



Главный момент сил сопротивления в газодинамическом подшипнике со спиральными канавками

И.А. Зенкина

Калужский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана

Аннотация: В данной статье автор рассматривает газодинамический подшипник со спиральными канавками, активная зона которого образована двумя близко расположенными твердыми поверхностями, одна из которых профилирована спиральными микроканавками. Введена косоугольная система координат, состоящая из логарифмических спиралей и окружностей. Для каждой диады канавка-перемычка были получены значения сил вязкого трения и далее вычислен их главный момент сопротивления относительно оси подшипника, найдено выражение для главного момента сил сопротивления в гладком слое. В работе получен алгоритм, позволяющий вычислить главный момент сил вязкого трения, развивающегося в слое смазки газодинамического подшипника, имеющего спиральные канавки.

Ключевые слова: газодинамический подшипник, спиральные канавки, косоугольные координаты, момент сопротивления.

Введение

Газодинамические подшипники обладают целым рядом несомненных достоинств по сравнению с другими опорами скольжения. Они позволяют существенно увеличить скорость вращения ротора за счет низкой вязкости газов, обеспечивают стабильность работы при больших перепадах температур, обладают хорошими экологическими характеристиками. В данной статье автор рассматривает подшипник со спиральными канавками, активная зона которого образована двумя близко расположенными твердыми поверхностями, одна из которых профилирована спиральными микроканавками.

Целью данной работы является нахождение момента сил вязкого трения, развивающихся в слое смазки газодинамического подшипника, имеющего спиральные канавки, используя косоугольную систему координат.

1. Введение косоугольной системы координат

Рассматривается плоский газодинамический подшипник со спиральными канавками (рис. 1). Одна его поверхность, профилированная, остается неподвижной, а другая, гладкая, вращается. Такой подшипник называется парциальным, в отличие от бинарного, у которого профилированы обе поверхности [1].

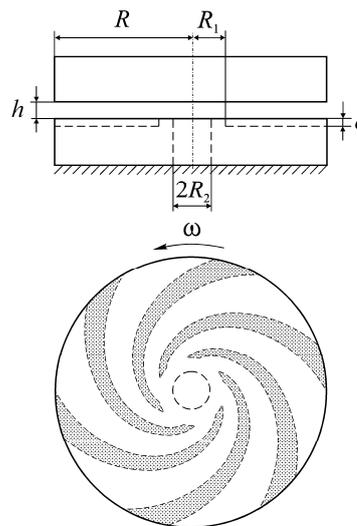


Рис. 1 – Газодинамический подшипник со спиральными канавками

Вся активная зона парциального подшипника состоит из диад канавка-перемычка, причем поле давлений в каждой диаде идентично. Одна такая диада представлена на рис. 2, где O – произвольная точка на фронтальной кромке, отделяющей канавку от перемычки.

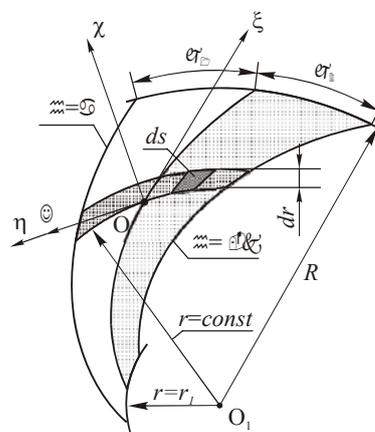


Рис.2 – Диада канавка-перемычка

Вводится ортогональная система координат χ, ϑ по правилу

$$\chi = (r - r_0)/R, \quad \vartheta = \varphi - \varphi_0, \quad (1)$$

где r_0 и φ_0 – полярные координаты точки O .

Обозначим

$$\rho = r_0/R. \quad (2)$$

Введем также криволинейную косоугольную систему координат ξ, η [2, 3] таким образом, чтобы линии $\eta = \text{const}$ были логарифмическими спиралями с полюсом в O_1 и углом атаки ψ , а линии $\xi = \text{const}$ – окружностями с центром в O_1 .

$$\eta = \frac{\Delta\varphi}{\varphi_1 + \varphi_2} = n \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{n}{2\pi} \left(\vartheta + \frac{\chi}{\rho} \text{ctg} \psi \right), \quad \xi = \frac{n}{2\pi} \frac{\chi}{\rho} \text{ctg} \psi, \quad (3)$$

где n – число спиральных канавок.

Значения η на границах диады выражаются через параметры

$$\kappa = \frac{\varphi_1}{\varphi_1 + \varphi_2}, \quad \alpha = \frac{\varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2}, \quad \kappa + \alpha = 1. \quad (4)$$

2. Нахождение сил вязкого трения

Рассмотрим узкую полоску смазочного слоя (рис. 2), расположенную вдоль линии $r = \text{const}$ и имеющую ширину dr . Пусть ds – элементарный участок этой площадки, равный

$$ds = \frac{2\pi}{n} R^2 \rho d\rho d\eta, \quad (5)$$

Если элементарная площадка ds находится около вращающейся поверхности, т.е. на высоте $z = h$ от плоскости перегородок нижней детали, профилированной канавками, то проекция силы вязкого трения, приложенной к ней, на ось ϑ определится выражением

$$dR_\vartheta = \mu \left(\frac{\partial V_\vartheta}{\partial z} \right)_h ds, \quad (6)$$

где μ – динамический коэффициент вязкости, а V_{ϑ} – проекция скорости частиц газа на ось ϑ . Далее рассматриваются силы в окрестности канавки, так как в окрестности перемычки их можно найти, учитывая соответствующий результат для канавки [4]. Проекция скорости на ось ϑ на высоте z от нижней стенки смазочного слоя удовлетворяет уравнению

$$V_{\vartheta} = \omega R(\rho + \chi) \frac{c+z}{c+h} - \frac{(h-z)(c+z)}{2\mu R(\rho + \chi)} \frac{\partial p}{\partial \vartheta}. \quad (7)$$

Здесь ω – угловая скорость подвижной детали, h – рабочий зазор, c – глубина спиральных канавок, p – давление.

Продифференцировав выражение (7), найдем

$$\frac{\partial V_{\vartheta}}{\partial z} = \frac{\omega R(\rho + \chi)}{h+c} - \frac{h-c-2z}{2\mu R(\rho + \chi)} \frac{\partial p}{\partial \vartheta}. \quad (8)$$

Как видно из рис. 2., полоска содержит точку O , где $\chi = 0$. Тогда, приняв в найденном выражении $\chi = 0$, $z = h$, получим

$$\left(\frac{\partial V_{\vartheta}}{\partial z} \right)_h = \frac{\omega R\rho}{h+c} + \frac{h+c}{2\mu R\rho} \frac{\partial p}{\partial \vartheta}. \quad (9)$$

Подставив (9) и (5) в (6), найдем

$$dR_{\vartheta} = \frac{\pi}{n} R \left[\frac{2\mu\omega}{h+c} R^2 \rho^2 + (h+c) \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right] d\rho d\eta. \quad (10)$$

Данное выражение было получено для канавки, так что вместо переменной p удобнее взять p_1 . Чтобы получить результат, соответствующий перемычке, надо принять $c = 0$ и заменить p на p_2 .

Используя индексы 1 и 2 для канавки и перемычки соответственно, запишем

$$dR_{\vartheta 1} = \frac{\pi}{n} R \left[\frac{2\mu\omega}{h+c} R^2 \rho^2 + (h+c) \frac{\partial p_1}{\partial \vartheta} \right] d\rho d\eta, \\ dR_{\vartheta 2} = \frac{\pi}{n} R \left(\frac{2\mu\omega}{h} R^2 \rho^2 + h \frac{\partial p_2}{\partial \vartheta} \right) d\rho d\eta. \quad (11)$$

Используя соотношения (3), получим

$$\frac{\partial p_1}{\partial \vartheta} = \frac{p_a}{2P} \frac{\partial \Pi_1}{\partial \vartheta} = \frac{np_a}{4\pi P} \frac{\partial \Pi_1}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial p_2}{\partial \vartheta} = \frac{p_a}{2P} \frac{\partial \Pi_2}{\partial \vartheta} = \frac{np_a}{4\pi P} \frac{\partial \Pi_2}{\partial \eta}, \quad (12)$$

где p_a – атмосферное давление, $P = p/p_a$ – безразмерное давление, Π_1 и Π_2 – квадраты безразмерного давления в области канавки и перемычки.

Квадраты безразмерного давления аппроксимируются двумерными сплайнами – линейными по ξ и кубическими по η [5, 6]:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \Pi + \frac{\pi}{n} (a_0 \xi + a_1 \eta + a_2 \eta^2 + a_3 \eta^3), \\ \Pi_2 &= \Pi + \frac{\pi}{n} (b_0 \xi + b_1 \eta + b_2 \eta^2 + b_3 \eta^3). \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь Π – квадрат безразмерного давления в точке O .

Продифференцировав выражения (13) по η , получим

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial \eta} = \frac{\pi}{n} (a_1 + 2a_2 \eta + 3a_3 \eta^2), \dots, \frac{\partial \Pi_2}{\partial \eta} = \frac{\pi}{n} (b_1 + 2b_2 \eta + 3b_3 \eta^2). \quad (14)$$

Соотношения (13) и (14) позволяют привести выражения (11) к виду

$$\begin{aligned} dR_{\vartheta 1} &= \frac{\pi}{n} R p_a \left[\frac{2\mu\omega R^2}{p_a(h+c)} \rho^2 + \frac{h+c}{4P} (a_1 + 2a_2 \eta + 3a_3 \eta^2) \right] \rho d\rho d\eta, \\ dR_{\vartheta 2} &= \frac{\pi}{n} R p_a \left[\frac{2\mu\omega R^2}{p_a h} \rho^2 + \frac{h}{4P} (b_1 + 2b_2 \eta + 3b_3 \eta^2) \right] \rho d\rho d\eta. \end{aligned} \quad (15)$$

3. Вычисление главного момента сопротивления в активном слое

Для того чтобы найти моменты сил трения относительно оси подшипника, умножим $dR_{\vartheta 1}$ и $dR_{\vartheta 2}$ на $r = R\rho$

$$\begin{aligned} dm_1 &= \frac{\pi}{n} R^2 p_a \left[\frac{2\mu\omega R^2}{p_a(h+c)} \rho^2 + \frac{h+c}{4P} (a_1 + 2a_2 \eta + 3a_3 \eta^2) \right] \rho d\rho d\eta, \\ dm_2 &= \frac{\pi}{n} R^2 p_a \left[\frac{2\mu\omega R^2}{p_a h} \rho^2 + \frac{h}{4P} (b_1 + 2b_2 \eta + 3b_3 \eta^2) \right] \rho d\rho d\eta. \end{aligned} \quad (16)$$

Обозначим момент сопротивления полоски шириной $dr = Rdp$ за dm .
На рис. 2 она пересекает пару канавка-перемычка по линии $\rho = \text{const}$.

$$dm = \int_{\eta=-\kappa}^{\eta=0} dm_1(\eta) + \int_{\eta=0}^{\eta=\alpha} dm_2(\eta). \quad (17)$$

Пусть момент сил сопротивления, приложенных к кольцевому фрагменту непрофилированной детали, имеющей ширину $dr = Rdp$, относительно оси подшипника, равен dM_1 [7]. Очевидно, что dM_1 в n раз превосходит величину dm следовательно:

$$dM_1 = n \left\{ \int_{\eta=-\kappa}^{\eta=0} dm_1(\eta) + \int_{\eta=0}^{\eta=\alpha} dm_2(\eta) \right\}. \quad (18)$$

Для нахождения dM_1 необходимо вычислить следующие интегралы:

$$\int_{-\kappa}^0 d\eta = \kappa, \quad 2 \int_{-\kappa}^0 \eta d\eta = -\kappa^2, \quad 3 \int_{-\kappa}^0 \eta^2 d\eta = \kappa^3, \\ \int_0^{\alpha} d\eta = \alpha, \quad 2 \int_0^{\alpha} \eta d\eta = \alpha^2, \quad 3 \int_0^{\alpha} \eta^2 d\eta = \alpha^3. \quad (19)$$

Соотношения (19) и (16) позволяют привести выражения (18) к виду

$$dM_1 = \pi R^2 p_a \left\{ \frac{2\mu\omega R^2}{p_a} \left(\frac{\kappa}{h+c} + \frac{\alpha}{h} \right) \rho^2 + \frac{h+c}{4P} (\kappa a_1 - \kappa^2 a_2 + \kappa^3 a_3) + \right. \\ \left. + \frac{h}{4P} (\alpha b_1 + \alpha^2 b_2 + \alpha^3 b_3) \right\} \rho d\rho. \quad (20)$$

Введем в рассмотрение число сжимаемости Λ и безразмерный параметр ν

$$\Lambda = \frac{6\mu\omega R^2}{p_a h^2}, \quad \nu = \frac{h}{h+c}. \quad (21)$$

Принимая во внимание эти выражения, запишем

$$\begin{aligned} \frac{2\mu\omega R^2}{p_a} \left(\frac{\kappa}{h+c} + \frac{\alpha}{h} \right) \rho^2 &= \frac{2\mu\omega R^2}{p_a h^2} h \left(\alpha + \kappa \frac{h}{h+c} \right) \rho^2 = \frac{1}{3} \Lambda h (\alpha + \kappa\nu) \rho^2, \\ \frac{h+c}{4P} (\kappa a_1 - \kappa^2 a_2 + \kappa^3 a_3) + \frac{h}{4P} (\alpha b_1 + \alpha^2 b_2 + \alpha^3 b_3) &= \\ = \frac{h}{4P} \left[\frac{\kappa(h+c)}{h} (a_1 - \kappa a_2 + \kappa^2 a_3) + \alpha (b_1 + \alpha b_2 + \alpha^2 b_3) \right] &= \\ = \frac{h}{4P} \left[\frac{\kappa}{\nu} (a_1 - \kappa a_2 + \kappa^2 a_3) + \alpha (b_1 + \alpha b_2 + \alpha^2 b_3) \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

С учетом этих соотношений dM_1 приводится к виду

$$\begin{aligned} dM_1 = \pi R^2 p_a h \left\{ \frac{\Lambda}{3} (\alpha + \kappa\nu) \rho^2 + \frac{1}{4\nu P} [\kappa (a_1 - \kappa a_2 + \kappa^2 a_3) + \right. \\ \left. + \alpha\nu (b_1 + \alpha b_2 + \alpha^2 b_3)] \right\} \rho d\rho. \end{aligned} \quad (23)$$

Нетрудно заметить, что интегрируя dM_1 (23) в пределах от $\rho = \rho_1$ до $\rho = 1$, получим выражение для главного момента M_1 сил трения, приложенных к непрофилированной детали со стороны смазочного слоя, относительно оси подшипника [8].

$$\begin{aligned} M_1 = \pi R^2 p_a h \int_{\rho_1}^1 \left\{ \frac{\Lambda}{3} (\alpha + \kappa\nu) \rho^2 + \frac{1}{4\nu P} [\kappa (a_1 - \kappa a_2 + \kappa^2 a_3) + \right. \\ \left. + \alpha\nu (b_1 + \alpha b_2 + \alpha^2 b_3)] \right\} \rho d\rho. \end{aligned} \quad (24)$$

В подынтегральной функции от ρ зависят P , a_1 , a_2 , a_3 , b_1 , b_2 , b_3 .

Поэтому записанное выражение можно преобразовать так

$$\begin{aligned} M_1 = \pi R^2 p_a h \left\{ \frac{\Lambda}{12} (\alpha + \kappa\nu) (1 - \rho_1^4) + \frac{1}{4\nu} \int_{\rho_1}^1 \frac{1}{P} [\kappa (a_1 - \kappa a_2 + \kappa^2 a_3) + \right. \\ \left. + \alpha\nu (b_1 + \alpha b_2 + \alpha^2 b_3)] \rho d\rho \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

Для удобства расчетов обозначим M_1^* безразмерный момент сопротивления таким образом, что:

$$M_1 = \pi R^2 p_a h_0 M_1^*. \quad (26)$$

Примем обозначения для безразмерного зазора u и нормированного числа сжимаемости Λ_0

$$u = 1 + \zeta, \quad \zeta = \frac{h - h_0}{h_0}, \quad \Lambda_0 = \Lambda u^2, \quad (27)$$

где h_0 – номинальный зазор.

Для активной зоны подшипника выражение для M_1^* примет вид

$$M_1^* = \frac{1}{12} \frac{\Lambda_0}{u} (\alpha + \kappa \nu) (1 - \rho_1^4) + \frac{u}{4\nu} \int_{\rho_1}^1 \frac{1}{P} [\kappa(a_1 - \kappa a_2 + \kappa^2 a_3) + \alpha \nu (b_1 + \alpha b_2 + \alpha^2 b_3)] \rho d\rho. \quad (28)$$

Коэффициенты сплайнов a_i , b_i (13), присутствующие в подынтегральной функции M_1^* (28), выражаются через P и $dP/d\rho$, исходя из гидродинамической идентичности всех диад и из условия неразрывности локальных массовых расходов газа [1, 9, 10]. В результате преобразований получается следующее уравнение для доминирующего давления:

$$\begin{aligned} v_0 &= 1 - \gamma_0, \quad \alpha = 1 - \kappa, \quad \gamma = \gamma_0 / (1 + v_0 \zeta), \quad \nu = 1 - \gamma, \quad \beta = \nu^3, \\ u &= 1 + \zeta, \quad \Lambda = \Lambda_0 / u^2, \quad \Lambda_\varepsilon = (\pi \Lambda / n P) \rho^2 \sin^2 \psi, \quad \varepsilon = \frac{\pi}{2n} \sin 2\psi, \\ \chi &= \Lambda_\varepsilon - \varepsilon, \quad \theta = \Lambda_\varepsilon \nu^2 - \varepsilon, \quad \lambda = \kappa \left[\kappa + \frac{2(\alpha + \kappa\beta)}{\beta(1 + \kappa\theta)} \right], \\ \vartheta_1 &= 3\kappa - \lambda\theta, \quad \vartheta_2 = \alpha(3 + \alpha\chi), \quad \sigma_1 = 4\varepsilon(\alpha^2 - \lambda), \quad \sigma_2 = 4(1 - \beta), \\ \eta_0 &= \vartheta_2 + \beta\vartheta_1, \quad \xi_1 = (\vartheta_2 \sigma_2 \cos^2 \psi - \beta\sigma_1) / \eta_0, \quad \xi_2 = \frac{\vartheta_2}{\eta_0} \sin 2\psi, \\ \xi_3 &= \theta\xi_1 + 4\varepsilon, \quad \xi_4 = \theta\xi_2, \quad \Delta = 3(1 + \kappa\theta), \quad \delta = 2\theta/\Delta, \\ \xi_5 &= \delta\xi_3, \quad \xi_6 = \delta\xi_4, \quad \lambda_1 = 4(\kappa + \alpha\beta), \quad \lambda_2 = \kappa(1 - \beta), \\ W &= \lambda_1 + \lambda_2 (-\xi_1 + \kappa\xi_3 - \kappa^2\xi_5), \\ \Phi_1 &= 2\Lambda\gamma\nu^2\lambda_2 (\xi_2 - \kappa\xi_4 + \kappa^2\xi_6) \rho / W, \end{aligned}$$

$$\Phi_2 = 2\beta / (u^3 W \rho P),$$

$$\frac{dP}{d\rho} = -\Phi_1 - \Phi_2 Q^*. \quad (29)$$

Здесь $\gamma_0 = \frac{c}{h_0 + c}$ – нормированная глубина канавок.

Теперь можно записать формулу M_1^* для активной зоны подшипника

$$M_1^* = \frac{1}{12} \frac{\Lambda_0}{u} (\alpha + \kappa \nu) (1 - \rho_1^4) + \frac{\kappa \gamma}{2} \left\{ \frac{\Lambda_0}{u} \gamma \nu \int_{\rho_1}^1 \theta_2 \rho^3 d\rho + \frac{u}{2\nu} \int_{\rho_1}^1 \theta_1 \frac{dP}{d\rho} \rho^2 d\rho \right\} \operatorname{tg} \psi, \quad (30)$$

$$\text{где } \xi_0 = \kappa(1 - \kappa\delta), \quad \theta_1 = \xi_0 \xi_3 - \xi_1, \quad \theta_2 = \xi_2 - \xi_0 \xi_4. \quad (31)$$

Для того чтобы вычислить безразмерный момент сопротивления активной зоны, сначала необходимо решить уравнение (29) численными методами [2, 3], далее запрограммировать вспомогательные переменные (31), и только после этого вычислить M_1^* по формуле (30).

4. Вычисление главного момента сопротивления для гладкой зоны

Теперь необходимо вычислить момент сопротивления для гладкой зоны подшипника. Рассматриваемая гладкая зона расположена в виде кольца с радиусами R_1 и R_2 , имеет толщину h . Снизу она ограничена неподвижным диском, а верхний вращается с угловой скоростью ω . Безразмерный момент сопротивления для гладкой зоны M_2^* получается в результате допущений из-за отсутствия канавок [2, 3].

$$M_2^* = \frac{1}{12} \frac{\Lambda_0}{u} (\rho_1^4 - \rho_2^4). \quad (32)$$

Реальный момент сопротивления для гладкой зоны связан с безразмерным таким же соотношением, как и в случае активной зоны (26)

$$M_2 = \pi R^2 p_a h_0 M_2^*. \quad (33)$$

Можно заметить, что выражение (32) может быть получено из (30) двумя способами: во-первых, при $\gamma_0 = 0$, когда канавки становятся бесконечно мелкими, а во-вторых, при $\kappa = 0$, когда канавки считаются бесконечно узкими [2, 3].

5. Главный момент сил сопротивления смазочного слоя

Окончательный безразмерный момент сопротивления M^* слоя смазки подшипника складывается из безразмерных моментов сопротивления активной M_1^* (30) и гладкой (32) зон.

$$M^* = \frac{1}{12} \frac{\Lambda_0}{u} [(\alpha + \kappa v)(1 - \rho_1^4) + \rho_1^4 - \rho_2^4] + \frac{\kappa \gamma}{2} \left\{ \frac{\Lambda_0}{u} \gamma v \int_{\rho_1}^1 \theta_2 \rho^3 d\rho + \frac{u}{2v} \int_{\rho_1}^1 \theta_1 \frac{dP_1}{d\rho} \rho^2 d\rho \right\} \operatorname{tg} \psi. \quad (36)$$

Реальный момент сопротивления M определяется выражением

$$M = \pi R^2 p_a h_0 M^*. \quad (37)$$

Заключение

В данной работе автор применил косоугольную систему координат, состоящую из логарифмических спиралей и окружностей. Для каждой диады канавка-перемычка были получены значения сил вязкого трения и далее вычислен их главный момент сопротивления относительно оси подшипника. Автор нашел выражение для нахождения главного момента сил сопротивления в гладком слое.

В работе получен алгоритм, позволяющий вычислить главный момент сил вязкого трения, развивающегося в смазочном слое газодинамического подшипника, одна поверхность которого профилирована спиральными канавками.

Литература

1. Емельянов А.В., Емельянов И.А. Теория газодинамических подшипников со спиральными канавками на обеих рабочих поверхностях // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2000. №3. С. 46.
2. Зенкина И.А. Математическое моделирование газодинамических подшипников со спиральными канавками: дис. ... канд. физ-мат. наук: 05.13.18. Калуга, 2004. 262 с.
3. Зенкина И.А. Математическое моделирование газодинамических подшипников со спиральными канавками: автореф. дис. ... канд. физ-мат. наук: 05.13.18. Тула, 2004. 24 с.
4. Пинегин С.В., Емельянов А.В., Табачников Ю.Б. Газодинамические подпятники со спиральными канавками. М.: Наука, 1977. 108 с.
5. Винокуров В.Н., Емельянов А.В. Исследование радиального газостатического подшипника с новыми свойствами // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2009. №5. С. 107-111.
6. Винокуров В.Н., Емельянов А.В. Специфические эффекты в работе радиальных газостатических подшипников при большой эксцентricности // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2007. №1. С. 109.
7. Мукутадзе М.А., Флек Б.М., Задорожная Н.С., Поляков Е.В., Мукутадзе А.М. Расчетная модель гидродинамической смазки неоднородного пористого подшипника конечной длины, работающего в устойчивом нестационарном режиме трения при наличии принудительной подачи смазки // Инженерный вестник Дона, 2013 №3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1765.
8. Айзинбуд А.К. Формирование точного автомобильного решения задачи гидродинамического расчета упорного подшипника, обладающего

повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами, работающего на двуслойной смазке в нестационарном режиме трения // Инженерный вестник Дона, 2013 №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2030.

9. Yemelyanov, A.V. and Yemelyanov I. A, 1999. Physical models, theory and fundamental improvement to self-acting spiral-grooved gas bearings and visco-seals. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 4(V. 213). PP. 263-271.
10. Emel'yanov, A.V. and Emel'yanov I. A, 2000. Theory of binary spiral-grooved gas bearings. Fluid Dynamics, 3(V. 35). PP. 351-360.

References

1. Emel'yanov A.V., Emel'yanov I.A. Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza. 2000. №3. P. 46.
2. Zenkina I.A. Matematicheskoe modelirovanie gazodinamicheskikh podshipnikov so spiral'nymi kanavkami [Mathematical modeling of gasdynamic bearings with spiral flutes]: dis. ... kand. fiz-mat. nauk: 05.13.18. Kaluga, 2004. 262 p.
3. Zenkina I.A. Matematicheskoe modelirovanie gazodinamicheskikh podshipnikov so spiral'nymi kanavkami [Mathematical modeling of gasdynamic bearings with spiral flutes]: avtoref. dis. ... kand. fiz-mat. nauk: 05.e3.18. Tula, 2004. 24 p.
4. Pinegin S.V., Emel'yanov A.V., Tabachnikov Yu.B. Gazodinamicheskie podpyatniki so spiral'nymi kanavkami [Gasdynamic thrust bearings with spiral flutes]. M.: Nauka, 1977. 108 p.
5. Vinokurov V.N., Emel'yanov A.V. Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin. 2009. №5. PP. 107-111.
6. Vinokurov V.N., Emel'yanov A.V. Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin. 2007. №1. PP. 109.



7. Mukutadze M.A., Flek B.M., Zadorozhnaya N.S., Polyakov E.V., Mukutadze A.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013 №3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1765.
8. Ayzinbud A.K. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013 №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2030.
9. Yemelyanov, A.V. and Yemelyanov I. A, 1999. Physical models, theory and fundamental improvement to self-acting spiral-grooved gas bearings and visco-seals. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 4(V. 213): PP. 263-271.
10. Emel'yanov, A.V. and Emel'yanov I. A, 2000. Theory of binary spiral-grooved gas bearings. Fluid Dynamics, 3(V. 35): PP. 351-360.