А.К.Айзинбуд

Формирование точного автомодельного решения задачи гидродинамического расчета упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами, работающего на двуслойной смазке в нестационарном режиме трения

Как уже было отмечено в работе [1], при взаимодействии на границе раздела жидкости с твердой опорной поверхностью подшипника, происходит образование пристенного слоя жидкости другой вязкости, отличной от вязкости смазок в основном слое. В работе [1] в отличие от других работ, посвященных данной проблеме при анализе основных характеристик, режим течения в смазочном слое считался нестационарным. Однако, недостаток предыдущей работы заключался в том, что подшипник не обладал демпфирующими свойствами, поверхности подшипника являлись сплошными. Так как большинство пар трения работают в нестационарном режиме трения, поэтому разработка расчетной модели подшипников скольжения в нестационарном режиме трения с учетом сил инерции и демпфирующих свойств подшипника является актуальной задачей трибологии, непосредственно связанной с анализом устойчивости работы подшипника.

В данной статье, предложенный в работе [1] метод расчета основных рабочих характеристик подшипника обобщается на случай, когда на направляющей поверхности подшипника присутствует пористый

Постановка задачи. Начальные и граничные условия.

Рассматривается неустановившееся стратифицированное течение двухслойной вязкой несжимаемой жидкости в зазоре упорного подшипника скольжения с адаптированным профилем опорной поверхности.

Предполагается, что ползун неподвижен, а шип с пористым слоем движется в сторону сужения зазора с заданной скоростью u^* , на которую накладываются возмущения $A' \sin \Omega' t'$ $A' \sin \Omega' t'$, где A' - амплитуда, Ω' - частота возмущения (рис.1).

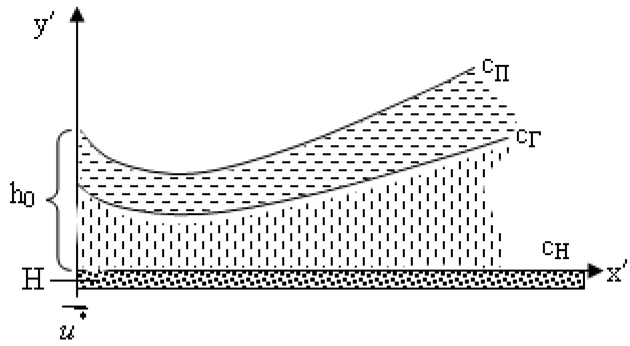


Рис. 1 Схематическое изображение двухслойной смазки в зазоре упорного подшипника при наличии пористого слоя на поверхности направляющей

В декартовой системе координат $x'O'y'$ уравнение адаптированного контура $C_П$ ползуна, границы раздела $C_Г$, а также направляющей $C_Н$ с пористым слоем толщины H, имеют вид:

$$y' = h_0 + x' tg\alpha - a' \sin \omega' x' = h'(x'), \;\; y' = \alpha h'(x'), \;\; y' = 0, \;\; y' = -H. \qquad (1)$$

Здесь a' и ω' соответственно амплитуда и частота контурных возмущений, характеризующих степень отклонения контура ползуна от прямолинейного, $\alpha \in [0,1]$, h_0 – начальный зазор; $tg\alpha$ – угловой коэффициент линейного контура.

В дальнейшем $\omega = \omega' l$ определяется из условия максимума несущей способности подшипника, a' и $ltg\alpha$ – одного порядка малости, где l – длина ползуна.

В качестве основных уравнений, по аналогии с [2,3], в расчётах берутся безразмерная нестационарная система уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости для случая «тонкого слоя», уравнения неразрывности и уравнение Дарси(в пористом слое режим считается квазистационарным):

$$\frac{\partial^2 v_i}{\partial y^2}=\frac{dp_i}{dx}+\mathrm{Re}_i\frac{dv_i}{dt},\ \ \frac{\partial u_i}{\partial y}+\frac{\partial v_i}{\partial x}=0,\ (i=1,2),\ \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 P}{\partial y^2}=0 \qquad (2)$$

где размерные величины $x', y', \upsilon_i', u_i', p_i'$ в смазочном слое связаны с безразмерными $x, y, \upsilon_i, u_i, p_i$ соотношениями

$$y'=h_0 y,\ x'=l\cdot x,\ \upsilon_i'=u^*\upsilon_i,\ u_i'=u^*\varepsilon u_i,\ \varepsilon=\frac{h_0}{l},$$

$$p_i'=p_i^* p_i,\ \ p_i^*=\frac{l\mu_i u^*}{h_0^2},\ \mathrm{Re}_i=\frac{\rho_i h_0^2}{t^*\mu_i},\ t'=t^*t \qquad (3)$$

Здесь u_i', υ_i' - компоненты вектора скорости, p_i' - гидродинамическое давление в смазочных слоях, μ_i - динамический коэффициент вязкости.

В пористом слое переход к безразмерным переменным осуществляется по формулам: $$y'=H\cdot\zeta,\ x'=l\cdot x,\ P'=p_i^* P, \qquad (4)$$

где P' - гидродинамическое давление в пористом слое.

Граничные условия на поверхности ползуна и направляющей записываются в виде:

$$u_1\Big|_{y=0}=-N\frac{\partial P}{\partial\zeta}\Big|_{\zeta=0},\ \ \upsilon_1\Big|_{y=0}=1+A\sin\Omega t,\ \ p_1(0)=p_1(1)=\frac{p_a\cdot h_0^2}{l\mu_1 u^*}=\tilde{P}_g,$$

$$p_1=P\Big|_{\zeta=0},\ \frac{\partial P}{\partial\zeta}\Big|_{\zeta=-1}=0,\ u_2\Big|_{y=h(x)}=0,\ \upsilon_2\Big|_{y=h(x)}=0,$$

$$p_2(0)=p_2(1)=\frac{p_a h_0^2}{l\mu_2 u^*}=\tilde{\tilde{P}}_g. \qquad (5)$$

На границе раздела слоёв

$$u_1\Big|_{y=\alpha h}=u_2\Big|_{y=\alpha h},\ \ \upsilon_1\Big|_{y=\alpha h}=\upsilon_2\Big|_{y=\alpha h},\ \ \frac{\partial\upsilon_1}{\partial y}\Big|_{y=\alpha h}=\frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\partial\upsilon_2}{\partial y}\Big|_{y=\alpha h},$$

$$\frac{u_1}{\upsilon_1}=\alpha h'(x),\ \ h(x)=1+\eta x-\eta_1\sin\omega x,\ \ \eta=\frac{ltg\alpha}{h_0},\ \ \eta_1=\frac{a'}{h_0}, \qquad (6)$$

$\omega=\omega' l,\ N=k^* l^2/k_0^4,\ k^* -$ проницаемость пористого слоя.

Граничные условия (5) означают прилипание смазки к поверхности ползуна и направляющей, а также, что переходя через пористую поверхность, давление меняется непрерывно, а нормальная составляющая скорости определяется законом Дарси.

Помимо этого, на непроницаемой поверхности направляющей нормальная составляющая скорости равна нулю. Давление в начальном и конечном сечениях равно атмосферному.

Условия (6) означают: условие существования слоистого течения смазки, т.е. требуется, чтобы скорость точек границы раздела слоёв в каждой точке была направлена по касательной к контуру раздела слоёв, а также равенство скоростей, касательных и нормальных напряжений на границе раздела слоев.

Полагая толщину пористого слоя достаточно малой, осредним уравнение Дарси по толщине этого слоя

$$\int_{0}^{-1}\left(\frac{H^2}{l^2}\frac{\partial^2 P}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 P}{\partial \zeta^2}\right)d\zeta=0. \qquad (7)$$

Точное автомодельное решение системы уравнений (2), удовлетворяющее граничным условиям (5) и (6), с учётом (7), будем искать в виде:

$$u_i=-\frac{\partial\psi_i}{\partial x}+U_i(x,y),\ \ \upsilon_i=\frac{\partial\psi_i}{\partial y}+V_i(x,y),\ \ \psi_i=\tilde{\psi}_i(\xi),$$

$$U_i(x,y)=-\tilde{u}_i(\xi)h'(x),\ \ V_i(x,y)=\tilde{\upsilon}_i(\xi),\ \ \xi=\frac{y}{h},$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial x}+\mathrm{Re}_1\frac{\partial}{\partial t}[\frac{1}{h}\frac{\partial\tilde{\psi}_1(\xi,t)}{\partial\xi}\bigg|_{\xi=\alpha}+\tilde{v}_1(\xi,t)\big|_{\xi=\alpha}]=\frac{\tilde{c}_1}{h^2}+\frac{\tilde{c}_2}{h^3}$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial x}+\mathrm{Re}_2\frac{\partial}{\partial t}[\frac{1}{h}\frac{\partial\tilde{\psi}_2(\xi,t)}{\partial\xi}\bigg|_{\xi=\alpha}+\tilde{v}_2(\xi,t)\big|_{\xi=\alpha}]=\frac{\tilde{\tilde{c}}_1}{h^2}+\frac{\tilde{\tilde{c}}_2}{h^3}$$

$$P=A(x)\left(\zeta+1\right)^2\zeta^2+c^*\left(\zeta+1\right)^2\zeta h'+p. \qquad (8)$$

Подставляя (8) в (2) и в граничные условия (5) и (6), с учётом (7), будем иметь: $\dfrac{\partial^3\tilde{\psi}_1(\xi,t)}{\partial\xi^3}=\tilde{c}_2(t)$, $\dfrac{\partial^2\tilde{v}_1(\xi,t)}{\partial\xi}=\tilde{c}_1(t)$, $\dfrac{\partial\tilde{u}_1(\xi,t)}{\partial\xi}+\xi\dfrac{\partial\tilde{v}_1(\xi,t)}{\partial\xi}=0$,

$$\frac{\partial^3\tilde{\psi}_2(\xi,t)}{\partial\xi^3}=\tilde{\tilde{c}}_2(t),\ \frac{\partial^2\tilde{v}_2(\xi,t)}{\partial\xi}=\tilde{\tilde{c}}_1(t),\ \frac{\partial\tilde{u}_2(\xi,t)}{\partial\xi}+\xi\frac{\partial\tilde{v}_2(\xi,t)}{\partial\xi}=0; \qquad (9)$$

$$\left.\frac{\partial\tilde{\psi}_1(\xi,t)}{\partial\xi}\right|_{\xi=0}=0,\quad \left.\tilde{u}_1(\xi,t)\right|_{\xi=0}=0,\quad \left.\tilde{v}_1(\xi,t)\right|_{\xi=0}=1+A\sin\Omega t,\quad \left.\frac{\partial\tilde{\psi}_2(\xi,t)}{\partial\xi}\right|_{\xi=1}=0,$$

$$\left.\tilde{u}_2(\xi,t)\right|_{\xi=1}=0,\qquad \left.\tilde{v}_2(\xi,t)\right|_{\xi=1}=0,\qquad \left.\frac{\partial\tilde{\psi}_1(\xi,t)}{\partial\xi}\right|_{\xi=\alpha}=\left.\frac{\partial\tilde{\psi}_2(\xi,t)}{\partial\xi}\right|_{\xi=\alpha},$$

$$\left.\tilde{v}_1(\xi,t)\right|_{\xi=\alpha}=\left.\tilde{v}_2(\xi,t)\right|_{\xi=\alpha},\ \left.\tilde{u}_1(\xi,t)\right|_{\xi=\alpha}=\left.\tilde{u}_2(\xi,t)\right|_{\xi=\alpha},\ \left.\frac{\partial\tilde{v}_1(\xi,t)}{\partial\xi}\right|_{\xi=\alpha}=\frac{\mu_2}{\mu_1}\left.\frac{\partial\tilde{v}_2(\xi,t)}{\partial\xi}\right|_{\xi=\alpha},$$

$$\left.\frac{\partial^2\tilde{\psi}_1(\xi,t)}{\partial\xi^2}\right|_{\xi=\alpha}=\frac{\mu_2}{\mu_1}\left.\frac{\partial^2\tilde{\psi}_2(\xi,t)}{\partial\xi^2}\right|_{\xi=\alpha},\ p_1=\frac{\mu_2}{\mu_1}p_2,\ \int_0^\alpha\tilde{v}_1(\xi,t)d\xi+\int_\alpha^1\tilde{v}_2(\xi,t)d\xi=Nc^*=\beta. \qquad (10)$$

Решение задачи (9) – (10) находится непосредственным интегрированием.

Для определения постоянных $c_i(i=2,3,...11)$, $\tilde{c}_1,\tilde{c}_2,\tilde{\tilde{c}}_1,$ придём к алгебраической системе, которая сводится к матричному уравнению вида:

$$M\cdot\vec{x}=\vec{b},\ \text{где}$$

$$\vec{x}=\left\{\tilde{\tilde{c}}_1;c_4;c_5;c_8;c_9\right\},\ \vec{b}=\left\{-\tilde{\tilde{c}}_2\frac{1}{2};0;\beta-\alpha-\alpha A\sin\Omega t;-\tilde{\tilde{c}}_2\frac{\alpha^2}{2}(k-1);-1-A\sin\Omega t\right\}$$

$$M=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0\\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 & 1\\ k\frac{\alpha^3}{6}-\frac{\alpha^3}{6}+\frac{1}{6} & 0 & 0 & k\frac{\alpha^2}{2}-\frac{\alpha^2}{2}+\frac{1}{2} & 1-\alpha\\ 0 & \alpha(k-1) & -1 & 0 & 0\\ \frac{\alpha^2}{2}(k-1) & 0 & 0 & \alpha(k-1) & -1 \end{vmatrix}$$

Выражения, полученные для постоянных $c_i(i=2,3,...11)$, $\tilde{c}_1,\tilde{c}_2,\tilde{\tilde{c}}_1,\tilde{\tilde{c}}_2$ в работе не приводятся в виду их громоздкости.

Безразмерные расходы Q_1 и Q_2 двухслойной смазочной жидкости определяются выражениями:

$$Q_1 = \tilde{c}_2 \frac{\alpha^3}{6} + c_2 \frac{\alpha^2}{2} + c_3\alpha\,, \quad Q_2 = \frac{\tilde{\tilde{c}}_2}{6} + \frac{c_4}{2} + c_5 - c_6 \frac{\alpha^3}{6} - c_4 \frac{\alpha^2}{2} - c_5\alpha\,.$$

Безразмерная поддерживающей сила $\tilde{R}_y$ и безразмерная сила трения $\tilde{L}_{mp}$, определяются выражениями:

$$\tilde{R}_y = \frac{R_y}{p_1^* l} = \int_0^1 (p_1(0) - p_1(x))dx$$

$$\tilde{L}_{mp} = \frac{L_{mp} l}{\mu_1 u^*} = \int_0^1 \left(\frac{\tilde{\psi}_1''(0)}{h^2(x)} + \frac{\tilde{v}_1(0)}{h(x)}\right)dx = \int_0^1 \frac{c_2}{h^2(x)} + \frac{c_6}{h(x)}dx$$

Результаты численного анализа полученных аналитических выражений для основных рабочих характеристик, показывают:

1. С увеличением вязкостного отношения, несущая способность возрастает.

2. С уменьшением параметра α, характеризующего протяженность слоев, при $k>1$, несущая способность увеличивается.

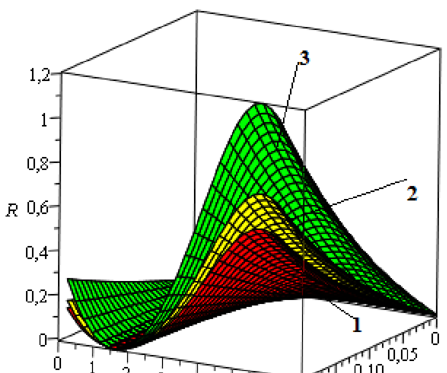
3. С увеличением параметра β, несущая способность уменьшается, при этом для значений $\beta > 0.5$ теряется устойчивость.

4. При $k > 1$, $\alpha < 0.4$, $\Omega \in (0.42; 0.91)$ с ростом Re_1, несущая способность увеличивается.

5. С ростом Re_1 безразмерный расход Q_1 увеличивается, Q_2-уменьшается.

6. С уменьшением параметра k, увеличением параметра α, уменьшением Re_1, при $\Omega < 0.5$ -сила трения увеличивается.

7. С ростом параметра k, ростом α-безразмерный расход Q_1-увеличивается, а безразмерный расход Q_2- уменьшается.

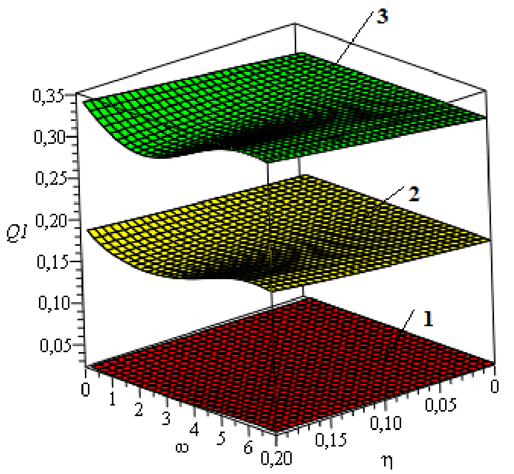


$$1) k = 1.5, \alpha = 0.5, \Omega = 0.6, \mathrm{Re}_1 = 0.5, \beta = -0.1$$

$$2) k = 2, \alpha = 0.3, \Omega = 0.6, \mathrm{Re}_1 = 3, \beta = -0.1$$

$$3) k = 2.5, \alpha = 0.2, \Omega = 0.6, \mathrm{Re}_1 = 30, \beta = -0.1$$

Рис. 2 Зависимость безразмерной несущей способности от параметров ω и η при разных значениях параметров α , k и Re_1

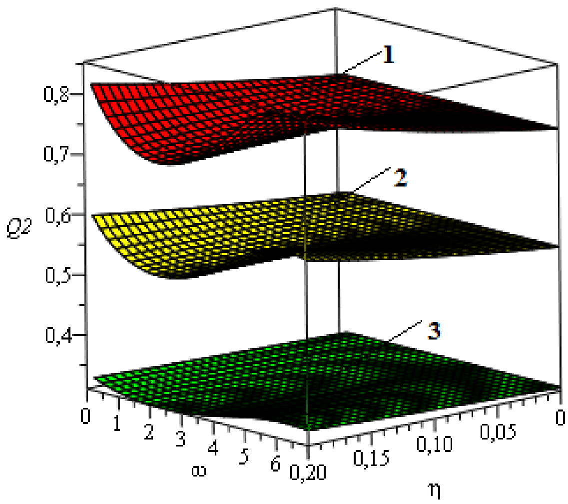


$$1) k = 1.2, \alpha = 0.1, \Omega = 0.4, \mathrm{Re}_1 = 0.3, \beta = -0.1$$

$$2) k = 1.5, \alpha = 0.3, \Omega = 0.4, \mathrm{Re}_1 = 3, \beta = -0.1$$

$$3) k = 2, \alpha = 0.5, \Omega = 0.4, \mathrm{Re}_1 = 30, \beta = -0.1$$

Рис.3 Зависимость расхода Q_1 от параметров ω и η при разных значениях параметров α , k и Re_1



$$1) k = 1.2, \alpha = 0.1, \Omega = 0.4, \mathrm{Re}_1 = 0.3, \beta = -0.1$$

$$2) k = 1.5, \alpha = 0.3, \Omega = 0.4, \mathrm{Re}_1 = 3, \beta = -0.1$$

$$3) k = 2, \alpha = 0.5, \Omega = 0.4, \mathrm{Re}_1 = 30, \beta = -0.1$$

Рис.4 Зависимость расхода Q_2 от параметров ω и η при разных значениях параметров α , k и Re_1

Литература:

1. Айзинбуд А.К. Разработка метода гидродинамического расчета упорного подшипника, работающего на двухслойной смазке в нестационарном режиме трения.//Вестник РГУПС №3,2013.-С. 170-177

2. Ахвердиев К.С., Александровна Е.Е., Мукутадзе М.А, Стратифицированное течение двухслойной смазки в зазоре упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами//Проблемы синергетики в трибологии, трибоэлектрохимии, материаловедении и мехатронике: материалы VIII Междунар. науч.-практ. конф. /ЮРГТУ- Новочеркасск, 2009.- С.14-22.

3. Александровна Е.Е., Мукутадзе М.А., Копотун Б.Е., Математическая модель двухслойной смазки в зазоре упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами //Труды Международной научно-практической конференции «Проблемы и перспективы развития транспортного комплекса: образование, наука, производство» - Ростов н/Д , 2009.- С.8-9.

4. Ахвердиев К.С., Воронцов П.А., Черкасова Т.С., Гидродинамический расчет подшипников скольжения с использованием моделей слоистого течения вязкой смазки//Трение и износ. 1998.- Т.16, №6-С 698-707

5. Фукс Г.И., Кутейникова З.А., Блехеров М.М., О двухслойной смазке// Вуз сб.: Исследования по физикохимии контактных взаимодействий. Уфа: Башиздат, 1971.-с.79-93.

6. Коровчинский М.В., Теоретические основы работы подшипников скольжения. М., Машгиз., 1959.-403с

7. Raimondi A.A. An adiabatic solution for the finite slider bearing.- Trans. ASLE , 1966.-V.9,3,-P.283-286.

8. Ахвердие К.С., Александрова Е.Е., Кручина Е.В., Мукутадзе М.А., Стратифицированное течение двухслойной смазки в зазоре упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью///Вестник Дон. Гос.техн. ун-та-2010. - Т.10 №2(45). -С.217-223.

9. Мукутадзе М.А., Флекс Б.М., Задорожная Н.С., Полчков Е.В., Мукутадзе А.М., Расчетная модель гидродинамической смазки неоднородного пористого подшипника конечной длины, работающего в устойчивом нестационарном режиме трения при наличии принудительной

подачи смазки [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2013 г., №3 – Режим доступа: http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1765 (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

10. Gear C.W., Numarical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations / Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs. - N.J., 1972. – С. 52.

11. Баранова Д.А., Математическая модель деформирования подкрепленных оболочек вращения при учете различных свойств материала [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2012 г., №2 – Режим доступа: http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n2y2012/745 (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус