

Аналитическое описание диаграмм деформирования материалов для расчета железобетонных элементов с комбинированным предварительным напряжением

З.Р. Лихов, М.М. Бердов, А.А. Сабанчиев, В.Х. Пшуков.

*ГОУ ВПО «Кабардино-Балкарский государственный университет им Х.М. Бербекова»,
Нальчик, Россия*

Аннотация: В статье предлагается аналитическое описание полных диаграмм деформирования материалов используемых при разработке методики расчета железобетонных изгибаемых элементов с комбинированным предварительным напряжением.

Ключевые слова: диаграмма деформирования материалов, диаграмма деформирования бетона, диаграмма деформирования стали, комбинированное предварительное напряжение.

При расчете железобетонных балок с комбинированным предварительным напряжением по обеим группам предельных состояний требуется учет их особенностей.

Аналитическое описание полных диаграмм деформирования арматурной стали и бетона необходимо при разработке методики расчета изгибаемых железобетонных элементов с комбинированным предварительным напряжением.

Среди большого количества уравнений для аналитического описания диаграмм деформирования бетона использовано уравнение, предложенное М. Сарджином [1] и рекомендованное ЕКБ-ФИП [2]

$$\sigma_{\epsilon} = R_{\epsilon} \frac{K \frac{\epsilon_{\epsilon}}{\epsilon_{\epsilon R}} - \left(\frac{\epsilon_{\epsilon}}{\epsilon_{\epsilon R}} \right)^2}{1 + (K - 2) \frac{\epsilon_{\epsilon}}{\epsilon_{\epsilon R}}}, \quad (1)$$

где $K = E_{\epsilon} \epsilon_{\epsilon R} / R_{\epsilon},$ (2)

R_{ϵ} – призмная прочность бетона;

$\epsilon_{\epsilon R}$ – деформация бетона.

Использование данного уравнения обосновывается его простотой и точностью, а также возможностью его использования для аналитического описания диаграммы деформирования высокопрочной арматурной стали [3-5].

Для описания криволинейной части диаграммы деформирования высокопрочной арматурной стали, имеющей условный предел текучести, примем следующее выражение

$$\sigma_s = \sigma_{el} + (\sigma_u - \sigma_{el}) \frac{K_s \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{el}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{el}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{el}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{el}} \right)^2}{1 + (K_s - 2) \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{el}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{el}}}, \quad (3)$$

где
$$K_s = \frac{E_s (\varepsilon_u - \varepsilon_{el})}{\sigma_u - \sigma_{el}}, \quad (4)$$

E_s – модуль упругости стали;

σ_{el} – условный предел упругости;

ε_{el} – деформация, соответствующая условному пределу упругости;

σ_u – временное сопротивление;

ε_u – деформация, соответствующая временному сопротивлению.

При $\varepsilon_s \leq \varepsilon_{el}$ или $\sigma_s \leq \sigma_{el}$ диаграмма $\sigma_s \leq \varepsilon_s$ имеет линейную форму (прямая 1 на рис. 1,а), поэтому вместо выражения (3) используется закон Гука $\sigma_s = E_s \varepsilon_s$.

Потери предварительных напряжений в арматурной стали происходят с изменением деформаций. Только в случае предварительного напряжения арматурной стали выше условного предела текучести $\sigma_{sp} > \sigma_{0,2}$ потери предварительных напряжений от релаксации напряжений σ_l происходят без изменения деформаций (вертикальный отрезок на рис. 1,а).

Сумма всех потерь – σ_{los} . Установившиеся предварительные напряжения – σ_{sp2} .

Условные пределы текучести с $\sigma_{0,2}$ до $\sigma'_{0,2}$ и упругости с σ_{el} до σ'_{el} повышаются в результате воздействия предварительного напряжения, а также снижения пластических деформаций (см. рис. 1,а).

После предварительного напряжения, уравнение (3), описывающее диаграмму деформирования арматурной стали принимает вид [6,7]:

$$\sigma_s = \sigma'_{el} + (\sigma_u - \sigma'_{el}) K'_s \frac{\left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon'_{el}}{\varepsilon_u - \varepsilon'_{el}}\right) - \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon'_{el}}{\varepsilon_u - \varepsilon'_{el}}\right)^2}{1 + (K'_s - 2) \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon'_{el}}{\varepsilon_u - \varepsilon'_{el}}\right)}, \quad (5)$$

где
$$K'_s = \frac{E_s (\varepsilon_u - \varepsilon'_{el})}{\sigma_u - \sigma'_{el}}; \quad (6)$$

σ'_{el} - новые значения условного предела упругости; и соответствующей деформации;

ε'_{el} - деформации, соответствующие новым значениям условного предела упругости;

ε_{si} и $\varepsilon'_{el} = \sigma'_{el} / E_{sp}$ – измерения производятся от нового начала координат.

При $\varepsilon_s \leq \varepsilon'_{el}$ или $\sigma_s \leq \sigma'_{el}$ зависимость $\sigma_s - \varepsilon_s$ имеет линейный вид (прямая 2 на рис. 1,а), подчиняется закону Гука. Деформация отжатая при предварительном напряжении σ_{sp} составит $\varepsilon_{sp,pl} + \sigma_1 / E_s$, где $\varepsilon_{sp,pl}$ – пластическая деформация при напряжении $\sigma_{sp} > \sigma_{el}$, а σ_1 / E_s - пластическая деформация при потере предварительного напряжения от релаксации напряжений σ_1 .

По результатам экспериментов, зависимость $\varepsilon_{sp,pl}$ и σ_{sp} принимаем следующей:

$$\varepsilon_{sp,pl} = 0,25 \left(\frac{\sigma_{sp}}{R_{sp}} - 0,8 \right)^3. \quad (7)$$

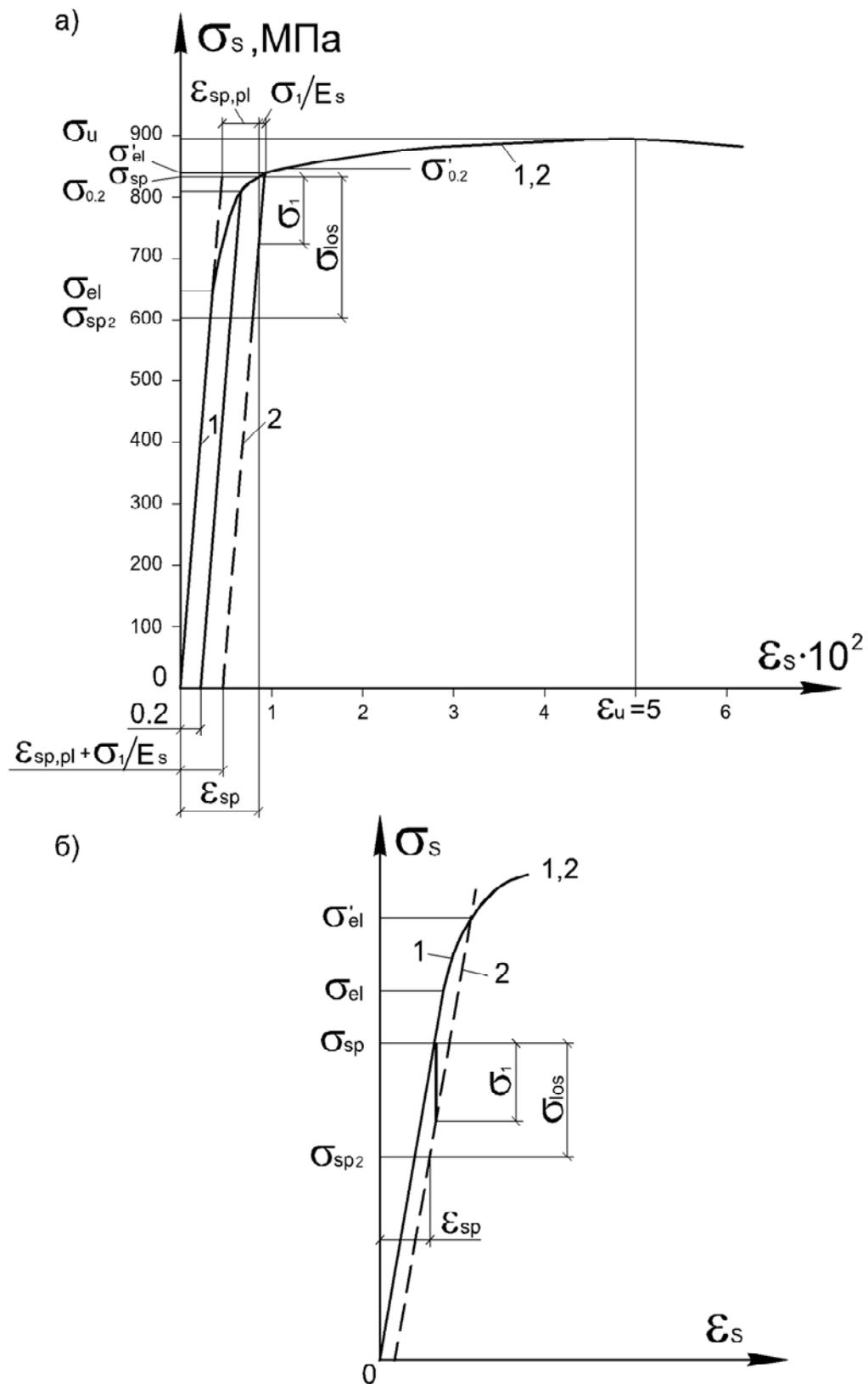


Рис. 1. Диаграммы деформирования арматурной стали класса А-1000: 1 – исходная, 2 – при предварительном напряжении выше предела упругости (а); то же, ниже предела упругости (б).

При предварительном напряжении высокопрочной арматурной стали учитывается повышение условного предела упругости.

Необходимо отметить, что указанное явление наблюдается при сравнительно невысоком уровне предварительных напряжений [8], меньше условного предела текучести, что является следствием ползучести стали без изменения суммы деформаций, приводящих к потере предварительных напряжений от релаксации σ_1 (рис. 1,б).

Условный предел упругости при предварительном напряжении высокопрочной арматурной стали в пределах ее упругой работы изменяется незначительно, из-за остаточных деформаций, вызываемых релаксацией предварительного напряжения.

Для ненапрягаемой арматуры условный предел упругости принимается $\sigma_{el} = 0,8\sigma_{0,2}$ в соответствии с строительными нормативами.

При предварительном напряжении выше уровня условного предела упругости $\sigma_{el} = 0,8\sigma_{0,2}$, нормами рекомендуется определение условного предела упругости высокопрочной стержневой арматуры по следующей формуле

$$\sigma'_{el} = \beta\sigma_{0,2}, \quad (8)$$

$$\text{где} \quad \beta = 0,5 \frac{\sigma_{sp}}{\sigma_{0,2}} + 0,4 \geq 0,8. \quad (9)$$

Так как приращение напряжений в арматуре S'_p при внешнем нагружении приводит превышению суммарных напряжений расчетного сопротивления ηR_s , нецелесообразно предварительное сжатие высокопрочной арматурной стали сжатой зоны железобетонной балки выше условного предела упругости.

Так, при арматуре класса А-1000 $\sigma_{el} = 0,8 \cdot 815 = 652$ МПа, а приращение напряжений при длительно действующей внешней нагрузке $R_{scp} = 500$ МПа. Суммарное напряжение $R_{scp} + \sigma_{el} = 1152$ МПа, что выше

$\eta R_s = 1,1 \cdot 815 = 896,5$ МПа. Предварительное сжатие арматуры S'_p должно быть ниже условного предела упругости и не превышать $\sigma'_{sp} = \eta R_s - R_{scp}$.

Суммарные предварительные напряжения равны разности указанных напряжений, так как напряжения от внешней нагрузки имеют противоположный знак, поэтому данное условие не распространяется на предварительное сжатие арматуры S_p .

Диаграммы деформирования высокопрочной арматурной стали используемой в железобетонных изгибаемых конструкциях до предварительного напряжения, а также после, показаны на рис. 1,а.

Диаграмма построена по расчетным характеристикам высокопрочной арматурной стали класса А-1000, равным $R_s = 815$ МПа; $\eta = 1,1$; $\sigma_u = R_s \eta = 815 \cdot 1,1 = 896,5$ МПа; $\sigma_{el} = 652$ МПа; $E_s = 19 \cdot 10^4$ МПа; $\varepsilon_s = 652 / 19 \cdot 10^4 = 0,34 \cdot 10^{-2}$; $\varepsilon_u = 5 \cdot 10^{-2}$.

Диаграмма деформирования высокопрочной арматурной стали класса А-1000, после подстановки приведенных значений в выражения (3) и (4) описывается следующей формулой (кривая 1 на рис. 1):

$$\sigma_s = 652 + \frac{1,907 \cdot 10^5 \Delta \varepsilon_s - 1,127 \cdot 10^5 \Delta \varepsilon_s^2 - 645,8}{133,9 \Delta \varepsilon_s - 1,495}, \quad (10)$$

где $\Delta \varepsilon_s = \varepsilon_s - \varepsilon_{el}$.

В сжатой зоне изгибаемого железобетонного элемента используется действительная криволинейная эпюра напряжений взамен традиционной прямоугольной. Когда относительная высота сжатой зоны сечения ξ близка к граничной ξ_R , разработанная методика расчета с использованием действительно криволинейной эпюры напряжений вместо прямоугольной в сжатой зоне изгибаемого элемента приводит к существенному уточнению расчета [9,10]. Для этого используется кривая полученная при центральном сжатии бетонных призм.

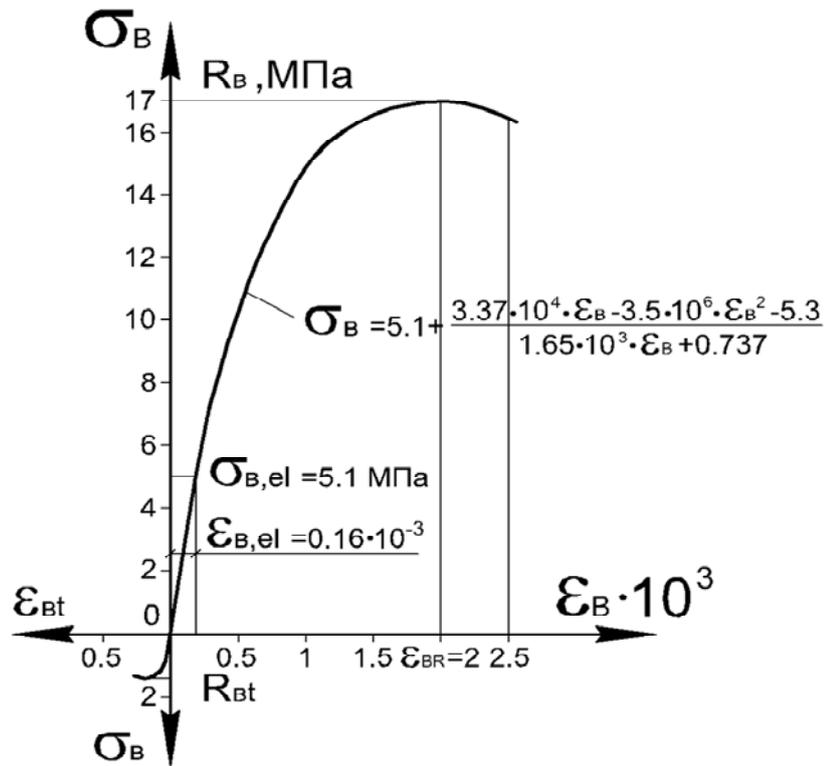


Рис. 2. Диаграмма деформирования тяжелого бетона класса В30 при осевом сжатии и ее аналитическое описание.

При построении полной диаграммы деформирования бетона зависимость $\sigma_\epsilon - \epsilon_\epsilon$ принята линейной (рис. 2). на участке $0 - 0,3R_\epsilon$, так как работа бетона условно-упругая. Начало кривой, описываемой в формулах (1) и (2), необходимо перенести в точку конца линейного участка с координатами $0,3R_\epsilon - \epsilon_{el}$. Аналитическое описание полной диаграммы деформирования $\sigma_\epsilon - \epsilon_\epsilon$ принимает вид

$$\sigma_\epsilon = 0,3R_\epsilon + \frac{K_1 \frac{\epsilon_\epsilon - \epsilon_{\epsilon,el}}{\epsilon_{\epsilon R} - \epsilon_{\epsilon,el}} - \left(\frac{\epsilon_\epsilon - \epsilon_{\epsilon,el}}{\epsilon_{\epsilon R} - \epsilon_{\epsilon,el}} \right)^2}{1 + (K_1 - 2) \left(\frac{\epsilon_\epsilon - \epsilon_{\epsilon,el}}{\epsilon_{\epsilon R} - \epsilon_{\epsilon,el}} \right)}, \quad (11)$$

где

$$K_1 = E_\epsilon \frac{\epsilon_{\epsilon R} - \epsilon_{\epsilon,el}}{0,7R_\epsilon}. \quad (12)$$

При использовании расчетных характеристик тяжелого бетона класса В30 равных $R_b=17$ МПа; $\varepsilon_{bR} = 2 \cdot 10^{-3}$; $E_b = 32,5 \cdot 10^3$ МПа; $\varepsilon_{bRt} = 0,2 \cdot 10^{-3}$; $R_{bt} = 1,2$ МПа; $\sigma_{b,el} = 0,3R_b = 5,1$ МПа; $\varepsilon_{b,el} = 0,16 \cdot 10^{-3}$, зависимость (1) принимает вид (рис. 2.):

$$\sigma_b = 5,1 + \frac{3,37 \cdot 10^4 \Delta\varepsilon_b - 3,5 \cdot 10^6 \Delta\varepsilon_b^2 - 5,3}{1,65 \cdot 10^3 \Delta\varepsilon_b + 0,737}, \text{ где } \Delta\varepsilon_b = \varepsilon_b - \varepsilon_{el}. \quad (13)$$

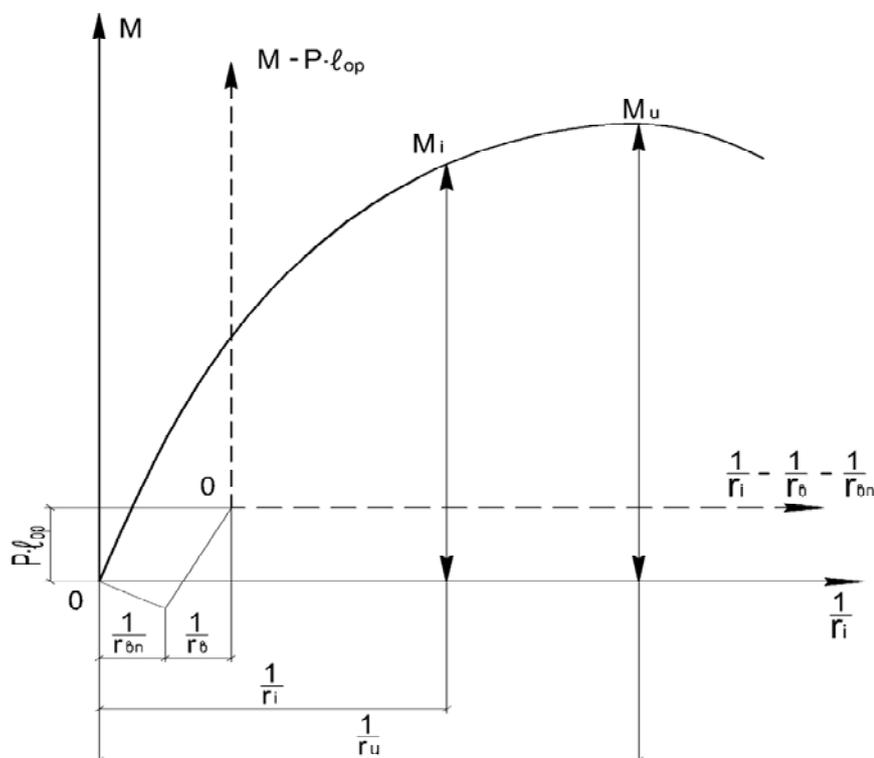


Рис. 3. Кривая зависимости момент – кривизна.

Литература

1. Sargin M. Stress-strain relationships for concrete and the analysis of structural concrete sections. SM study, №4, Solid Mechanical Division, University of Waterloo. Ontario, Canada. – 1970. P. 167.
2. Европейский комитет по бетону. Кодекс - образец ЕКБ - ФИП для норм по железобетонным конструкциям (перевод с французского) - М.: НИИЖБ, 1984 - С. 284.

3. Bryan D. Scott, The stress strain relationship for confined concrete rectangular sections. Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Master of. Engineering Report, 1980. p. 120.

4. Лихов З.Р., Маилян Р.Л. Методика расчета железобетонных элементов с комбинированным преднапряжением при учете полных диаграмм деформирования материалов. Развитие науки и практики железобетонных конструкций. – г. Ростов-на-Дону: РГСУ, СевкавНИПИАгропром. – 2003 г. С. 51-68.

5. Лихов З.Р. К расчету железобетонных изгибаемых элементов с комбинированным преднапряжением с учетом полных диаграмм деформирования материалов. Сборник докладов Международной конференции “Строительство – 2003”. – г. Ростов-на-Дону: РГСУ. – 2003 г. С. 62-63.

6. Джанкулаев А.Я., Лихов З.Р., Хуранов В.Х., Шогенов О.М. Влияние характера диаграммы $\alpha - \varepsilon$ бетона на несущую способность железобетонных плит. Качество. Инновации. Образование, №5 том II (2015) - М., с. 305-308.

7. Мкртчян А.М., Аксенов В.Н. Аналитическое описание диаграммы деформирования высокопрочных бетонов. Инженерный вестник Дона, 2013, №3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1818

8. Лихов З.Р. Преднапряженные железобетонные строительные балки и методы их проектирования. (Монография). РГСУ, Ростов-на-Дону, 2007 г. 148 с.

9. Хуранов В.Х., Казиев А.М., Шерибов Ш.М., Лихов З.Р., Железобетонные ребристые плиты покрытий с переменным усилием преднапряжения вдоль пролета. Инженерный вестник Дона, 2015, №2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2015/2893.

10. Лихов З.Р., Хуранов В.Х., Бжахов М.И., Джанкулаев А.Я. Учет полных - диаграмм деформирования материалов в алгоритме расчета

изгибаемых железобетонных элементов. Научно-технический вестник Поволжья, №6 (2014)., с. 213-218.

References

1. Sargin M. Stress-strain relationships for concrete and the analysis of structural concrete sections. SM study, №4, Solid Mechanical Division, University of Waterloo. Ontario, Canada. 1970. P. 167.
2. Evropeyskiy komitet po betonu. Kodeks - obrazets EKB - FIP dlya norm po zhelezobetonnykh konstruktsiyam (perevod s frantsuzskogo) [European Committee for concrete. Code - sample EKB - FIP for standards in reinforced concrete structures]- M.: NIIZhB, 1984, p. 284.
3. Bryan d. Scott, The stress strain relationship for confined concrete rectangular sections. Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Master of. Engineering Report, 1980.
4. Likhov Z.R., Mailyan R.L. Metodika rascheta zhelezobetonnykh elementov s kombinirovannym prednapryazheniem pri uchete polnykh diagramm deformirovaniya materialov. [The method of calculation of reinforced concrete elements with a combined pre-stress when considering the full diagrams of deformation of materials]. Razvitie nauki i praktiki zhelezobetonnykh konstruktsiy. – g. Rostov-na-Donu: RGSU, SevkavNIPIagroprom. 2003. Pp. 51-68.
5. Likhov Z.R. K raschetu zhelezobetonnykh izgibaemykh elementov s kombinirovannym prednapryazheniem s uchedom polnykh diagramm deformirovaniya materialov. [Calculation of reinforced concrete bending elements with a combined pre-stress given the complete diagrams of deformation of materials.] Sbornik dokladov Mezhdunarodnoy konferentsii “Stroitel'stvo – 2003”. – g. Rostov-na-Donu: RGSU. 2003. Pp. 62-63.



6. Dzhankulaev A.Ya., Likhov Z.R., Khuranov V.Kh., Shogenov O.M. Kachestvo. Innovatsii. Obrazovanie, №5 tom II (2015) M., pp. 305-308.

7. Mkrтчyan, A. M., Aksenov V. N. Analytical description of the deformation curve of high-strength concretes. Inzhenernyy vestnik Dona, 2013, №3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1818.

8. Likhov Z.R. Prednapryazhennyye zhelezobetonnyye stroitel'nye balki i metody ikh proektirovaniya. [Prestressed concrete beams construction and design techniques]. (Monografiya). RGSU, Rostov-na-Donu, 2007. 148 p.

9. Khuranov V.Kh., Kaziev A.M., Sheribov Sh.M., Likhov Z.R., Inzhenernyy vestnik Dona, 2015, №2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2015/2893.

10. Likhov Z.R., Khuranov V.Kh., Bzhakhov M.I., Dzhankulaev A.Ya., Nauchno-tekhnicheskiy vestnik Povolzh'ya, №6 (2014), pp. 213-218.