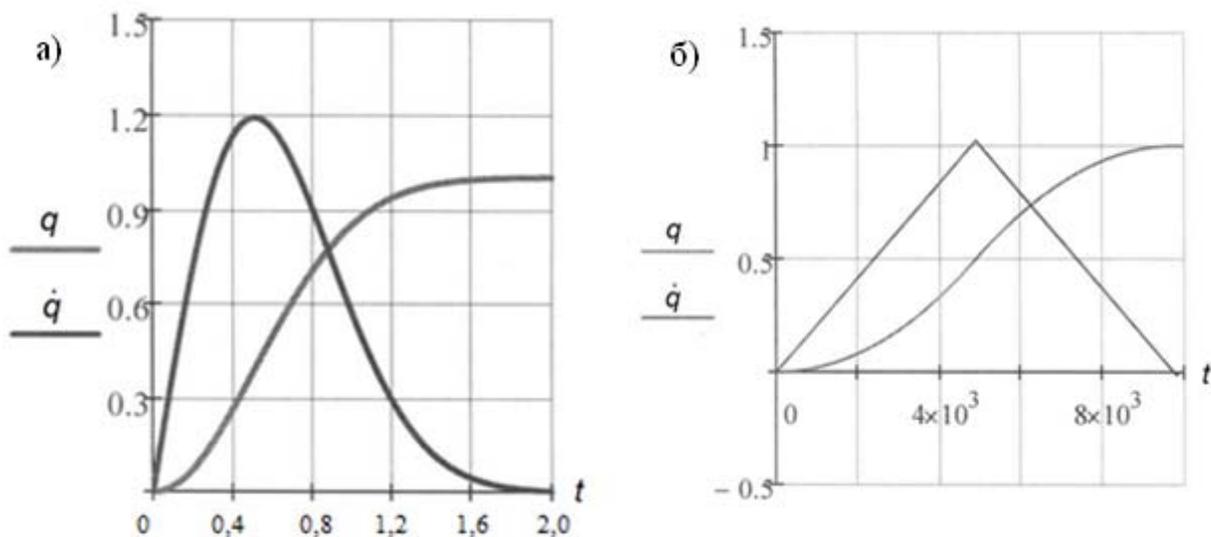


Рис. 2. – Переходной процесс

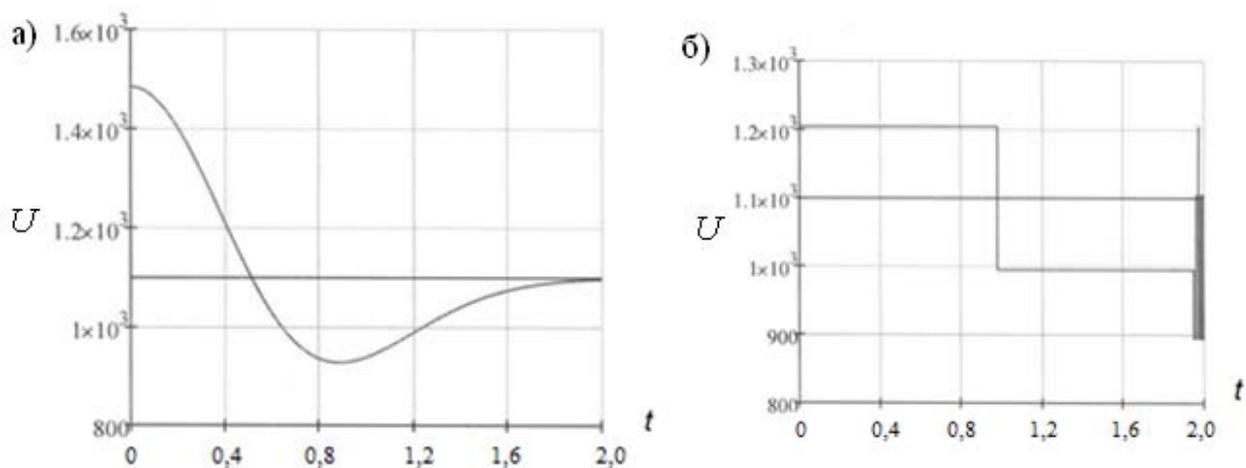


Рис. 3. – Закон оптимального управления

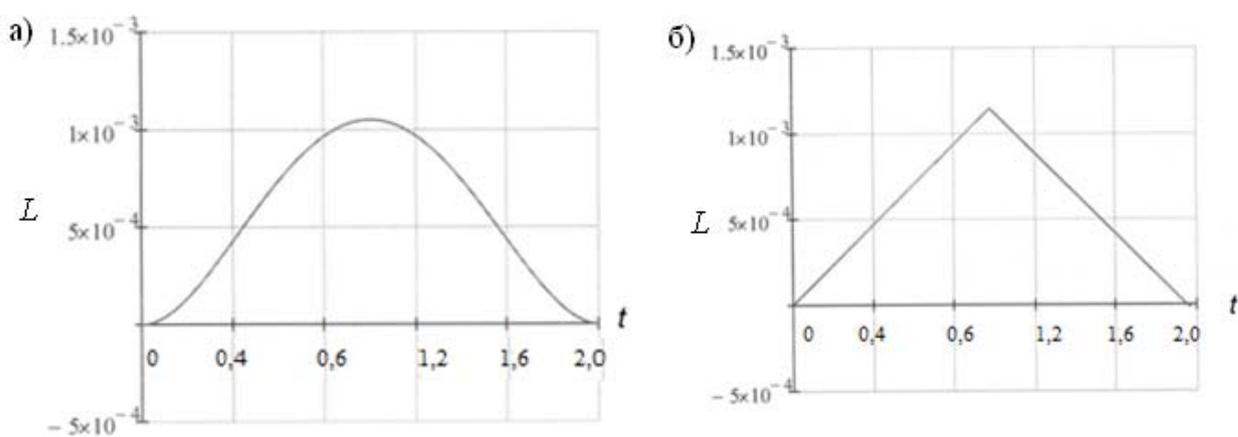


Рис. 4. – Подача в гидроцилиндр

Заклучение.

Из сравнения результатов исследований установлено:

- 1) Эффективность управления по квадратичному критерию при использовании метода объединенного принципа максимума выше, чем при использовании принципа максимума и составляют соответственно $J(x) = 0.226$ и $J(x) = 0.374$, при одинаковом быстродействии.
- 2) При применении принципа максимума Л.С. Понтрягина управление имеет ступенчатый характер, что может привести к дополнительной динамической нагрузке на гидроцилиндр. В случае применения объединенного принципа максимума обеспечивается безударное управление процессом.

Литература:

1. Башта, Т.М. Гидроприводы и гидропневмоавтоматика [Текст] – М.: Машиностроение, 1982.–423 с.
2. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гампрелидзе Р.В. , Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов [Текст] – М.: Наука, 1969. – 384 с.
3. Беренгард, Ю.Г. Динамический синтез дроссельных тормозных устройств гидроцилиндров // Пневматика и гидравлика [Текст] – 1984. – Вып.11. – С.216-223.
4. Костоглотов А.А., Костоглотов А.И., Лазаренко С.В. Объединенный принцип максимума в задачах оценки параметров движения маневрирующего летательного аппарата [Текст] // Радиотехника и электроника, т. 54. вып.4, 2009. – С.450-457.
5. Костоглотов А.А., Костоглотов А.И., Лазаренко С.В., Шевцова Л.А. Синтез оптимального управления на основе объединенного принципа максимума [Текст] // Известия вуз Сев.-Кав. региона, №2, 2010. – С.27-31.
6. Лурье, А.И. Аналитическая механика [Текст] – М.: ГИФМЛ, 1961. – 824 с.

7. Fantoni I., Lozano R. Non-linear Control for underactuated mechanical systems // Springer London, 2001. – 293 p.
8. Маркеев, А.П. Теоретическая механика [Текст] – М.: Наука, ГРФМЛ, 1990. – 414 с.
9. Костоглотов А.А., Костоглотов А.И., Лазаренко С.В. Многопараметрическая идентификация конструктивных параметров методом объединенного принципа максимума [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2011, №1. – Режим доступа: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n1y2011/348> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.
10. Андрашитов Д.С., Костоглотов А.А., Костоглотов А.И., Лазаренко С.В., Ценных Б.М. Универсальный метод синтеза оптимальных управлений нелинейными Лангранжевыми динамическими системами [Электронный ресурс] // Инженерный вестник Дона. 2014. №1. – Режим доступа: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n1y2014/2251> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.
11. Fuller, F.T. Study of an optimal non-linear control system // Journac of Electronics Control. №1(15), 1963. – P.63-71.