Синтез систем фазовой автоподстройки частоты в условиях возмущений на основе модели объединенного принципа максимума и дискретного метода инвариантного погружения

А.А. Костоглотов[1,2], С.В. Лазаренко[1,2], И.В. Пугачев[1]

[1]Донской государственный технический университет
[2]Ростовский государственный университет путей сообщения

Аннотация: В основу синтеза систем фазовой автоподстройки частоты положена процедура двухэтапной оптимизации. Это позволяет применить объединенный принцип максимума для построения модели динамики фазы сигнала в условиях структурной неопределенности регулярных воздействий. Уравнения оценки в форме двухточечной краевой задачи получены с использованием дискретного принципа максимума Л.С. Понтрягина и на основе применения метода инвариантного погружения получен алгоритм рекуррентного оценивания. Оценка эффективности синтезированной системы фазовой автоподстройки частоты проведена на базе математического моделирования в сравнении с традиционной по критериям скорости сходимости и точности.
Ключевые слова: синтез, фазовая автоподстройка частоты, принцип максимума Л.С. Понтрягина, условие максимума функции обобщенной мощности.

Введение

В условиях возмущений эффективность систем фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) зависит от адекватности соответствующей математической модели и возможности ее адаптации к изменяющимся условиям. При этом даже в простейшем случае соответствующая математическая модель нелинейная. Это создает известные сложности и обуславливает широкое распространение квазиоптимальных систем ФАПЧ, для построения которых, например, может применяться теория самоорганизации [1].

В настоящем исследовании в основу синтеза дискретных систем ФАПЧ положена процедура двухэтапной оптимизации [2]. Это позволяет описать динамику фазы сигнала уравнением Лагранжа второго рода и использовать объединенный принцип максимума [3,4] для построения адаптивной модели ФАПЧ при структурной неопределенности регулярных воздействий [5-7]. Конечно-разностная аппроксимация модели [8,9] в совокупности с дискретным уравнением наблюдения и критерием эффективности оценивания приводит к стохастической задаче синтеза, определяющей второй этап оптимизации. Для этого при гауссовском распределении плотностей вероятностей внешних воздействий и шумов наблюдений предлагается воспользоваться дискретным принципом максимума Л.С. Понтрягина, что приводит к необходимости применения метода инвариантного погружения для получения уравнений последовательного оценивания [10].

Цель работы – решение задачи синтеза систем ФАПЧ в условиях возмущений при структурной неопределенности регулярных воздействий на основе использования объединенного принципа максимума для синтеза квазиоптимальных дискретных адаптивных моделей динамики фазы.

1 Постановка задачи

Модель состояния задана разностным уравнением [8,10]

$$\mathbf{x}(k+1)=\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}(k),k)+\mathbf{G}(k)\boldsymbol{\eta}(k)=\mathbf{f}(\mathbf{x}(k),k)+\boldsymbol{\Gamma}(k)\mathbf{u}(\mathbf{x}(k),k)+\mathbf{G}(\mathbf{x}(k),k)\boldsymbol{\eta}(k),$$
$$k=\overline{1,K},\quad \mathbf{x}(0)=\mathbf{x}_0, \tag{1}$$

где $\mathbf{x}(k)\in E^M$ – вектор состояния; $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}(k),k)\in E^M$ – вектор-функция, известная с точностью до регулярного воздействия $\mathbf{u}(\mathbf{x}(k),k)\in E^n$ и его интенсивности $\boldsymbol{\Gamma}(k)\in E^M\times E^n$; $\mathbf{f}(\mathbf{x}(k),k)\in E^M$ – заданная вектор-функция, вид которой определяется исследуемой системой; $\mathbf{G}(\mathbf{x}(k),k)\in E^M\times E^N$ – матрица интенсивности внешних воздействий $\boldsymbol{\eta}(k)\in E^N$ с известными локальными характеристиками

$$M\left[\boldsymbol{\eta}(k)\right]=0,$$
$$M\left[\boldsymbol{\eta}(k)\boldsymbol{\eta}(l)^T\right]=\mathbf{V}(k)\boldsymbol{\delta}(k-l),$$

где $\mathbf{V}(k)$ – ковариационная матрица размерности $N\times N$; $\boldsymbol{\delta}(\cdot)$ – векторная дельта-функция; *n, k, l, K, N, M* – натуральные числа; случайная величина

$\mathbf{x}(0)$ с гауссовским распределением характеризуется математическим ожиданием $M\left[\mathbf{x}(0)\right]$ дисперсией $\mathbf{V}_{\mathbf{x}_0}^{-1}$.

Уравнение наблюдений имеет вид

$$\mathbf{y}(k)=\mathbf{h}\left(\mathbf{x}(k),k\right)+\boldsymbol{\zeta}(k), \qquad (2)$$

где $\mathbf{y}(k)\in E^L$ – вектор наблюдения; $\mathbf{h}\left(x(k)\right)\in E^L$ – вектор-функция проекции пространства состояний на пространство наблюдений; $\boldsymbol{\zeta}(k)=\left[\zeta_1(k),\zeta_2(k),\ldots,\zeta_L(k)\right]^T\in E^L$ – вектор дискретного белого гауссовского шума с известными локальными характеристиками

$$M\left[\boldsymbol{\zeta}(k)\right]=0,$$
$$M\left[\boldsymbol{\zeta}(k)\boldsymbol{\zeta}^T(l)\right]=\mathbf{W}(k)\boldsymbol{\delta}(k-l),$$

где $\mathbf{W}$ – ковариационная матрица размерности $L\times L$; L – натуральное число.

Требуется найти вектор оценок состояния $\mathbf{x}(k)$ из условия максимума критерия

$$\mathbf{p}\left(\mathbf{y}(K)\middle|\mathbf{x}(K)\right)=\prod_{k=1}^{K}\frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\mathbf{y}(k)-\mathbf{h}\left(\mathbf{x}(k)\right)\right)^T\mathbf{W}^{-1}(k)\left(\mathbf{y}(k)-\mathbf{h}\left(\mathbf{x}(k)\right)\right)\right)}{(2\pi)^{\frac{L}{2}}\det\left(\mathbf{W}^{-1}(k)\right)^{\frac{1}{2}}}. \qquad (3)$$

Решение поставленной задачи, когда структура $\boldsymbol{\Gamma}(k)\mathbf{u}\left(\mathbf{x}(k),k\right)$ задана, известно. Поэтому последовательная оценка состояния в случае неизвестной вектор-функции $\boldsymbol{\Gamma}(k)\mathbf{u}\left(\mathbf{x}(k),k\right)$ требует структурной идентификации математической модели (1).

2 Синтез дискретной модели системы фазовой автоподстройки частоты на основе объединенного принципа максимума

Поиск структуры регулярных воздействий проведем на основе процедуры двухэтапной оптимизации, в соответствии с которой $\boldsymbol{\eta}(k)\equiv\mathbf{0}$ [2].

Это позволяет искать приближение к решению исходной стохастической задачи построения вектор-функции $\mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{u}(\mathbf{x}(k),k)$ на основе решения детерминированной задачи структурного синтеза для следующей математической модели

$$\mathbf{x}(k+1)=\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}(k),k)=\mathbf{f}(\mathbf{x}(k),k)+\mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{u}(\mathbf{x}(k),k). \qquad (4)$$

Положим, что (4) – дискретная форма представления описывающего функционирование системы ФАПЧ уравнения Лагранжа второго рода [11]

$$\ddot{\varphi}=\tau^{-1}\omega_{\text{н}}-\tau^{-1}\dot{\varphi}-\Omega_{\text{у}}\tau^{-1}\sin(\varphi)+\tau^{-1}U(\boldsymbol{\varphi},\dot{\boldsymbol{\varphi}}),\ |U_s|\le C, C=\text{const}, \qquad (5)$$

где φ – разница фаз сигнала и подстраиваемого генератора; $\omega_{\text{н}}$ – разность угловых частот сигнала и подстраиваемого генератора в начальный момент времени t_0; $F(\varphi)=\sin(\varphi)$ – выход фазового дискриминатора; $\Omega_{\text{у}}$ – параметр фазового дискриминатора; τ – постоянная времени; U – неизвестное корректирующие воздействие регулярного характера системы ФАПЧ, которое может быть найдено на основе объединенного принципа максимума [12,13]. В соответствии с [11] получим

$$\ddot{\varphi}=\omega_{\text{н}}\tau^{-1}-\tau^{-1}\left(\sqrt{\lambda^{-1}}+1\right)\dot{\varphi}-\Omega_{\text{у}}\tau^{-1}\sin(\dot{\varphi})+\lambda^{-1}W^{-1}\tau^{-1}(y-h)\frac{\partial h}{\partial\varphi}, \qquad (6)$$

где λ – множитель Лагранжа.

Конечно-разностная аппроксимация (6) приводит к модели системы ФАПЧ в дискретном времени, которая в соответствии с (4) задается следующими вектор-функциями

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(k),k)=\begin{bmatrix} x_2(k)\Delta t+x_1(k) \\ \tau_1^{-1}\left(\omega_{\text{н}1}-x_2(k)-\Omega_{\text{у}}\sin(x_1(k))\right)\Delta t+x_2(k)\end{bmatrix}, \qquad (7)$$

$$\mathbf{\Gamma}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}, \qquad (8)$$

$$u(\mathbf{x}(k),k)=-\Delta t\left(\tau^{-1}\sqrt{\lambda^{-1}}x_2(k)-\lambda^{-1}W^{-1}(k)\tau^{-1}\frac{\partial h(\mathbf{x}(k),k)}{\partial x_1}(y(k)-x_1(k))\right). \qquad (9)$$

3 Синтез квазиоптимальной системы фазовой автоподстройки частоты на основе дискретного метода инвариантного погружения

Максимизация (3) эквивалентна минимизации целевого функционала [14]

$$\begin{gathered}\mathrm{J}=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{K}\left[\mathbf{y}(k+1)-\mathbf{h}\left(\mathbf{x}(k+1),k\right)\right]^{\mathrm{T}}\mathbf{W}^{-1}(k)\left[\mathbf{y}(k+1)-\mathbf{h}\left(\mathbf{x}(k+1),k+1\right)\right]+\\+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{\eta}(k)^{\mathrm{T}}\mathbf{V}^{-1}(k)\boldsymbol{\eta}(k)+\frac{1}{2}\left[\mathbf{x}(0)-M\left[\mathbf{x}(0)\right]\right]^{\mathrm{T}}\mathbf{V}_{\mathbf{x}_0}^{-1}\left[\mathbf{x}(0)-M\left[\mathbf{x}(0)\right]\right].\end{gathered}\tag{10}$$

В таком случае дискретный принцип максимума Л.С. Понтрягина требует построения Гамильтониана

$$\begin{gathered}H=\frac{1}{2}\left[\mathbf{y}(k+1)-\mathbf{h}\left(\mathbf{x}(k+1),k+1\right)\right]^{\mathrm{T}}\mathbf{W}^{-1}\left[\mathbf{y}(k+1)-\mathbf{h}\left(\hat{\mathbf{x}}(k+1),k+1\right)\right]+\\+\frac{1}{2}\boldsymbol{\eta}(k)^{\mathrm{T}}\mathbf{V}^{-1}(k)\boldsymbol{\eta}(k)+\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}(k+1)\boldsymbol{\varphi}\left(\mathbf{x}(k),k\right)+\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}(k+1)\mathbf{G}(k)\boldsymbol{\eta}(k),\end{gathered}\tag{11}$$

где $\boldsymbol{\psi}$ – вектор сопряженных функций, удовлетворяющий граничным условиям $\boldsymbol{\psi}(0)=\left[\mathbf{x}(0)-M\left[\mathbf{x}(0)\right]\right],\quad \boldsymbol{\psi}(K)=0$.

Результат решения такой экстремальной задачи позволяет установить связь нового $\hat{\mathbf{x}}(K+1)$ и предыдущего $\hat{\mathbf{x}}(K)$ финальных значений в форме канонических уравнений [14,15]

$$\begin{aligned}&\hat{\mathbf{x}}(K+1)=\boldsymbol{\varphi}\left(\hat{\mathbf{x}}(K),K\right)-\mathbf{G}\left(\hat{\mathbf{x}}(K),K\right)\mathbf{V}(K)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\left(\hat{\mathbf{x}}(K),K\right)\boldsymbol{\Psi}^{-1}(K)\boldsymbol{\psi}(K)\Big|_{\mathbf{x}(K)=\hat{\mathbf{x}}(K|K)},\\&\boldsymbol{\psi}(K+1)=\boldsymbol{\Psi}^{-1}(K)\boldsymbol{\psi}(K)+\\&+\frac{\partial\mathbf{h}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{x}(K+1),K+1\right)}{\partial\mathbf{x}(K+1)}\mathbf{W}^{-1}(K+1)\left[\mathbf{y}(K+1)-\mathbf{h}\left(\hat{\mathbf{x}}(K+1),k+1\right)\right]\Big|_{\mathbf{x}(K)=\hat{\mathbf{x}}(K|K)},\\&\boldsymbol{\psi}(0)=\left[\hat{\mathbf{x}}(0)-M\left[\mathbf{x}(0)\right]\right],\boldsymbol{\psi}(K)=\mathbf{0},\end{aligned}\tag{12}$$

где

$$\boldsymbol{\Psi}\left(\hat{\mathbf{x}}(K),K\right)=\frac{\partial\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}\left(\hat{\mathbf{x}}(K),K\right)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K)}+\frac{\partial\left[\mathbf{G}\left(\hat{\mathbf{x}}(K),K\right)\hat{\mathbf{w}}(K)\right]^{\mathrm{T}}}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K)},\hat{\mathbf{w}}(k)=-\mathbf{V}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{x}(K),k\right)\boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{\psi}(K).$$

Для получения уравнений последовательного оценивания, когда K увеличивается, заменим условие $\boldsymbol{\psi}(K)=\mathbf{0}$ более общим условием $\boldsymbol{\psi}(K)=\mathbf{c}$. Если пренебречь членами второго порядка малости по $\mathbf{c}$, то подставляя $\hat{\mathbf{x}}(K+1)$ в выражение для $\boldsymbol{\psi}(K+1)$ в (12) и используя разложение в окрестности $\boldsymbol{\varphi}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)$ получим следующую систему уравнений

$$\hat{\mathbf{x}}(K+1)=\boldsymbol{\varphi}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)-\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)\mathbf{V}(K)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)\frac{\partial(\boldsymbol{\varphi}^{-1})^{T}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K)}\mathbf{c},$$

$$\begin{gathered}\boldsymbol{\psi}(K+1)=\frac{\partial(\boldsymbol{\varphi}^{-1})^{T}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K)}\mathbf{c}+\\ +\frac{\partial\mathbf{h}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{x}}(K+1|K),K+1)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K+1|K)}\mathbf{W}^{-1}(K+1)\left[\mathbf{y}(K+1)-\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(K+1|K),k+1)\right]-\\ -\frac{\partial\left(\dfrac{\partial\mathbf{h}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{x}}(K+1|K),K+1)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K+1|K)}\mathbf{W}^{-1}(K+1)\left[\mathbf{y}(K+1)-\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(K+1|K),k+1)\right]\right)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K+1|K)}\times\\ \times\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)\mathbf{V}(K)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)\frac{\partial(\boldsymbol{\varphi}^{-1})^{T}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K)}\mathbf{c},\end{gathered}\qquad(13)$$

где $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)=\boldsymbol{\varphi}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)$.

В соответствии с дискретным методом инвариантного погружения решение системы уравнение (13) приводит к следующим уравнениям одношагового предсказания

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)=\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k),k)+\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{u}(\hat{\mathbf{x}}(k),k),\qquad(14)$$

оценивания

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1)=\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)+\mathbf{P}(k+1)\frac{\partial\mathbf{h}^{T}(\hat{\mathbf{x}}(k+1|k),k+1)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)}\mathbf{W}^{-1}\left[\mathbf{y}(k+1)-\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(k+1|k),k+1)\right],\qquad(15)$$

априорной дисперсии

$$\mathbf{P}(k+1|k)=\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}(k),k)\mathbf{V}(k)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{x}}(k),k)+\frac{\partial\hat{\boldsymbol{\varphi}}(\hat{\mathbf{x}}(k),k)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(k)}\mathbf{P}(k)\frac{\partial\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{T}(\hat{\mathbf{x}}(k),k)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(k)},\qquad(16)$$

дисперсии ошибки

$$\mathbf{P}(k+1)=\left[\mathbf{I}-\frac{\partial\left[\frac{\partial\mathbf{h}^T\left(\hat{\mathbf{x}}(k+1|k),k+1\right)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)}\mathbf{W}^{-1}\left[\mathbf{y}(k+1)-\mathbf{h}\left(\hat{\mathbf{x}}(k+1|k),k+1\right)\right]\right]}{\partial\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)}\mathbf{P}(k+1|k)\right]^{-1}\times$$
$$\times\mathbf{P}(k+1|k). \qquad (17)$$

4 Математическое моделирование

Рассматривается система ФАПЧ

$$x_1(k+1)=x_2(k)\Delta t+x_1(k)+\eta_1,$$
$$x_2(k+1)=\left(\omega_{\text{н}1}\tau_1^{-1}-\tau_1^{-1}\left(\sqrt{\lambda^{-1}}+1\right)x_2(k)-\Omega_{\text{у}1}\tau_1^{-1}\sin\left(x_1(k)\right)\right)\Delta t+x_2(k)- \qquad (18)$$
$$-\Delta t\lambda^{-1}W^{-1}\tau^{-1}\frac{\partial h}{\partial x_1}\left(y-a\sin\left(x_1(k)\right)\right)+\eta_2,$$

где a – амплитуда сигнала.

Уравнения последовательного оценивания имеют вид

$$\hat{x}_1(k+1)=\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)+$$
$$+P_{11}(k+1)a\cos\left(\hat{x}_1(k)\right)W^{-1}\left[y(k+1)-a\sin\left(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\right)\right],$$
$$\hat{x}_2(k+1)=\left(\omega_{\text{н}1}\tau_1^{-1}-\tau_1^{-1}\left(\sqrt{\lambda^{-1}}+1\right)\hat{x}_2(k)-\Omega_{\text{у}1}\tau_1^{-1}\sin\left(\hat{x}_1(k)\right)\right)\Delta t+\hat{x}_2(k)+$$
$$+aP_{22}(k+1)\cos\left(\hat{x}_1(k)\right)W^{-1}\left[y(k+1)-a\sin\left(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\right)\right],$$
$$P_{11}(k+1|k)=V_{11}+P_{11}(k)+P_{21}(k)\Delta t,$$
$$P_{12}(k+1|k)=V_{12}+P_{21}(k)+P_{22}(k)\Delta t,$$
$$P_{21}(k+1|k)=V_{21}+\Delta t\left(a\lambda^{-1}W^{-1}\tau^{-1}\sin\left(x_1(k)\right)-\Omega_{\text{у}}\tau^{-1}\cos\left(x_1(k)\right)\right)\times$$
$$\times\left[y(k+1)-a\sin\left(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\right)\right]P_{11}(k)+\left(-\tau_1^{-1}\left(\sqrt{\lambda^{-1}}+1\right)\right)P_{21}(k),$$
$$P_{22}(k+1|k)=V_{22}-\Omega_{\text{у}}\tau^{-1}\cos\left(x_1(k)\right)\Delta t+\Delta t\lambda^{-1}W^{-1}\tau^{-1}a\sin\left(x_1(k)\right)\times$$
$$\times\left[y(k+1)-a\sin\left(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\right)\right]P_{21}(k)+\left(-\tau_1^{-1}\left(\sqrt{\lambda^{-1}}+1\right)\right)P_{22}(k),$$

$$
\begin{gathered}
P_{11}(k+1)=-P_{11}(k+1|k)\times\\
\times\Big(a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)\big]P_{11}(k+1|k)+\\
+a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)\big]P_{21}(k+1|k)-1\Big)^{-1},\\
P_{12}(k+1)=-P_{21}(k+1|k)\times\\
\times\Big(a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)\big]P_{11}(k+1|k)+\\
\Big(+a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)\big]P_{21}(k+1|k)-1\Big)^{-1},\\
P_{21}(k+1)=P_{11}(k+1|k)\times\\
\times\Big(-a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)\big]P_{12}(k+1|k)+\\
+a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)\big]P_{22}(k+1|k)\Big)\times\\
\times\Big(a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)\big]P_{11}(k+1|k)+\\
+a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\big)\big]P_{21}(k+1|k)-1\Big)^{-1},\\
P_{22}(k+1)=P_{21}(k+1|k)+P_{22}(k+1|k).
\end{gathered}
\tag{19}
$$

Сравнивались результаты, полученные на основе синтезированной модели системы фазовой автоподстройки частоты и традиционного фильтра. Установлено, что предлагаемое решение в среднем обеспечивает относительный выигрыш по скорости сходимости на 12% и дисперсии оценки фазы сигнала на 9% при увеличении вычислительных затрат.

Заключение

Кусочно-разностная аппроксимация синтезированной с использованием объединенного принципа максимума математической модели позволила получить новую структуру модели состояния в форме разностного уравнения. Оценка построенной на его основе системы ФАПЧ проведена на базе математического моделирования. Установлено ее преимущество над традиционной системой по критериям скорости сходимости и точности.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №19-01-00151 А.

Литература

1. Шэнь К., Шахтарин Б.И., Неусыпин К.А., Самохвалов А.А. Синтез квазиоптимальных цифровых систем фазовой автоподстройки частоты при аддитивных помехах // Радиотехника и электроника. 2017. С. 767 – 773.

2. Моисеев, Н.Н. Математические задачи системного анализа Издательство: М.: Наука; 1981. 488 с.

3. Костоглотов А.А., Лазаренко С.В., Андрашитов Д.С., Дерябкин И.В Вариационный метод многопараметрической идентификации динамических систем на основе итерационной регуляризации // Успехи современной радиоэлектроники. 2012. № 6. С. 67-72.

4. Попов В.М. Об абсолютной устойчивости нелинейных систем автоматического регулирования // Автоматика и телемеханика, Т. 22, № 8, 1961. С. 23–31.

5. Андрашитов Д.С., Костоглотов А.А., Кузнецов А.А., Лазаренко С.В. Структурный синтез лагранжевых систем автоматического управления с использованием первых интегралов движения // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2015. Т. 13. № 12. С. 12-18.

6. Cessna J.R., Levy D.M. Phase noise and transient times for a binary quantized digital phase-locked loop in which Gaussian noise // IEEE Trans, No. 2, 1972. pp. 94–104.

7. Kostoglotov A., Lazarenko S., Lyashchenko Z., Derabkin I. Intellectualization of industrial systems based on the synthesis of a robotic manipulator control using a combined-maximum principle method // Advances in Intelligent Systems and Computing. 2016. Т. 451. С. 375-383.

8. Шахгильдян В.В., Ляховский А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: Связь, 1972. 447 с.

9. Костоглотов А.А., Лазаренко С.В., Дерябкин И.В., Манаенкова О.Н., Лосев В.А. Метод оптимальной фильтрации на основе анализа поведения инвариантов на характеристических траекториях в фазовом пространстве // Инженерный вестник Дона, 2016, № 4 (43). URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2016/3786

10. Сейдж Э.П., Мелса Дж. Л. Идентификация систем управления. Пер. с англ. В. А. Лотоцкого и А. С. Манделя ; Под ред. Н. С. Райбмана. - Москва: Наука, 1974. 246 с.

11. Костоглотов А.А., Кузнецов А.А., Лазаренко С.В. Синтез модели процесса с нестационарными возмущениями на основе максимума функции обобщенной мощности // Математическое моделирование. 2016. Т. 28. № 12. С. 133-142.

12. Li Z., Poddar A.K., Rohde U.L., Darioush A.S. Comparison of Optical Self-Phase Locked Loop Techniques for Frequency Stabilization of Oscillators // IEEE Fotonics Journal, No. 5, 2014. pp. 50–72.

13. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Том I. Теория обнаружения, оценок и линейной модуляции. М.: Сов. Радио, 1972. 744 с.

14. Геложе Ю.А., Клименко П.П., Максимов А.В. Организация процессов управления в системе фазовой синхронизации // Известия ЮФУ. Технические науки, № 2, 2009. С. 170–178.

15. Manassewitsch V. Frequency synthesizers. New York etc., 1979. 608 p.

References

1. Shen' K., Shakhtarin B.I., Neusypin K.A., Samokhvalov A.A. Sintez kvazioptimal'nykh tsifrovykh sistem fazovoy avtopodstroyki chastoty pri additivnykh pomekhakh. Radiotekhnika i elektronika, 2017. pp. 767 – 773.

2. Moiseev, N.N. Matematicheskie zadachi sistemnogo analiza Izdatel'stvo: M.: Nauka, 1981. 488 p.

3. Kostoglotov A.A., Lazarenko S.V., Andrashitov D.S., Deryabkin I.V Uspekhi sovremennoy radioelektroniki. 2012. № 6. pp. 67-72.

4. Popov V.M. Avtomatika i telemekhanika. 1961. V. 22, No 8. pp. 23-31.

5. Andrashitov D.S., Kostoglotov A.A., Kuznetsov A.A., Lazarenko S.V. Informatsionno-izmeritel'nye i upravlyayushchie sistemy. 2015. V. 13. № 12. pp. 12-18.

6. Cessna J.R., Levy D.M. IEEE Trans, No. 2, 1972. pp. 94–104.

7. Kostoglotov A., Lazarenko S., Lyashchenko Z., Derabkin I. Advances in Intelligent Systems and Computing. 2016. T. 451. pp. 375-383.

8. SHakhgil’dyan V. V., Lyakhovskiy A. A. Sistemy fazovoy avtopodstroyki chastity [Phase Locking Systems]. Moscow, Svyaz’. 1972. 447 p.

9. Kostoglotov A.A., Lazarenko S.V., Deryabkin I.V., Manaenkova O.N., Losev V.A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2016. № 4 (43). pp. 60.

10. Seydzh E.P., Melsa Dzh. L. Identifikatsiya sistem upravleniya. Per. s angl. V. A. Lototskogo i A. S. Mandelya ; Pod red. N. S. Raybmana. [System identification. Andrew P. Sage, James L. Melsa] Moskva: Nauka, 1974. 246 p.

11. Kostoglotov A.A., Kuznetsov A.A., Lazarenko S.V. Matematicheskoe modelirovanie. 2016. V. 28. № 12. pp. 133-142.

12. Li Z., Poddar A.K., Rohde U.L., Darioush A.S. /IEEE Fotonics Journal, No. 5, 2014. pp. 50–72.

13. Van Tris G. Teoriya obnaruzheniya, otsenok i modulyatsii. Tom I. Teoriya obnaruzheniya, otsenok i lineynoy modulyatsii. [Harry L. Van Trees. Detection, estimation and modulation theory. P. 1. Detection, estimation and linear modulation theory] M.: Sov. Radio, 1972. 744 p.

14. Gelozhe YU.A., Klimenko P.P., Maksimov A.V. Izvestiya YUFU. Tekhnicheskiye nauki. 2009. №2. pp. 170–178.

15. Manassewitsch V. Frequency synthesizers. New York etc., 1979. 608 p.